

Examen de Ingreso - DC - PFA: Mecánica Clásica

Julio de 2012 por JMHL

CA de Partículas, Campos y Relatividad General

1. Uno de los intentos por combinar los dos sistemas de ecuaciones de Hamilton en uno consiste en tomar q y p como partes real e imaginaria de un número complejo. Demostrar directamente, a partir de las ecuaciones de movimiento de Hamilton que, en el caso de un sistema de un grado de libertad, la transformación

$$P = Q^*, \quad Q = q + ip,$$

no es canónica. Podemos encontrar otro sistema de coordenadas Q, P que están relacionadas con Q, P mediante un cambio de escala y sean canónicas?.

2. En el caso de un sistema unidimensional con la hamiltoniana

$$H = p^2/2 - 1/(2q^2)$$

demostrar que existe una constante de movimiento

$$D = pq/2 - Ht.$$

3. Demostrar que la transformación

$$Q = \arctan(\alpha q/p), \quad P = \frac{\alpha q}{2} \left(1 + \frac{p^2}{\alpha^2 q^2}\right)$$

es canónica, donde α es una constante arbitraria.

4. Escribir el problema del movimiento de dos puntos materiales sometidos a fuerzas centrales en formulación de Hamilton, eliminando las variables cíclicas y reduciendo el problemas a cuadraturas.

5. La lagrangiana de un sistema puede escribirse en la forma

$$L = a\dot{x}^2 + b\frac{\dot{y}}{x} + c\dot{x}\dot{y} + fy^2\dot{x}\dot{z} + g\dot{y} - k\sqrt{x^2 + y^2}$$

donde a, b, c, f, g y k son constantes. Cuál es la hamiltoniana? Qué magnitudes se conservan?

6. Explique el formalismo de Hamilton-Jacobi.

7. Bajo qué condiciones es posible aplicar el formalismo de pequeñas oscilaciones ?