

# DESARROLLO DE UN SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES EN MICRO TOMOGRAFÍA POR EMISIÓN DE POSITRONES

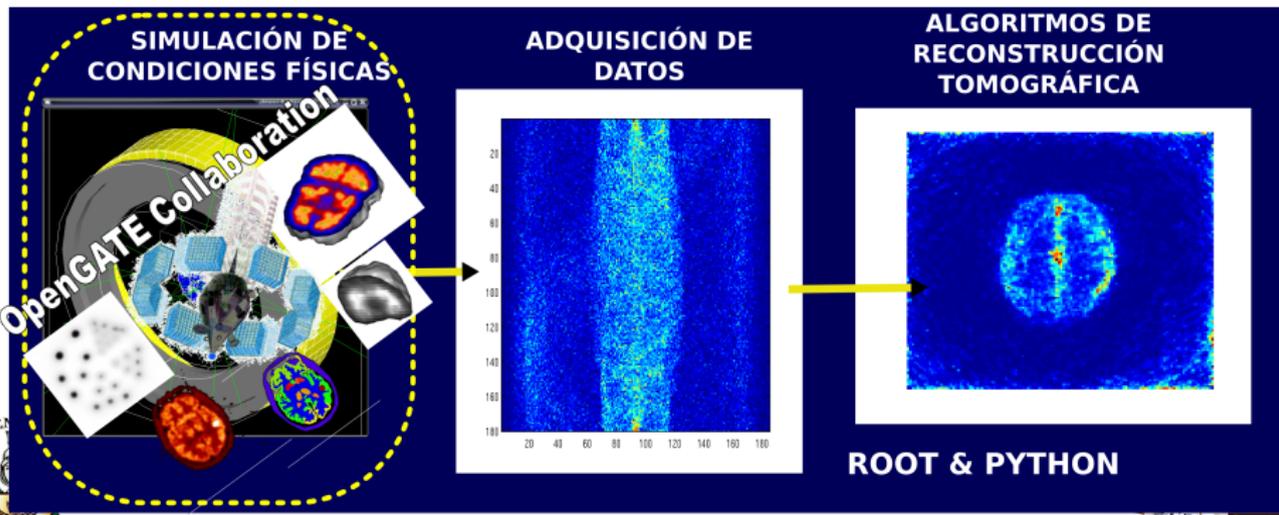
JOSÉ ASUNCIÓN RAMOS MÉNDEZ.

JUNIO 2010



# Contenido

- 1 Tomografía por emisión de positrones.
- 2 Reconstrucción tomográfica en sistemas PET.
- 3 Metodología y simulaciones.
- 4 Resultados.



# Imagen biomédica "in vivo"

Anatómico

Fisiológico

Metabólico

Molecular

Imagen óptica

Rayos X - CT

PET/SPECT

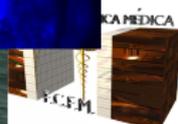
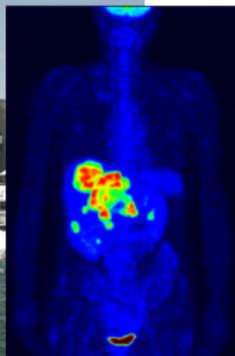
MRI

Ultrasonido



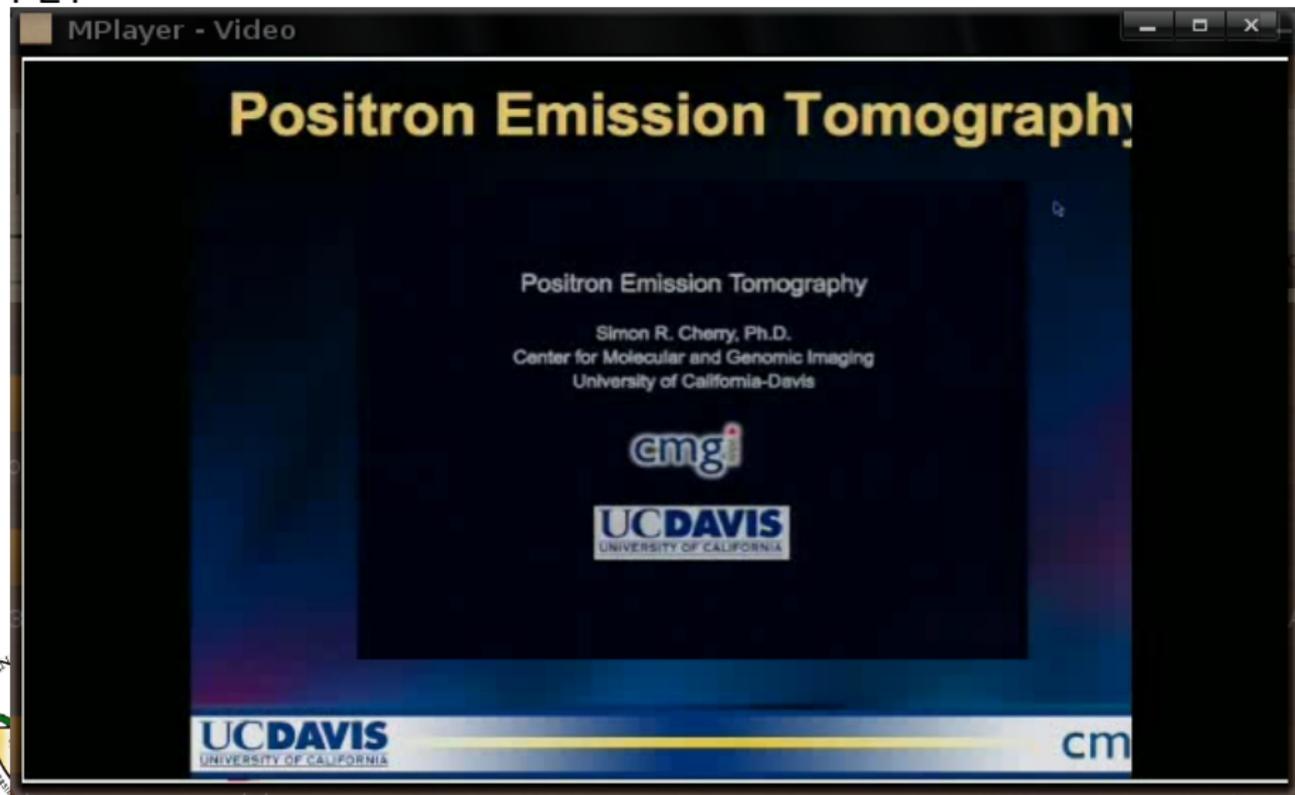
# Micro-Tomografía por emisión de positrones (Motivación)

- Imagen preclínica *in vivo*
- *In vitro* → Imagen microPET *in vivo* → Diagnóstico médico *in vivo*.

