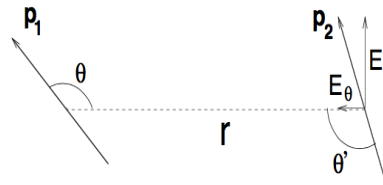


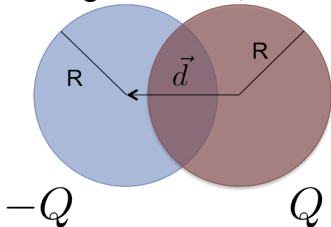
Problemario de Teoría Electromagnética para la admisión al Doctorado

- Una carga puntual q se sitúa a una distancia d de un plano conductor infinito conectado a tierra. Obtenga la carga total inducida sobre el plano integrando directamente la densidad de carga superficial inducida en el mismo.
- Dos dipolos están separados por una distancia r . El dipolo \vec{p}_1 está fijo en un ángulo θ como se muestra en la figura, mientras que \vec{p}_2 es libre para rotar. La orientación de \vec{p}_2 está definida por el ángulo θ' como se ve en la figura. Calcule la dependencia angular entre los dos dipolos **en equilibrio**. *Hint*: Calcule la energía potencial del dipolo \vec{p}_2 en presencia del dipolo \vec{p}_1 , para el cual su campo eléctrico está dado por

$$\vec{E}_{p1} = \frac{3(\vec{p}_1 \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}_1}{r^3}$$

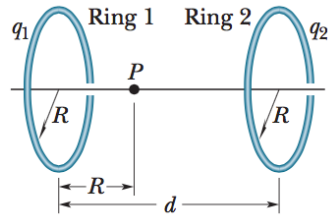


- Una varilla delgada aislada que va de $z = -a$ a $z = +a$ tiene una distribución de carga lineal como se indica (a) $\lambda = k \cos(\pi z/2a)$ y (b) $\lambda = k \cos(\pi z/a)$ donde k es una constante. Hallar el término inicial (primer término diferente de cero) de la expansión del potencial.
- Muestre que el campo eléctrico en la región de traslape de dos esferas de radio R con densidad de carga uniforme, una con carga Q y otra con carga $-Q$, es constante.

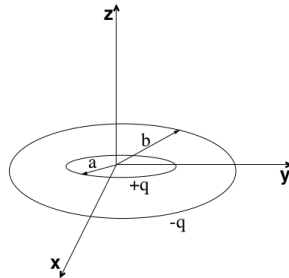


- Calcule el campo eléctrico producido por el término dipolar de la expansión multipolar del potencial electrostático.
- Considere un volumen esférico de radio R cargado uniformemente con una carga total Q . Encuentra el campo eléctrico y el potencial electrostático para cualquier punto del espacio
- Considere un disco de radio R situado en el plano "xy", el cual se encuentra cargado con una densidad superficial $\rho = \rho_0(1 - R/r)$, con $\rho_0 > 0$, y siendo r la distancia de un punto cualquiera hacia el centro del disco. Ahora considere que se monta un eje z que pasa por el centro del disco y es perpendicular al plano "xy". ¿Hacia dónde se moverá una carga puntual q dejada en reposo a una distancia d del centro del disco y sobre el eje z ?
- La figura muestra dos anillos paralelos no conductores con sus ejes centrales a lo largo de una línea común. El anillo 1 tiene carga uniforme q_1 y radio R ; el anillo 2 tiene una carga uniforme q_2 y el mismo radio R . Los anillos están separados por la distancia $d = 3R$. El campo eléctrico

neto en el punto P en la línea común, a la distancia R del anillo 1, es cero. ¿Cuál es la relación q_1 / q_2 ?

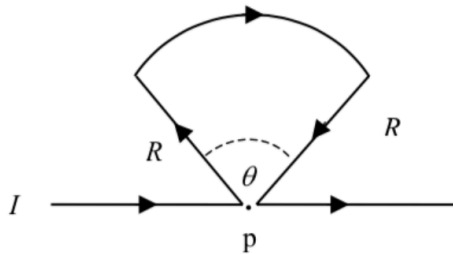


9. Una carga q está colocada a la distancia r del origen y una carga $2q$ es colocada a la distancia $2r$. Hay una carga Q en el origen del sistema de coordenadas. Si todas las cargas son positivas, ¿Qué carga está a más alto potencial?
10. Una esfera de radio R de constante dieléctrica ϵ se carga con una distribución dada por $\rho = k r$ donde k tiene unidades de C/m . a) ¿Qué carga contiene la esfera? b) Halla y bosqueja el campo eléctrico de esta esfera en toda la región del espacio.
11. En la figura se muestran dos anillos concéntricos de radios a y b . Sus cargas son q y $-q$ respectivamente. Calcule el potencial debido a los anillos en términos del monopolo, el momento dipolar y los momentos cuadrupolares. Desprecie los momentos de órdenes más altos.



12. Una distribución esférica de carga está dada por:
$$\rho = \begin{cases} \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases}$$
 - a) Calcular la carga total.
 - b) Encontrar la intensidad del campo eléctrico E y el potencial V en todo el espacio.

-
- 1) Determine el campo magnético en el punto p producido por el conductor de la Fig. 1, que transporta una corriente constante I .



