

Procesos Estocásticos

Evaluación sobre Esperanza Condicional

Fecha: / /2017

Nombre: _____

1. Considere el lanzamiento de 3 monedas con denominación de 1, 5 y 10 pesos, respectivamente. Sea X la suma de las monedas que caen águila.
 - (i) ¿Cuál es el valor esperado de X dado que dos monedas caen águila?
 - (ii) Sea Y la suma de las monedas que caen águila, y que además, tienen denominación de 1 o 5 pesos. ¿Cuál es la esperanza condicional de X dado Y ? (1 punto)

2. Sean (X, Y) un vector aleatorio con función de probabilidad conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{N(N+1)}, & \text{si } x \leq y, \quad x, y \in \{1, 2, \dots, N\} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde N es un entero positivo. Encuentre (i) $E(X|Y)$ y (ii) $E(Y|X)$. (1 punto)

3. Sea g una función de valor real, y suponga que X y Y son conjuntamente distribuidas. Entonces $E(Xg(Y)|Y) = g(Y)E(X|Y)$. (1 punto)
4. Sean X y Y dos variables aleatorias independientes, ambas con distribución uniforme en el conjunto $\{1, \dots, N\}$. Encuentre $E(X|Y-X)$ y $E(Y|Y-X)$. (1 punto)
5. Se eligen, al azar y sin reemplazo, dos tarjetas de una urna que contiene N tarjetas numeradas del 1 al N , con $N \geq 1$. Sean X y Y el menor y mayor, respectivamente, de los números en la tarjetas seleccionadas. Encuentre $E(X|Y)$ y $E(Y|X)$. (3 puntos)
6. Dos jugadores A y B tienen n monedas. Se las reparten de la siguiente manera: lanzan cada moneda y A obtiene las que resultan "águila", digamos X , entonces B obtiene las restantes $n-X$ monedas. Luego, A y B juegan volados independientes y justos, cada vez que A gana (la moneda cae águila) B le da una moneda al jugador A ; y cada vez que pierde le da una moneda a B . El juego termina cuando uno de ellos se queda sin monedas. Sea D_x el número de volados jugados. Encuentre $E(D_x)$, y demuestre que $\rho(X, D_x) = 0$. (3 puntos)