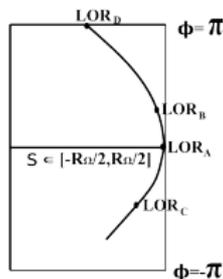
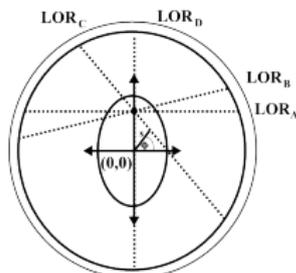
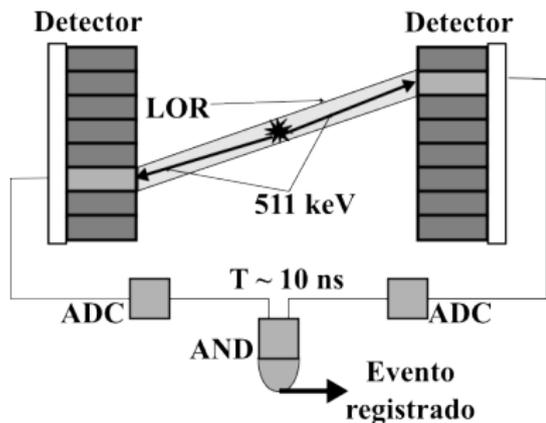


# Tomografía por emisión de positrones

PET



# Tomografía por emisión de positrones



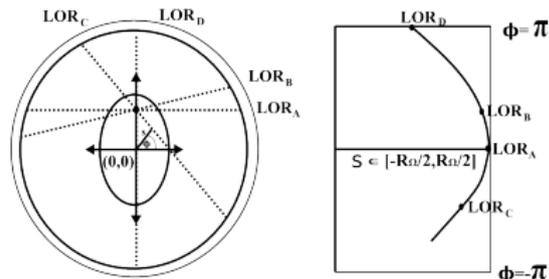
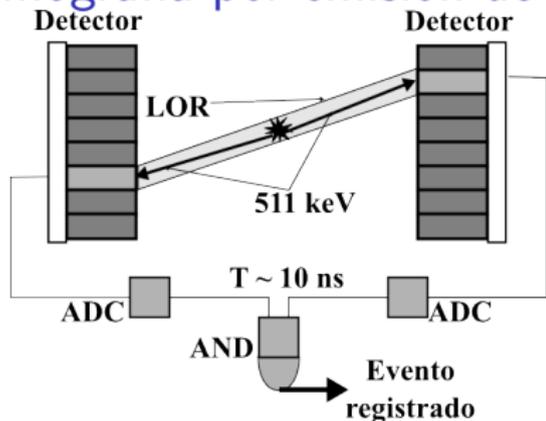
$$\phi = \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) - \frac{\pi}{2}$$

$$s = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sin \left( \arctan \left( \frac{y_1}{x_1} \right) - \phi \right)$$

$$\rho(s, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(x, y) dx dy \quad (1)$$



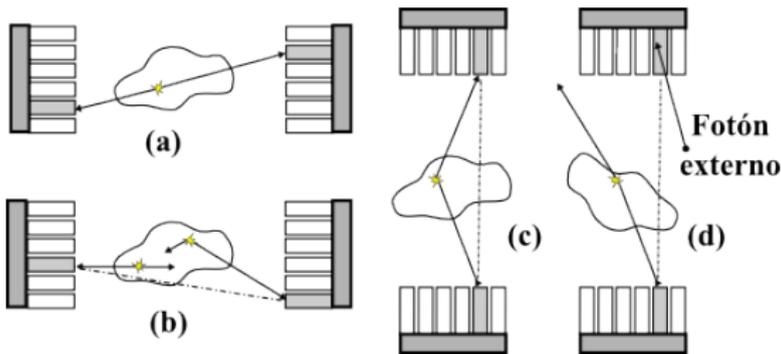
# Tomografía por emisión de positrones



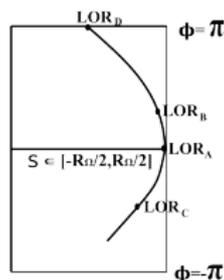
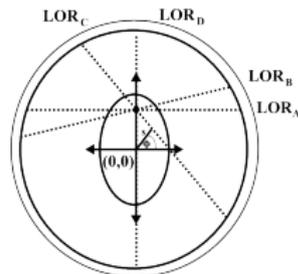
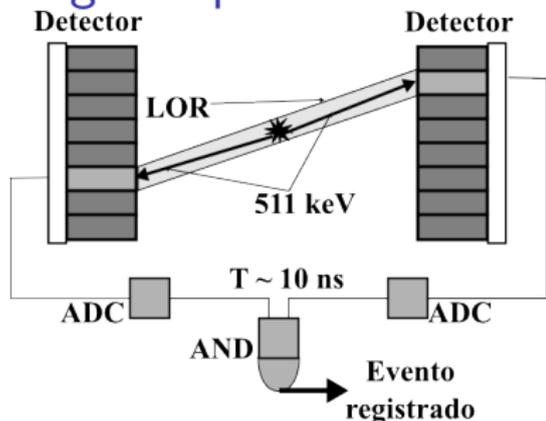
$$\phi = \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) - \frac{\pi}{2}$$

$$s = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sin \left( \arctan \left( \frac{y_1}{x_1} \right) - \phi \right)$$

$$\rho(s, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(x, y) dx dy \quad (1)$$



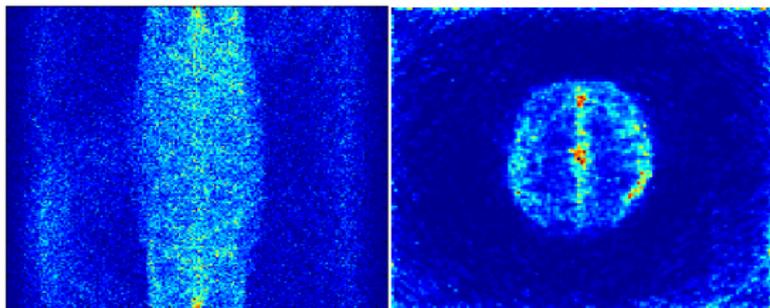
# Tomografía por emisión de positrones



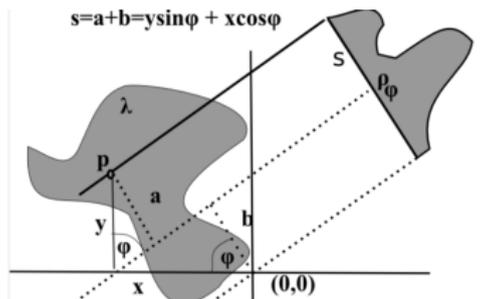
$$\phi = \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) - \frac{\pi}{2}$$

$$s = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sin \left( \arctan \left( \frac{y_1}{x_1} \right) - \phi \right)$$

$$\rho(s, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(x, y) dx dy \quad (1)$$



# Reconstrucción tomográfica en sistemas PET



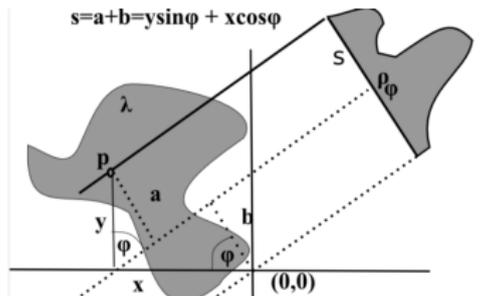
$$\rho(s, \phi) = \iint_{-\infty}^{\infty} \delta(s - x \cos \phi - y \sin \phi) \lambda(x, y) dx dy$$

