Título del Taller:

Conectando la Geometría Analítica del Bachillerato con la Geometría Hiperbólica de la Universidad: Teselaciones en el plano y teselaciones hiperbólicas en el modelo del disco de Poincaré

[1]**Diego Rodríguez Guzmán y** [2]**Verónica Hoyos Aguilar**
diego.rodriguez@academicos.udg.mx ; vhoyosa@upn.mx
[1]Departamento de Matemáticas, CUCEI-UDG; [2]AA4, UPN-Ajusco

Palabras clave : Geometría No Euclidiana, Transformaciones geométricas, Teselaciones, Uso de SGD e IA

Introducción o Justificación: El “sentido común geométrico”, tanto en la sociedad como en la enseñanza de las matemáticas en educación básica y superior, está desarrollado en el marco de la geometría euclidiana. A través de GeoGebra trabajaremos las diferencias del quinto postulado entre la geometría euclidiana e hiperbólica, con énfasis en la suma de los ángulos interiores de un triángulo, para definir los posibles grupos triangulares en ambas geometrías.
Aprovechando los recursos de GeoGebra para elaborar teselaciones en el plano y el disco de Poincaré, observaremos y definiremos las transformaciones geométricas que preservan la teselación. Usaremos estas características de las teselaciones en el modelo del disco de Poincaré para guiar a los maestros participantes, usando la IA, en el estudio de mosaicos, como el Círculo límite III de Escher. El contexto de estudio de las características particulares de la geometría hiperbólica y sus transformaciones en algunas de las teselaciones elegidas, es particularmente apropiado para un uso crítico de la IA, pues la IA no ve directamente los patrones para los mosaicos que no están tan estudiados en internet como los de Escher.

Objetivo del taller:

A partir de construcciones en geometría sintética en GeoGebra desarrollaremos el concepto de grupo triangular y del modelo del disco de Poincaré, en este desarrollo enseñaremos como la IA (Gemini o Chat GPT) puede ser un guía para abordar la construcción de grupos triangulares, sobre todo en el caso hiperbólico donde las posibilidades son infinitas. Con esto pasaremos a las teselaciones por polígonos regulares en ambos modelos geométricos y las transformaciones geométricas que los dejan invariantes.
Desarrollado lo anterior pasaremos al estudio de mosaicos (teselaciones hiperbólicas específicas), que vienen de una teselación euclidiana y así discutir las diferencias evidentes entre estas dos geometrías. Este contexto de estudio introduce un uso crítico de la IA en la resolución de problemas de matemáticas, en

particular porque la IA no ve los patrones, sino que hay que encontrarlos/marcarlos previamente en la figura, con GeoGebra, para que la IA vea y procese la figura.

Metodología para desarrollar el taller:
-Presentación de los 5 postulados de Euclides y su negación, con el modelo del disco de Poincaré. Suma interior de los triángulos y las reflexiones como generadoras de cualquier isometría, construcción en GeoGebra.
-Construcción con GeoGebra de los grupos triangulares y las traslaciones para cubrir el plano Euclidiano o hiperbólico con polígonos regulares. Guía y tutoría con IA (Gemini, Chat GPT, etc).
- Se formarán equipos y se les asignará a cada equipo uno de los mosaicos hiperbólicos (mosaicos hiperbólicos que vienen de una deformación de un mosaico Euclidiano, como los presentados en Belmonte (2020) y Leys (s.f)). Deberán determinar el grupo triangular y la teselación por polígonos regulares hiperbólicos que describe el mosaico asignado, con asistencia de GeoGebra y la IA. Lo que permitirá discutir las diferencias entre ambas geometrías.

Referencias bibliográficas:

Bracho, J. (2009). *Introducción analítica a las geometrías*. FCE.
Belmonte, N. [@philogb]. (2020, 27 de julio). *Hyperbolic Floors*. Medium. https://medium.com/@philogb/hyperbolic-floors-a2c5445144c6
Goodman-Strauss, C. (2001). *Compass and straightedge in the Poincaré disk.* The American Mathematical Monthly, 108(1), 38-49.
Leys, J. (s.f.). *Hyperbolic Escher*. Mathematical Imagery. http://www.josleys.com/show_gallery.php?galid=325
Martin, G. E. (2012). *Transformation geometry: An introduction to symmetry*. Springer Science & Business Media.
Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.