



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO
MATEMÁTICAS

**Cálculo de reservas por la metodología
Bootstrap Chain Ladder**

Tesis presentada para obtener el título de

Licenciada en Actuaría

Presenta

Isabel Gutiérrez Hernández

Director de tesis

Dr. Hugo Adán Cruz Suárez

Junio 2018

Cálculo de reservas por la metodología Bootstrap Chain Ladder

Tesis

Isabel Gutiérrez Hernández

Dr.Hugo Adán Cruz Suárez



Dedicatoria

A mis padres, gracias por sus consejos y palabras de aliento que me han ayudado a crecer como persona, gracias por enseñarme valores y perseverancia que me han llevado a alcanzar esta gran meta. Los quiero mucho.

A mi hermano, gracias por tu apoyo, cariño y por estar en los momentos más importantes. Este logro también es tuyo.

A mi familia, por su apoyo incondicional y ser parte de este sueño, especialmente para mi tío Filomeno y mi tía Anita(QDEP), ya que sin ellos este logro no hubiera sido posible.

A mis profesores, por el tiempo que me brindaron en mi formación, especialmente a mi asesor por su dedicación, ayuda y paciencia en la elaboración del trabajo, así como sus consejos y conocimientos, de igual manera a mis sinodales por haber aceptado revisar este trabajo y aportar sus conocimientos para mejorarlo.

A mis amigos, por su apoyo, comprensión y haber hecho de mi etapa de universidad inolvidable, especialmente a Rubén Blancas por brindarme siempre su hombro.

A mi universidad, por haberme permitido formarme y darme la oportunidad de ver culminada una etapa más en mi vida.

Prólogo

En los últimos años, se ha visto una serie de cambios en la economía que modifica la oferta y demanda, debido a la constante variación de las necesidades, gustos de los consumidores, costos, entre otros. Por ello, las empresas realizan una inversión para llevar a cabo un estudio que revele dichas transformaciones y puedan continuar en el mercado. De esta manera se interpreta que, lo que antes era seguro ahora ya no lo es, y ante tanta incertidumbre, hace falta una protección de tal forma que se pueda examinar la intensidad y ocurrencia, así como contar con los recursos que compensen lo pactado en las pólizas.

El seguro, al reducir la incertidumbre de la Economía, estimula el ahorro, empleo, inversiones, etc, es por ello que las compañías aseguradoras están sujetas a normas necesarias que hacen cumplir con lo pactado en el contrato del seguro. En este sentido, el Banco Internacional de Pago-BIS inició el proceso de reforma de Basilea II, donde se pretende lograr igualdades entre las empresas aseguradoras, transparencia, rentabilidad, mejores acuerdos jurídicos y una digna protección entre el asegurado y el asegurador; evaluando correctamente el riesgo, identificando las distintas causas que impliquen pérdidas de recursos. De igual forma, se pide que las compañías que tengan a su cargo una cantidad mayor de riesgos y/o mayor intensidad, cuenten con los recursos disponibles que aquellas que sean más conservadoras. El equivalente en el entorno asegurador, es conocida como *Solvencia II*.

En la presente investigación, se hace una breve introducción del ramo asegurador y algunas transformaciones hechas por la regulación Europea a la directiva Solvencia II. El trabajo se compone de cuatro bloques, donde se revisará la metodología y se mostrarán ciertas

técnicas estadísticas así como tratar el tema de las provisiones técnicas de seguros que son importantes para las aseguradoras al hacer frente a sus futuras responsabilidades ocasionadas por los siniestros, con ellas se pretende tener una cobertura adelantada ante la incertidumbre del momento en que ocurrirán los siniestros así como sus importes. De este modo se realiza un estudio de las técnicas y métodos para estimar dicho importe, realizando una breve explicación de los métodos existentes en la literatura actuarial para el cálculo de reservas, en el capítulo 1; el método *Bootstrap Chain Ladder*, es en el que se basa este estudio y ayudará a estimar las reservas necesarias que una aseguradora necesita para cumplir con sus objetivos. Al contar con la referencias que enmarcan dicho trabajo y conocer los pasos del método *Bootstrap Chain Ladder* se mostrará con dos casos, el primero corresponde al ejemplo clásico presentado por Taylor, G.C. y Ashe, F.R. (1983), se adiciona un problema obtenido de la paquetería R-Chain Ladder por Carrato Alessandro, Murphy Dan Wüthrich y Zang (2017), que mostrarán la aplicación de los cálculos, para el segundo capítulo. Para el tercer capítulo, se llevará a cabo una aplicación con un ejemplo distinto de la paquetería R-Chain Ladder ocupando la programación de R y la propuesta de un código elaborado en VBA, el cual pretende ser una herramienta que reduzca tiempo en la elaboración del proceso, presentando los resultados y su respectiva interpretación.