## Retroproyección filtrada

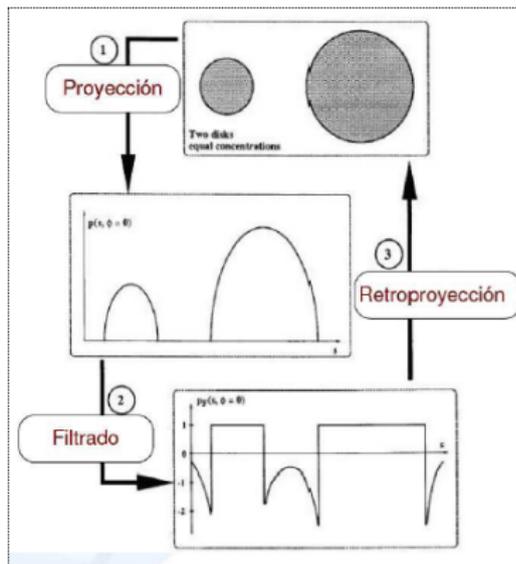
$$\lambda(x, y, z = cte) = \int_0^{\pi} \left[ \int_{-R_{FOV}}^{R_{FOV}} k(s - s') \rho(s', \phi) ds' \right] d\phi \quad (2)$$



# Reconstrucción tomográfica en sistemas PET



$$\rho(s, \phi) = \iint_{-\infty}^{\infty} \delta(s - x \cos \phi - y \sin \phi) \lambda(x, y) dx dy$$

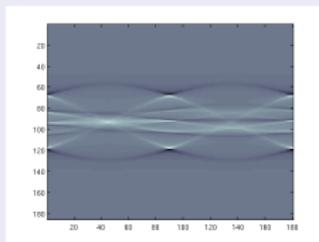
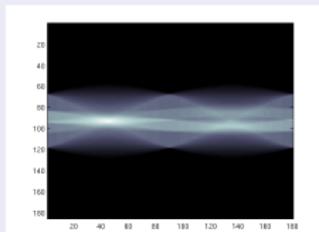


## Retroproyección filtrada

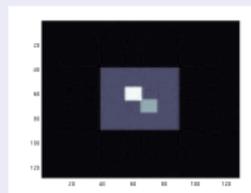
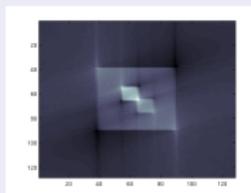
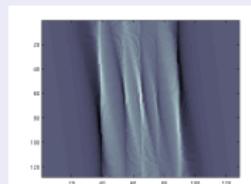
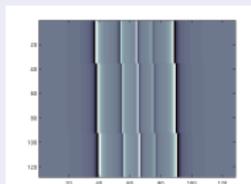
$$\lambda(x, y, z = cte) = \int_0^{\pi} \left[ \int_{-R_{FOV}}^{R_{FOV}} k(s - s') \rho(s', \phi) ds' \right] d\phi \quad (2)$$

# Retroproyección Filtrada

## Filtrado de datos



## $1^\circ$ , $10^\circ$ , $120^\circ$ y $180^\circ$



# Filtros para FBP

$$\text{Rampa: } k(s) = |s|$$

$$\text{Hamming: } k(s) = |s| \times \left(0,54 + 0,46 \cos \frac{\pi s}{s_{\text{corte}}}\right)$$

$$\text{Shepp-Logan: } k(s) = \frac{2s_{\text{corte}}}{\pi} \text{sen} \frac{|s| \pi}{2s_{\text{corte}}}$$



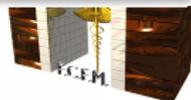
# Algoritmo Iterativo: Método Estadístico

## Maximum Likelihood Expectation Maximization

- Verosimilitud:  $L(\rho | \lambda)$
- $\phi = E(\text{Log}L(\rho | \lambda))$
- $\lambda' = \arg \max[\phi(\lambda)] : \lambda \geq 0$
- Proceso iterativos para el cálculo del  $\lambda^a$

$$\lambda_i^{(n+1)} = \lambda_i^{(n)} \cdot \frac{1}{\sum_{j=1}^N a_{ji}} \sum_{j=1}^N \frac{\rho_j a_{ji}}{\sum_{k=1}^M a_{jk} \lambda_k^{(n)}}, \quad \forall i \quad (3)$$

<sup>a</sup>Shepp y Varty. "Maximum likelihood reconstruction in positron emission tomography", *IEEE Trans. Nucl. Med. Im.* **1**(2), 113-122

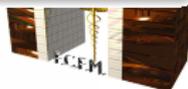


# Algoritmo Iterativo: Método Estadístico

## Interpretación

$$\lambda_i^{(n+1)} = \lambda_i^{(n)} \cdot \frac{1}{\sum_{j=1}^N a_{ji}} \sum_{j=1}^N \frac{\rho_j a_{ji}}{\sum_{k=1}^M a_{jk} \lambda_k^{(n)}}$$

**Sensibilidad del escáner  
en el voxel  $i$**



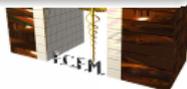
# Algoritmo Iterativo: Método Estadístico

## Interpretación

$$\lambda_i^{(n+1)} = \lambda_i^{(n)} \cdot \frac{1}{\sum_{j=1}^N a_{ji}} \sum_{j=1}^N \frac{\rho_j a_{ji}}{\sum_{k=1}^M a_{jk} \lambda_k^{(n)}}$$

Sensibilidad del escáner  
en el voxel  $i$

Proyección de la última  
imagen en el espacio  
de medida



# Algoritmo Iterativo: Método Estadístico

## Interpretación

$$\lambda_i^{(n+1)} = \lambda_i^{(n)} \cdot \frac{1}{\sum_{j=1}^N a_{ji}} \sum_{j=1}^N \frac{\rho_j a_{ji}}{\sum_{k=1}^M a_{jk} \lambda_k^{(n)}}$$

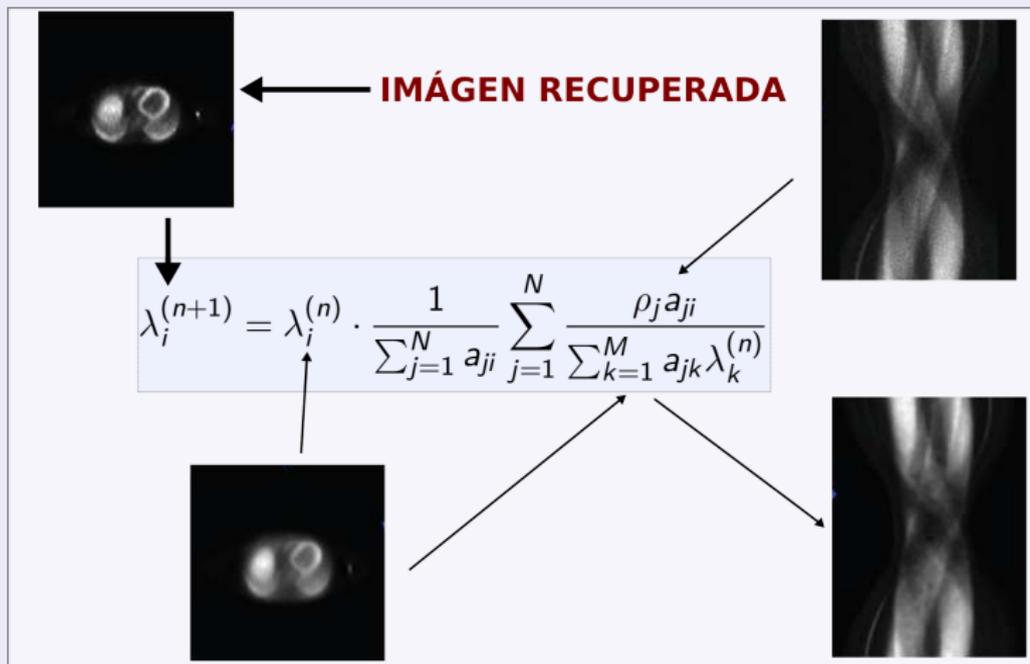
**Comparación entre lo medido  
y lo que se habría medido en  
caso de tener el objeto**

