

TWO REPELLING RANDOM WALKS ON Z

FERNADO P. A. PRADO, CRISTIAN F. COLETTI, AND RAFAEL A. ROSALES

Centro de Matemática Computação e Cognição,
Universidade Federal do ABC

Summary

We consider two interacting random walks on Z such that the transition probability of one walk in one direction decreases exponentially with the number of transitions of the other walk in that direction. The joint process may thus be seen as two random walks reinforced to repel each other. The strength of the repulsion is further modulated in our model by a parameter $\beta \geq 0$. When $\beta = 0$ both processes are independent symmetric random walks on Z , and hence recurrent. We show that both random walks are further recurrent if $\beta \in (0, 1]$. We also show that these processes are transient and diverge in opposite directions if $\beta > 2$. The case $\beta \in (1, 2]$ remains widely open. Our results are obtained by considering the dynamical system approach to stochastic approximations.

DOS PASEOS ALEATORIOS REPELENTES EN Z

Resumen

Consideramos dos paseos aleatorios que interactúan en Z de modo que la probabilidad de transición de un paseo en una dirección disminuye exponencialmente con el número de transiciones del otro paseo en esa dirección. Por tanto, el proceso conjunto puede verse como dos paseos aleatorios reforzados para repelerse entre sí. La fuerza de la repulsión se modula aún más en nuestro modelo mediante un parámetro $\beta \geq 0$. Cuando $\beta = 0$, ambos procesos son paseos aleatorios simétricos independientes sobre Z y, por lo tanto, recurrentes. Mostramos que ambos paseos aleatorios son más recurrentes si $\beta \in (0, 1]$. También mostramos que estos procesos son transitorios y divergen en direcciones opuestas si $\beta > 2$. El caso $\beta \in (1, 2]$ permanece ampliamente abierto. Nuestros resultados se obtienen considerando el enfoque del sistema dinámico para aproximaciones estocásticas.