Introducción

Solvencia es un tema de suma importancia para las compañías, ya que al ser evaluada se analiza sus activos y pasivos. En el caso de una compañía de seguros de no vida, parte de los pasivos estiman las reservas técnicas de siniestros, llegando a ser un elemento importante en un balance general, el cual ocasiona graves problemas a la empresa en caso que se tenga insolvencia.

Actualmente se lleva a cabo la estimación de las provisiones técnicas de forma muy mecánica, mediante algunos métodos clásicos, elegidos pertinentemente por la compañía de acuerdo a sus necesidades, con la finalidad de encontrar la cantidad necesaria de reservas que ayudarán a hacer frente a futuros siniestros.

Solvencia II es el nuevo esquema que nace en la Unión Europea, el cual pretende ayudar a las deficiencias que una compañía de seguros enfrenta al calcular las provisiones técnicas. Para ello, Solvencia II establece la mejor estimación posible de las reservas utilizando modelos estocásticos que permitan cuantificar la incertidumbre asociada a dichos mecanismos, justificando estadísticamente la metodología utilizada.

A través de este trabajo, se explican algunos términos utilizados por las compañías aseguradoras, métodos estadísticos que facilitan la justificación y comprensión de los métodos de estimación, así como una breve exposición de variantes en la clasificación de los métodos clásicos existentes en la literatura actuarial para la estimación de las provisiones técnicas, centrándonos en la metodología Bootstrap Chain-Ladder (BCLM), siendo la más aplicada dentro del sector asegurador, pues cumple con varios requerimientos establecidos en Solvencia II.

Posteriormente se ejemplificará la metodología presentada mediante el uso de tres bases de datos, las cuales dos de ellas son tomadas de la paquetería de R-Chain Ladder y una muy utilizada por Taylor, G.C. y Ashe, F.R.(1983).

Índice general

1. Preliminares	7
1.1. El proceso de reservas en el ramo asegurador	7
1.1.1. El inconveniente de cálculo de provisiones técnicas en seguros de no vida	9
1.1.2. Tipos de siniestros	9
1.1.3. Reservas	10
1.2. Antecedentes y estructura de Solvencia II	13
1.3. Técnicas estadísticas de remuestreo	17
1.3.1. Monte Carlo	17
1.3.2. Bootstrap	19
1.3.3. Aplicaciones de la metodología Bootstrap	22
2. Modelo Chain Ladder	25
2.1. Métodos para el cálculo de reservas	25
2.2. Aspectos generales	29
2.3. Metodología	31
2.4. Algoritmo	33

ÍNDICE GENERAL
ÍNDICE GENERAL

2.5. Programa BCLM en VBA	35
2.6. Ejemplos	42
3. Aplicación para el cálculo de reservas	59
3.1. Implementación	59

Índice de figuras

1.1. Línea de tiempo de un reclamo	8
1.2. Pilares de Solvencia II	13
1.3. Cadena Monte Carlo	17
2.1. Distribución de los métodos estadísticos para el cálculo de provisiones técnicas	25
2.2. Triángulo por año de origen del siniestro (vertical) y de desarrollo (horizontal)	30
2.3. Triángulo por año de origen del siniestro (vertical) y de desarrollo (horizontal) con datos acumulados	32
2.4. ¿Qué es BCLM?	36
2.5. Instrucciones del programa	36
2.6. Comenzar	37
2.7. Cerrar programa	37
2.8. Presentación del programa	38
2.9. Vista de la pestaña principal	38
2.10. Alerta, indica que faltan datos por anexar	39