$\lambda_k$



# Algoritmo Iterativo: Método Estadístico

## Interpretación



# Algoritmo Iterativo: Método Estadístico

## MLEM-Median Root Prior

$$\lambda_i^{(n+1)} = \lambda_i^{(n)} \cdot c_i^{(n)} \cdot \left( 1 + \beta \frac{\lambda_i^{(n)} - \text{med}(\lambda_i^{(n)}, i)}{\text{med}(\lambda_i^{(n)}, i)} \right)^{-1} \quad (4)$$

## OSEM

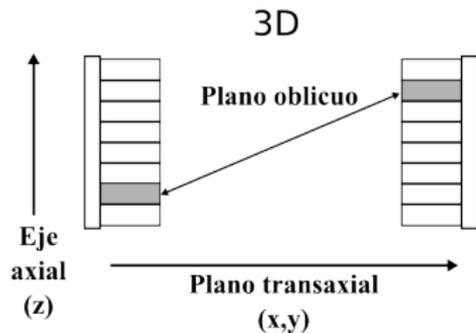
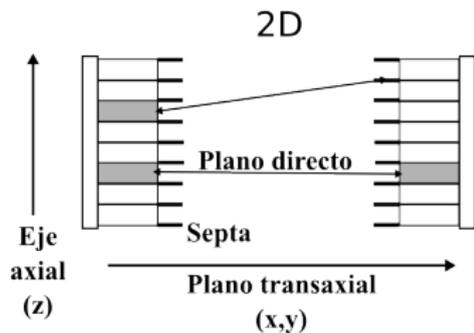
$$c_i^{(n,m)} = \frac{1}{\sum_{j \in s(m)} \sum_{j \in s(m)} \frac{\rho_j a_{ji}}{\sum_{k=1}^M a_{jk} \lambda_k^{(n,m)}}} \quad (5)$$

$$\rho = \sum_{m=1}^N s(m) \quad (6)$$

$$(7)$$

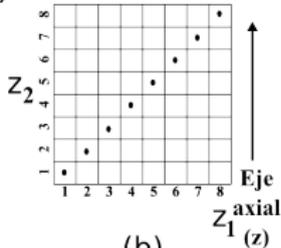
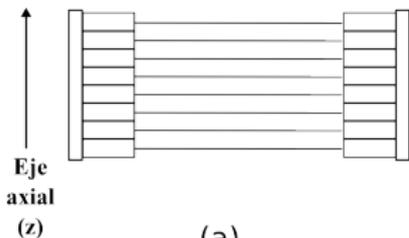


# Modo de adquisición 3D-2D



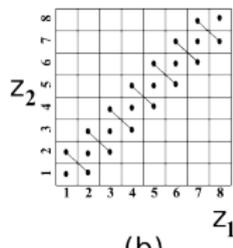
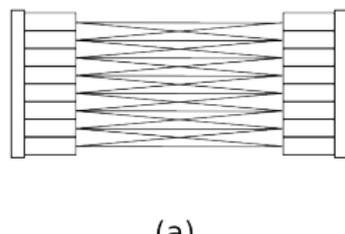
(a)

(b)



(a)

(b)



(a)

(b)

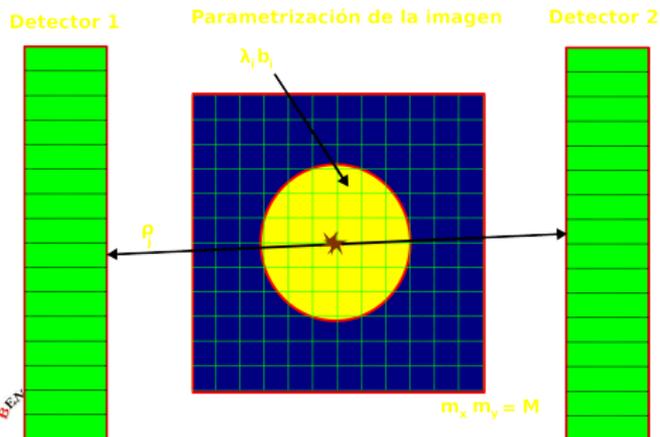
## Single Slice Rebinning

$$\rho_{SSRB}(s, \phi, z_i) = \frac{1}{\theta_{max}} \int_{-\theta_{max}}^{\theta_{max}} \rho(s, \phi, z_i, \theta) d\theta \quad (8)$$

# Matriz de sistema

## Definición

Probabilidad de que un evento de aniquilación ocurrido en el voxel  $i$  del FOV, sea detectado por una línea de respuesta (LOR)  $j$ .



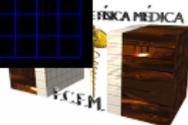
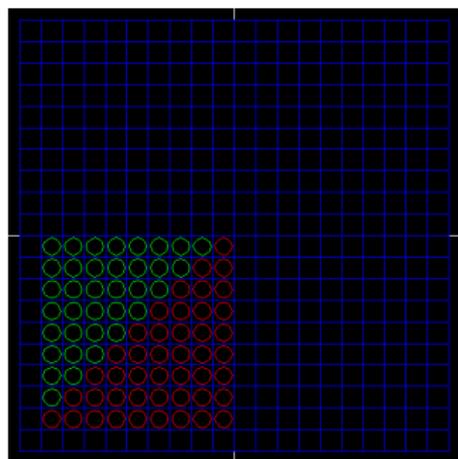
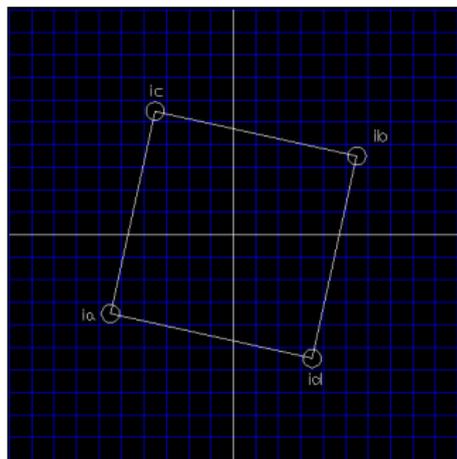
$$\begin{aligned}i'_x &= i_y \\i'_y &= i_x \\i_a &= \{i_x, i_y\} \\i_b &= \{M - i_x - 1, M - i_y - 1\} \\i_c &= \{i_y, M - i_x - 1\} \\i_d &= \{M - i_y - 1, i_x\}\end{aligned}$$



# Matriz de sistema

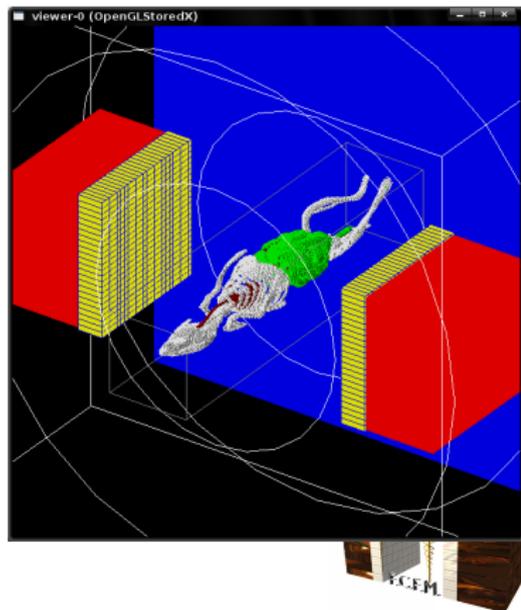
## Definición

Probabilidad de que un evento de aniquilación ocurrido en el voxel  $i$  del FOV, sea detectado por una línea de respuesta (LOR)  $j$ .