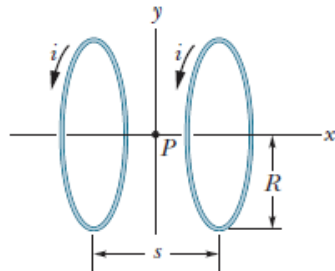
2) Por un filamento conductor en vacío, con forma de triángulo equilátero de lado a , fluye una corriente I . Calcular la intensidad de campo magnético en el centro del triángulo.

3) Muestre que el campo de inducción magnética \vec{B} , para cualquier circuito cerrado que transporte una corriente I constante, es:

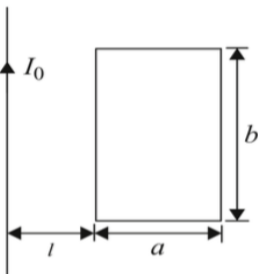
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \nabla \Omega,$$

donde $d\Omega$ es el diferencial de ángulo sólido.

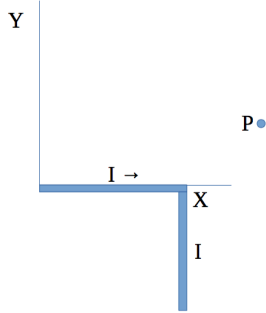
4) En la figura se ilustran dos bobinas coaxiales con 200 espiras cada una de ellas, de radio 25.0 cm separadas por una distancia $s = R$. Ambas bobinas llevan una corriente $i = 12.2$ mA en la misma dirección. Encuentre la magnitud y el campo magnético neto en el punto intermedio P.



5) Un marco de alambre conductor con longitudes laterales a y b descansa sobre una superficie horizontal sin fricción a una distancia l de un alambre largo y recto que lleva una corriente I_0 . La masa del marco es m , y su resistencia total es R . Encuentre una aproximación para la magnitud y la dirección de la velocidad del marco después de que la corriente en el cable recto se haya apagado súbitamente.



6) En un cable conductor, como se muestra en la figura, circula una corriente eléctrica, I . Hallar el campo magnético en el punto P. ¿Qué condiciones deberá cumplir una partícula cargada para que al llegar a P describa una trayectoria circular?

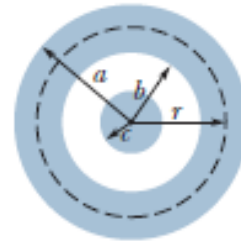


- 7) La figura muestra la sección transversal de un conductor coaxial muy largo, en el que se especifican sus radios (a , b , y c respectivamente). Corrientes iguales pero opuestas i están distribuidas uniformemente en ambos conductores.

Derive las expresiones para $B(r)$ en los intervalos de

distancia

- $r < c$
- $c < r < b$
- $b < r$
- $r > a$.



Pruebe las expresiones halladas en los casos que se dan y si supone $a = 2.0$ cm, $b = 1.8$ cm y $c = 0.4$ cm, grafique $B(r)$ en el intervalo $r = 0.3$ cm

- Una carga puntual q se sitúa a una distancia d de un plano conductor infinito conectado a tierra. Obtenga la carga total inducida sobre el plano integrando directamente la densidad de carga superficial inducida en el mismo.
- Encuentre los campos eléctricos y magnéticos para la radiación de un dipolo estático, en la aproximación de zona de radiación
- Escriba las ecuaciones de Maxwell y su respectiva interpretación física. Muestre explícitamente que los campos $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \beta z) \mathbf{i}$, $\mathbf{H} = (\mathbf{E}_0/\eta) \cos(\omega t - \beta z) \mathbf{j}$, en el espacio libre, satisfacen las ecuaciones de Maxwell y encuentre los valores de β y η .
- Usando una onda electromagnética plana que incide en una interfase que separa dos medios con permitividades ϵ_1 y ϵ_2 , obtenga la ley de Snell de refracción.
- Escriba las ecuaciones de Maxwell y su correspondiente interpretación física de cada una de ellas. Escriba la relación del vector de intensidad de campo magnético con el potencial vectorial magnético y encuentre la expresión de la ecuación de onda en términos del potencial vectorial magnético. Demuestre que en el caso de que la corriente de excitación sea nula se obtiene una ecuación de Helmholtz.
- Usando una onda electromagnética plana que incide en una interfase que separa dos medios con permitividades ϵ_{1y} y ϵ_{2y} , obtenga la ley de Snell de refracción.

- 7) En la mayoría de los casos las componentes E y B de las ondas electromagnéticas son perpendiculares entre sí. Considere el siguiente caso especial donde E y B son paralelas:

$$\vec{E} = E_0 \sin(\omega t) (\sin(kz)e_x + \cos(kz)e_y)$$
$$\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) (\sin(kz)e_x + \cos(kz)e_y)$$

¿Cuál es el vector de Poynting?

- 8) Se demuestra que un dipolo eléctrico que oscila con una frecuencia ω emite ondas electromagnéticas esféricas a su alrededor, cuyo campo eléctrico viene dado por

$$E = \frac{d_0 \sin \theta \omega^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \sin(\omega t - kr)$$

donde d_0 es la amplitud del dipolo. Calcule la intensidad promedio de la radiación y la potencia emitida.