ÍNDICE DE FIGURAS
ÍNDICE DE FIGURAS

2.11. Vista de la pestaña, que indica la manera de anexar la base de datos correctamente	39
2.12. Vista de los resultados que se muestran en la “Hoja1”	40
2.13. Vista de los resultados que se muestran en la “Hoja2”	41
2.14. Vista de los resultados que se muestran en la “Hoja2”, parte 2	42
2.15. Base de datos RAA (B1)	43
2.16. Análisis descriptivo y gráfica en B1	44
2.17. Factores de desarrollo en B1	45
2.18. Valores acumulados en B1	45
2.19. Incrementos anuales en B1	46
2.20. Residuos adimensionales de Pearson en B1	47
2.21. Remuestro en B1	47
2.22. Incrementos en B1	48
2.23. Datos acumulados en B1	49
2.24. Factores de desarrollo en B1	49
2.25. Reservas en B1	50
2.26. Reservas en B1	50
2.27. Base de datos (B2)	51
2.28. Análisis descriptivo y gráfica en B2	52
2.29. Factores de desarrollo en B2	53
2.30. Valores acumulados en B2	53
2.31. Incrementos anuales en B2	54
2.32. Residuos adimensionales de Pearson en B2	55

ÍNDICE DE FIGURAS
ÍNDICE DE FIGURAS

2.33. Remuestro en B2	55
2.34. Incrementos en B2	56
2.35. Datos acumulados en B2	57
2.36. Factores de desarrollo en B2	57
2.37. Reservas en B2	58
2.38. Reservas en B2	58
3.1. Base de datos liab (B3)	60
3.2. Análisis descriptivo y gráfica en B3	61
3.3. Factores de desarrollo en B3	61
3.4. Valores acumulados en B3	62
3.5. Incrementos anuales en B3	62
3.6. Residuos adimensionales de Pearson en B3	63
3.7. Remuestro en B3	63
3.8. Incrementos en B3	64
3.9. Datos acumulados en B3	64
3.10. Factores de desarrollo en B3	65
3.11. Reservas en B3	65
3.12. Reservas en B3	66

ÍNDICE DE FIGURAS
ÍNDICE DE FIGURAS

Capítulo 1

Preliminares

1.1. El proceso de reservas en el ramo asegurador

El sector asegurador está compuesto por entidades y organismos, que tienen como fin brindar el servicio de protección frente al riesgo, cumpliendo con ciertas reglas legales, económicas, técnicas y morales. Las entidades aseguradoras, deben contar con recursos financieros suficientes para hacer frente a los siniestros que ocurran, para ello las empresas emiten pólizas, donde se establecen los derechos y obligaciones del **asegurado** y **asegurador**, en relación al seguro contratado, obteniendo financiación por el cobro del precio o **prima** del seguro creando las reservas convenientes, denominadas **reservas técnicas**.

Así, en las compañías aseguradoras, se cambia el proceso de ejecución, se realiza el cobro de primas y después se pagan los siniestros. Cuando es informado el asegurador de un siniestro, está obligado a hacerse cargo parcial o total del **monto de pérdidas** para saldar el **monto reclamado**. El proceso que se describe al reportar una ocurrencia de un siniestro, está representado en la línea de tiempo (Figura 1.1), donde:

t_1 , fecha en la que ocurrió el siniestro.

t_2 , fecha del reporte, cuando se notificó a la aseguradora.

t_3 y t_4 , representan el pago de siniestros, el cual, por trámites que pasa el asegurado como retrasos administrativos, entre otros, es frecuente que el monto del siniestro no se liquide inmediatamente.

t_5 , es el cierre de reclamaciones, cuando el asegurado valora que la fase está completa, concluye su expediente.

t_6 , en caso de que el asegurado considere que el monto del siniestro no es el correcto se continuará la evaluación y no se podrá finalizar, por lo que ocurre la **reapertura**.

t_7 y t_8 , son los nuevos pagos generados al realizar la investigación, surgiendo retrasos de igual forma por disputas, litigios u otro procedimiento.

t_9 , al realizar la evaluación correcta que no afecte el monto, se dará por finalizado el proceso.