## Micro tomógrafo por emisión de positrones (GATE)

<i>Parámetro</i>	microPET
Diámetro (mm)	100
Número de cristales / anillo	48
Número de anillos	24
Tamaño del cristal (mm <sup>3</sup> )	2x2x10
Material del cristal	LYSO:Ce
Ventana de energía (keV)	250-650
Tiempo muerto ( $\mu$ s)	3
Ventana de coincidencia (ns)	10



# Descripción del sistema de reconstrucción

## GATE: Geant4 Application for Tomographic Emission

- Simulación del sistema microPET 2 cámaras.
- Adquisición de la matriz de sistema (datos crudos).
- Adquisición de datos sintéticos: Fuentes puntuales, Derenzo y MOBY.

## Implementación de algoritmos en PYTHON

- Single Slice Rebinning (SSRB) a senograma.
- Generación de la matriz de sistema (64x64 y 128x128).
- Retroproyección filtrada: Rampa y Hamming.
- MLEM-MRP.
- Generación de subconjuntos: Matriz de sistema y Senograma.
- OSEM-MRP.
- Análisis de datos.

# Descripción del sistema de reconstrucción

## GATE: Geant4 Application for Tomographic Emission

- Simulación del sistema microPET 2 cámaras.
- Adquisición de la matriz de sistema (datos crudos).
- Adquisición de datos sintéticos: Fuentes puntuales, Derenzo y MOBY.

## Implementación de algoritmos en PYTHON

- Single Slice Rebinning (SSRB) a senograma.
- Generación de la matriz de sistema (64x64 y 128x128).
- Retroproyección filtrada: Rampa y Hamming.
- MLEM-MRP.
- Generación de subconjuntos: Matriz de sistema y Senograma.
- OSEM-MRP.
- Análisis de datos.

# Resultados

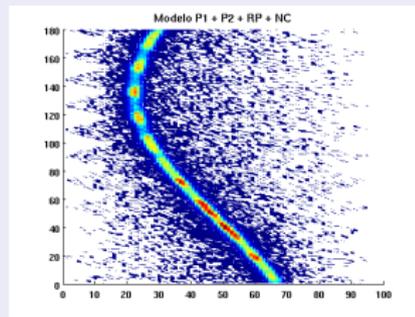
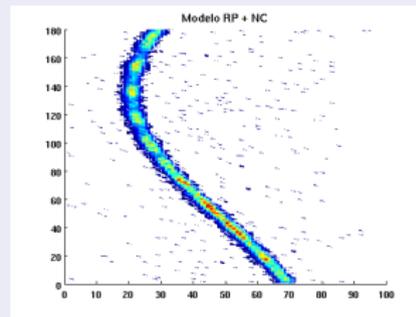
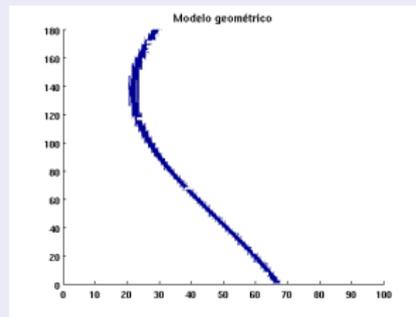
## En general

- 1 Significación estadística de la matriz de sistema
- 2 Comparación entre métodos de reconstrucción
- 3 Resolución espacial (FWHM, *Full Width at Half Maximum*).
- 4 Relación señal ruido (SNR, *Signal-to-noise ratio*)
- 5 Error cuadrático medio (MRSE, *Mean root square error*)
- 6 Reconstrucción completa: Derenzo y MOBY.

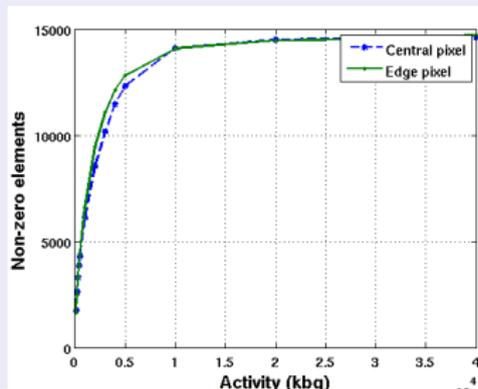
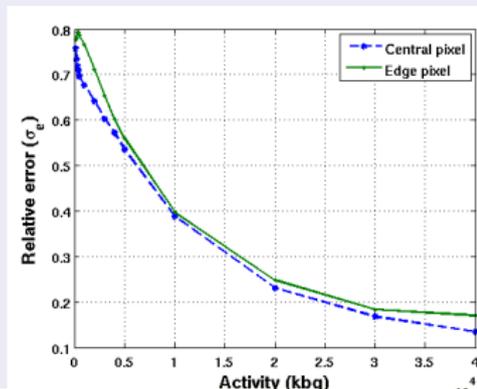


# Matriz de sistema

## Influencia del modelo físico

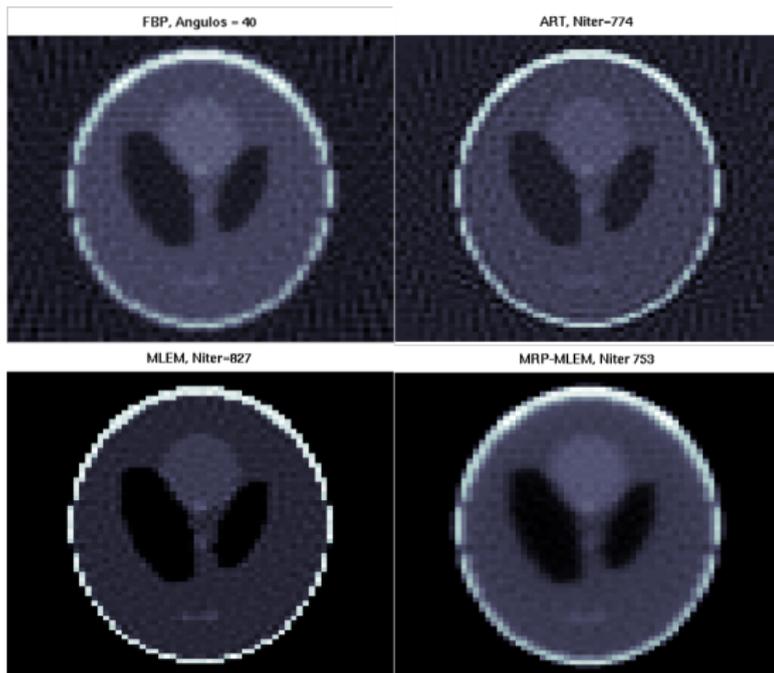
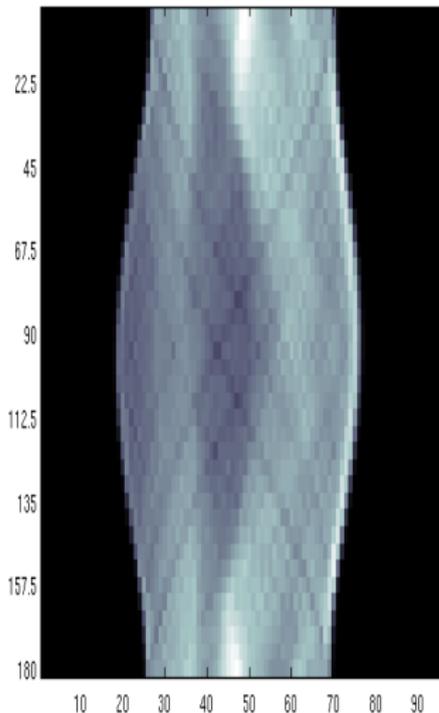