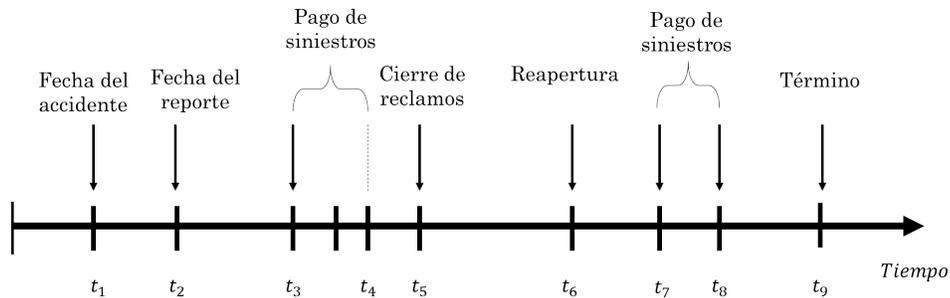


Figura 1.1: Línea de tiempo de un reclamo

Al existir un retraso entre el siniestro y la fecha de liquidación, el asegurador debe establecer una reserva respecto a las reclamaciones que no han sido liquidadas, ocasionando que la estimación de la reserva no sea evaluada con precisión porque el flujo de efectivo se encuentra variando continuamente causando alteraciones en el cálculo. De este modo, es de suma importancia llevar a cabo un análisis cuidadoso de los supuestos y de los métodos que se aplicarán para las estimaciones.

1.1.1. El inconveniente de cálculo de provisiones técnicas en seguros de no vida

La importancia de solvencia para una compañía, es que mediante el adecuado cálculo de las reservas técnicas, prevenga que la aseguradora se vea afectada por la incertidumbre que lleva asociada la estimación. En algunas ocasiones se encuentran dificultades a la hora de estimar las provisiones ya sea porque los siniestros aún no han sido notificados o declarados (Incurred But Not Reported, IBNR), o porque se encuentran pendientes de liquidarse con pago final (Reported But Not Settled, RBNS).

En ese mismo sentido la compañía, al inicio de cada año financiero obtiene una responsabilidad con los beneficiarios de las pólizas que ha vendido. En relación con este año, podrán suceder diversos accidentes o siniestros que generarán a un corto, medio o largo plazo pérdidas para la aseguradora. Algunos de los incidentes ocurridos se notifican y se da solución con un pago dentro del mismo año, pero en otros se podría alargar el periodo de notificación o el pago durante años. De esta manera, dichas situaciones provocan incertidumbre en el momento de evaluar cuánto dinero necesitará la compañía para almacenar y poder hacer frente a los pagos que se generarán cada año. En consecuencia los retrasos en las notificaciones y en las resoluciones de los siniestros son difíciles de predecir, pero una adecuada previsión será importante para asegurar solvencia en la compañía.

1.1.2. Tipos de siniestros

Siniestros ocurridos pero no reportados

De acuerdo al artículo 50 fracción II de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros [12], los siniestros ocurridos pero no reportados (IBNR), son aquellos eventos que se producen en un intervalo de tiempo, durante la vigencia de la póliza, pero que se conocen con posterioridad a la fecha de cierre o de valuación de un periodo contable. El objeto de la reserva por siniestros ocurridos y no reportados es crear provisiones para cubrir los siniestros que no han sido reportados a una fecha determinada, pero que ya ocurrieron.

Los siniestros ocurridos y no reportados, se constituyen por:

- Siniestros ocurridos pero aún no reportados, los cuales se caracterizan porque el acaecimiento del siniestro no ha sido reportado aún, debido a retrasos de tipo administrativo o de la clase de contingencia cubierta.
- Siniestros ocurridos pero no reportados completamente, son aquellos ya ocurridos y reportados, pero cuyo costo está incompleto o no ha sido determinado con precisión.

En este caso en la Figura 1.1, en el intervalo señalado por (t_1, t_2) , la aseguradora es la responsable del monto del siniestro, pues es el convenio acordado con el asegurado, sin embargo, aún no es de su conocimiento dicho evento. Así, a este tiempo se le conoce como el intervalo en que el siniestro ha ocurrido pero no se ha reportado a la aseguradora; cada empresa de seguros deberá constituir y valorar dicha reserva tomando como base el método actuarial de cálculo que en su opinión sea acorde con las características de su cartera y experiencia siniestral, asimismo, para estar preparada a este suceso acumulando una reserva.

Siniestros ocurridos pero no liquidados

Basándonos en la Figura 1.1 en el intervalo de tiempo (t_2, t_8) , donde la aseguradora ya fue informada del suceso, comenzando con la estimación del monto a pagar (t_3, t_4) , en t_5 , se llevó a cabo el primer cierre del monto final evaluado, sin embargo, en t_6 el caso fue reabierto y nuevas estimaciones aparecieron (t_7, t_8) , mientras transcurre este tiempo se dice que el siniestro ocurrido fue reportado pero no es liquidado aún por el asegurador, por las diversas estimaciones sobre el monto final, ningún siniestro es liquidado al momento.

Los siniestros reportados pero no liquidados se pagan de la prima devengada y difieren de los incurridos pero no reportados en la forma que han sido “reportados” a la aseguradora, pero coinciden en que ninguno de los datos han sido completamente saldados durante el cierre del periodo contable.

1.1.3. Reservas

En la sección anterior se mencionó, un retraso entre el evento y la fecha de liquidación, siendo ésta la causa por la que el asegurador debe establecer una reserva respecto a las

reclamaciones que aún no han sido liquidadas. Sin embargo, la estimación de la reserva no puede ser calculada con precisión por el tiempo de demora del siniestro en ser registrado, pues el flujo de efectivo varía continuamente provocando alteraciones en la estimación. Para ello se necesita información adicional sobre la suficiencia de la reserva y en consecuencia realizar un cuidadoso estudio de los métodos y supuestos que serán utilizados para las estimaciones.

La reserva requerida en ese momento es el recurso que tiene como finalidad hacer frente a las obligaciones ocasionadas por el asegurado a medida en que se van liquidando. Dichos beneficios que no son repartidos por la aseguradora con el objetivo de hacer frente a futuras obligaciones, deben ser evaluadas correctamente realizando una buena estimación de acuerdo a su posición financiera, ya que es una de las cantidades más importantes que deberá maximizar su viabilidad y rentabilidad.

El asegurado es el más interesado en conocer la solvencia de una aseguradora en el transcurso de la vigencia de la póliza que ha adquirido para hacer frente a siniestros futuros, para ello puede apoyarse de la información transparente de los agentes regulador y fiscal, que son los que obligan a las compañías aseguradoras a publicar o basarse en estudios realizados por empresas privadas dedicadas a otorgar calificaciones crediticias para empresas financieras y así convencerse de contratar el seguro.

El agente regulador interesado en la solvencia de las compañías aseguradoras, fija una serie de normas. Las cuales tiene como finalidad garantizar la protección y defensa de los intereses de los tomadores, asegurados y los beneficiarios de los contratos de seguros y reaseguros, apeándose a las reglas establecidas al momento de calcular la reserva, con la finalidad de reducir la probabilidad de incumplimiento y faciliten el incremento del bienestar social en sus participantes.

El agente fiscal, a cargo de obligar a mantener actualizada la declaración de los ingresos obtenidos de las compañías aseguradoras, entonces ésta deberá estimar la reserva de tal modo que refleje los pagos reales o lo más parecido a ellos.

Técnica para la estimación de reservas

Para la estimación de las reservas, en general se tienen los siguientes pasos:

1. Realizar un modelo de estimación, estableciendo las hipótesis y suposiciones que se quiera que se satisfagan.
2. Realizar un ajuste al modelo propuesto, de acuerdo a las observaciones pasadas.
3. Evaluar el modelo ajustado con las suposiciones, para aceptarlo, rechazarlo y/o ajustarlo un número elevado de veces.
4. Emplear el modelo para hacer predicciones sobre futuras estadísticas de interés.
5. Realizar la interpretación y selección de los resultados.