## Error relativo y esparsidad



# Comparación entre métodos de reconstrucción

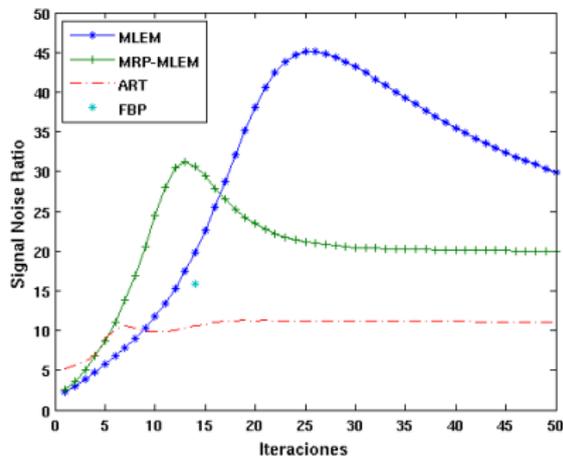
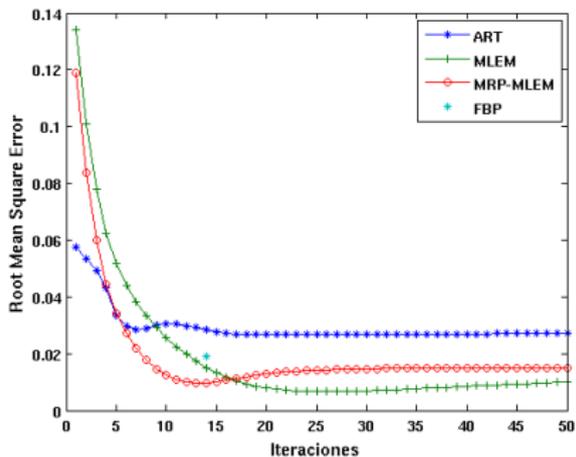
Senograma a 40 ángulos



# Comparación entre métodos de reconstrucción

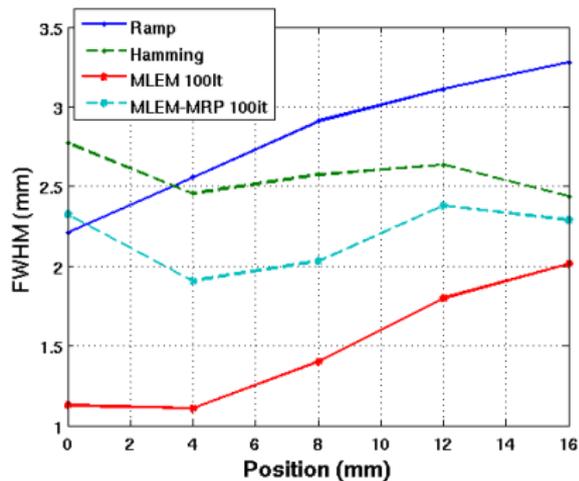
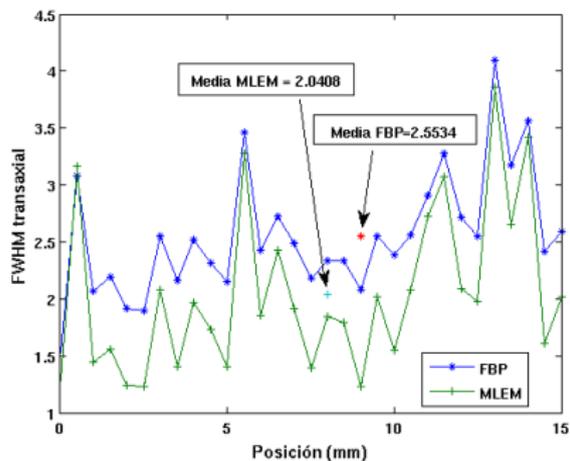
$$\text{MSE} = \sum_{i=1}^{M_{ROI}} \frac{(\hat{\lambda}_i - \lambda_i)^2}{M_{ROI}} \quad (9)$$

$$\text{SNR} = \frac{\sum_{i=1}^{M_{ROI}} \lambda_i^2}{\sum_{i=1}^{M_{ROI}} (\hat{\lambda}_i - \lambda_i)^2} \quad (10)$$

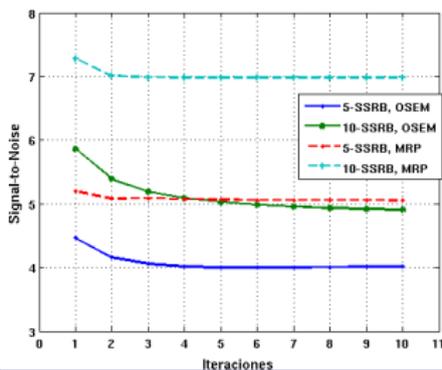
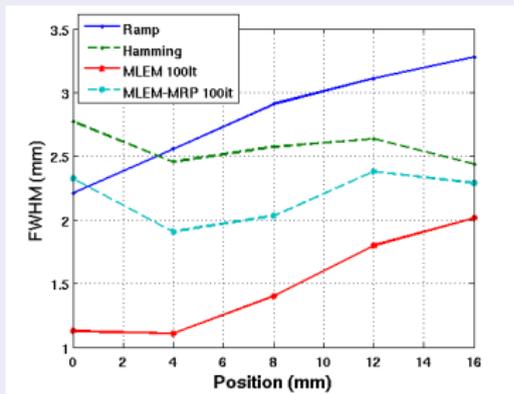
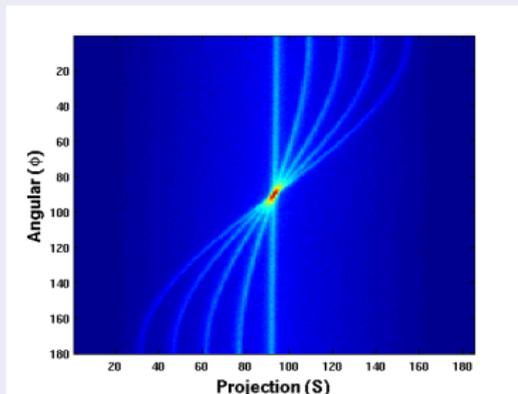