Estimación de las reservas de acuerdo a la Regulación Mexicana

En México, una reserva se refiere a la mejor estimación de las pérdidas pendientes (**BEL**-*Best Estimate Liability*), creada para afrontar compromisos derivados de las pólizas, la cual se estima como el promedio de reclamaciones futuras. Sin embargo, lo ideal sería estimar una reserva robusta que permita la solvencia económica a las aseguradoras, por ello se agrega un Margen de Riesgo (**MR**); dicho MR se refiere a la posible desviación en eventos desfavorables, por lo tanto, el margen de riesgo será el monto que garantice que la reserva técnica sea suficiente. Entonces:

$$\boxed{\text{Reserva} = \mathbf{BEL} + \mathbf{MR}}$$

Al determinar el monto de las reservas, se está calculando el monto de los pasivos de la aseguradora y a su vez la utilidad. En México, para el 2013 se implementó una nueva regulación, Solvencia II, teniendo como objetivo permitir a las autoridades, supervisar para detectar a tiempo los problemas que podrían surgir entre los aseguradores de tal manera que se pudiera proteger mejor a los asegurados, así como, llevar a cabo el cumplimiento por parte de la aseguradora, al contar con los recursos financieros necesarios para hacer frente a los siniestros futuros. El principal recurso con que cuentan las aseguradoras para tales efectos son las reservas técnicas.

1.2. Antecedentes y estructura de Solvencia II

Solvencia II, apareció el 17 de Diciembre de 2009 publicado en el diario oficial de la Unión Europea, contando con un total de 312 artículos y siete anexos. Formando la base del nuevo esquema sobre tres pilares.

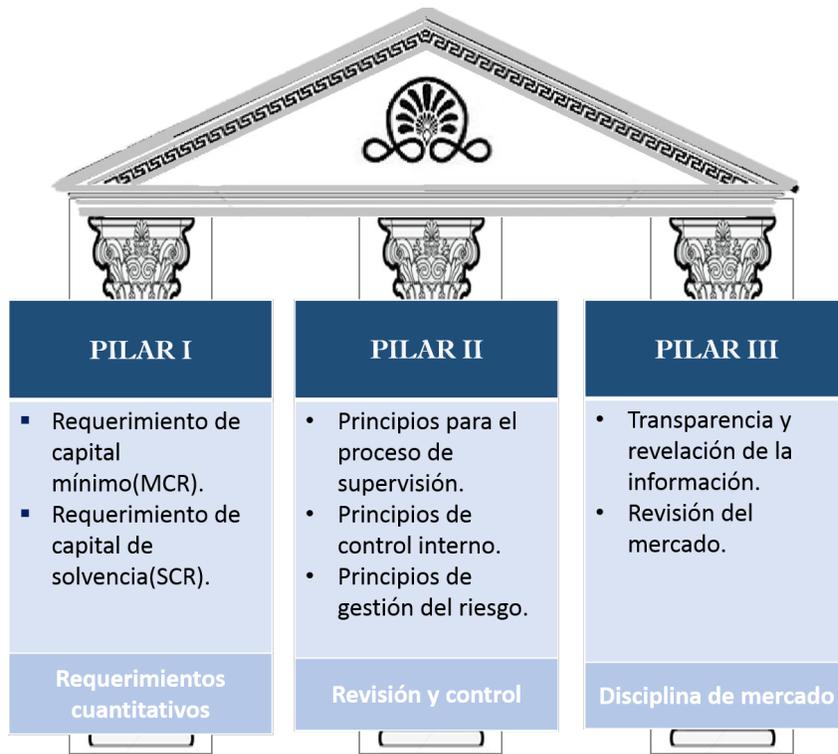


Figura 1.2: Pilares de Solvencia II

Solvencia II tiene como fin establecer un esquema común en la administración de riesgos de las compañías de seguros y reaseguros, a través de la definición del requerimiento de capital de solvencia, así como la instalación de procesos y procedimientos para identificar, medir y gestionar los niveles de riesgo asumidos. Esta iniciativa ha sido aceptada internacionalmente, por lo que son varios los países que están realizando acciones para adoptarla dentro de sus marcos regulatorios, México es uno de ellos.