# Resolución espacial

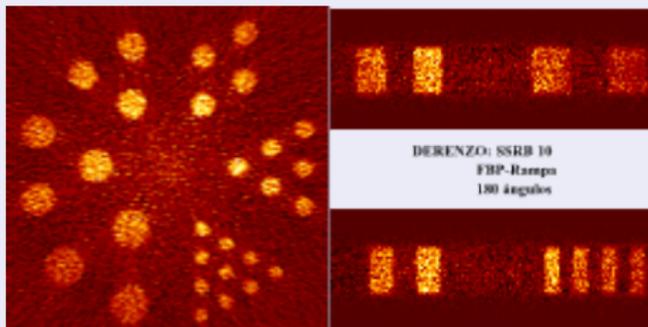
## Fuente puntual



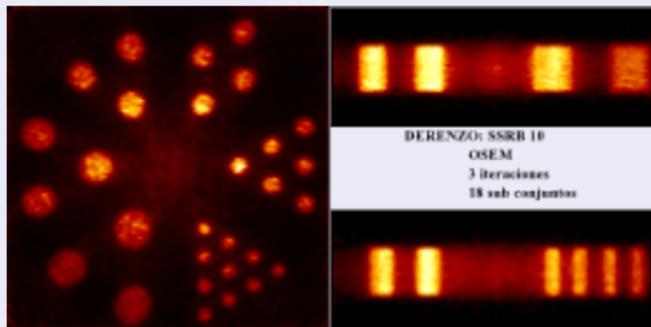
## F-18



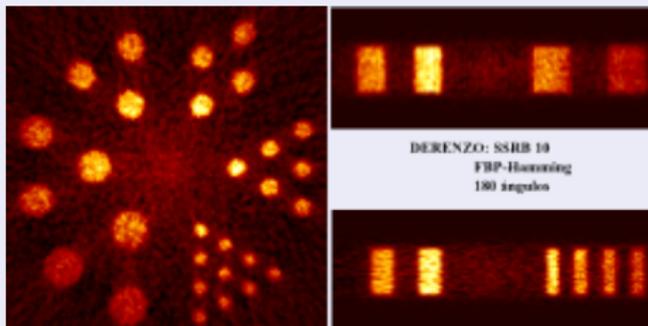
## FBP-Rampa



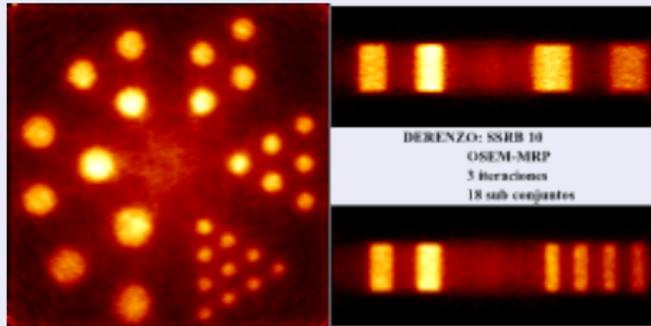
## OSEM, 18 subsets, 3 iteraciones



## FBP-Hamming



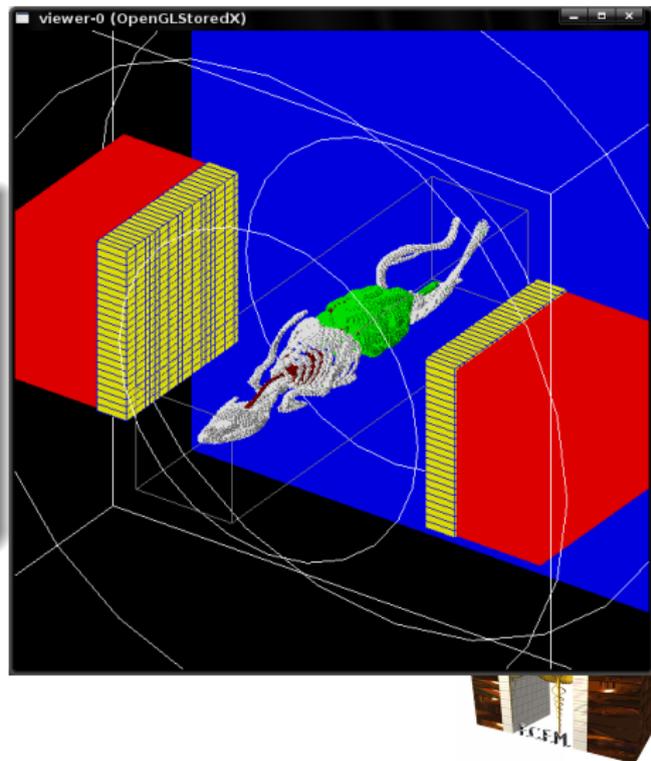
## OSEM-MRP



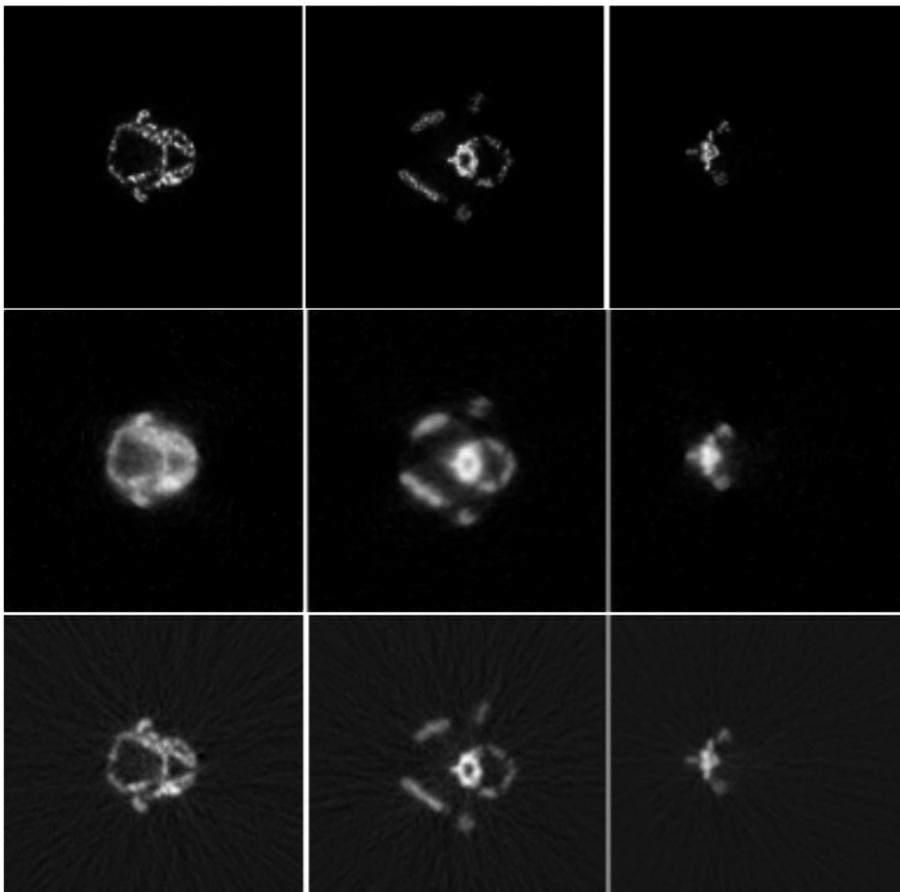
# MOBY Mouse phantom

## Características

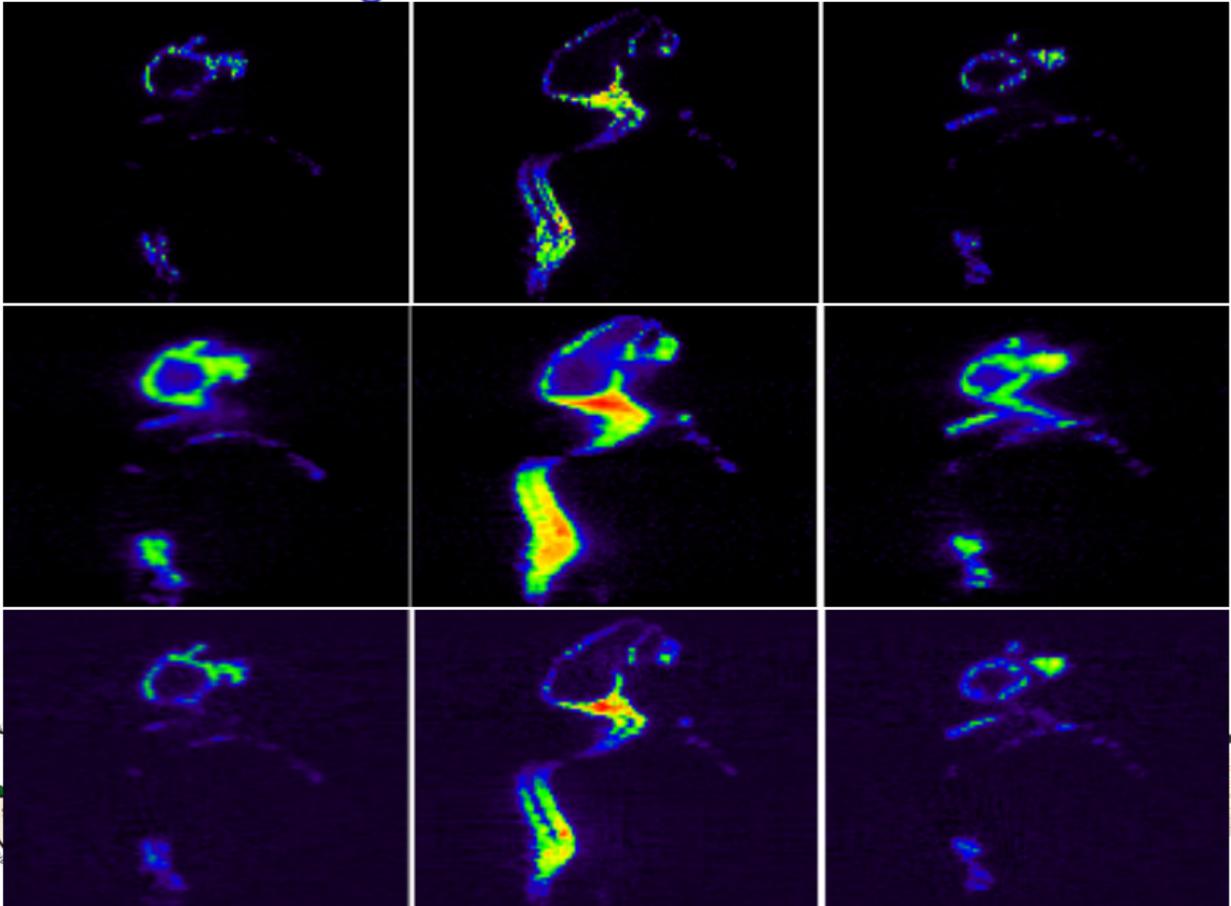
- 128x128x140 slices.
- 300 Bq por voxel.
- 6 min de adquisición F-18.
- SSRB-10 cristales.
- 47 planos reconstruidos



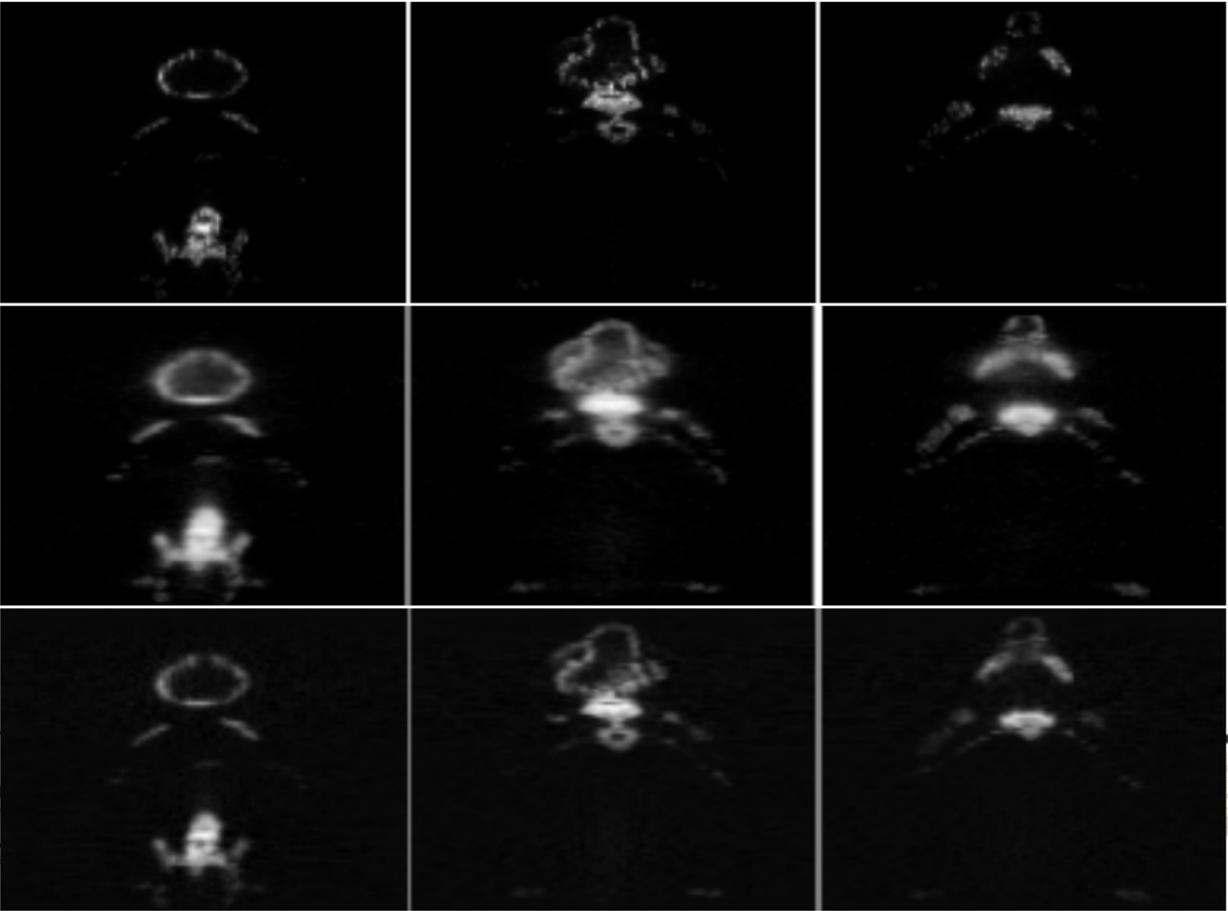
# MOBY: Vista transversal



# MOBY: Vista sagital



# MOBY: Vista coronal



# Conclusiones

- Sistema de reconstrucción 2D:  
OSEM, OSEM-MRP, FBP-Rampa, FBP-Hamming.  
SSRB, Matriz de Sistema (128, 64).
- 800000 eventos por pixel
- Resolución espacial: 1.2 mm
- “Curvas de mérito”
- Reconstrucciones 3D
- 0.2 s - FBP-Hamming, 0.5 s - OSEM, 69 s - OSEM-MRP