Es importante resaltar que uno de los principales objetivos de Solvencia II es el desarrollo y establecimiento de un sistema que permita medir los recursos necesarios, para garantizar la solvencia de una aseguradora en función de los riesgos asumidos por ésta. La solvencia de una entidad no debería estar basada únicamente en datos financieros,

sino que deben considerarse otros aspectos, tales como su exposición al riesgo, tamaño, estrategias, políticas de protección en reaseguro, etc.

Con la instrumentación de Solvencia II se busca lograr que cada aseguradora conozca cómo está afrontando los distintos riesgos que asume, la capacidad de gestión de los mismos y la incidencia que tienen en las distintas líneas de negocio. Todo esto para determinar el importe de recursos propios que debe destinar para sus coberturas.

En ese sentido, lo que se busca es:

1. Reducir el riesgo de que una compañía no sea capaz de hacer frente a sus obligaciones.
2. Disminuir las pérdidas asumidas por los asegurados, en caso que una compañía no sea capaz de hacer frente completamente a todas sus obligaciones.
3. Ofrecer un sistema de aviso preventivo que permita a los reguladores actuar inmediatamente, en caso de que el capital a mantener caiga por debajo de los niveles mínimos requeridos.
4. Fomentar la confianza en la estabilidad financiera del sector asegurador.
5. Mejorar la eficiencia en los mercados.
6. Establecer requerimientos de capital más acordes con el perfil de riesgo específico de las instituciones.
7. Una mejor Administración de Riesgos.
8. Mayor transparencia y revelación de información a los participantes del mercado.

Como se ha dicho antes, la iniciativa de Solvencia II está diseñada sobre tres pilares que incluyen:

- Eficiencia de recursos financieros: reservas técnicas y capital (**Pilar I**).
- Firme sistema de control, es decir, un proceso efectivo de revisión por parte de los supervisores así como un sistema efectivo de administración de riesgos por parte del gobierno corporativo (**Pilar II**).
- Revelación de información, transparencia y disciplina del mercado (**Pilar III**).

Pilar I.- Este pilar tiene en consideración la determinación cuantitativa de Solvencia II. El pilar se centra en **capital requerido y capital disponible**, teniendo como diferencia el capital adicional obligatorio que la aseguradora debe mantener denominado *capital buffer*. El ratio es la división del capital disponible entre el capital requerido.

Capital disponible Dividido en tres partes, capital tangible; en libros de la aseguradora, siendo el más importante en Solvencia II. El segundo, permite utilizar el 100 % del valor presente de los beneficios futuros de los seguros de vida. Siendo muy sensible a los tipos de interés, afectando notablemente el cálculo del valor presente. Así, el tercer componente es la deuda subordinada; siendo estricto en los activos, ya que, deben estar limitados en porcentajes en función de cómo sean considerados: como capital Tier I, capital Tier II o capital Tier III.

- 1) Capital Tier I.-Representado por la diferencia del valor de los activos y pasivos, con las siguientes características:
 - a) Duración mayor a 30 años desde su origen.
 - b) Amortizable por más de 5 años desde su emisión.
- 2) Capital Tier 2.-Deuda subordinada con las siguientes características:
 - a) Duración de más de 10 años desde su origen.
 - b) Amortizable por más de 5 años desde su emisión.
- 3) Capital Tier 3.-Deuda subordinada con las siguientes características:
 - a) Duración por más de 3 años desde su origen.
 - b) Amortizable por más de 3 años desde su origen.

Capital requerido Se cuenta con dos tipos de exigencias de capital: el **Minimum Capital Requirement (MCR)**, describiendo el nivel mínimo de capital para que una compañía aseguradora opere en el mercado y el **Solvency Capital Requirement (SCR)** siendo el capital objetivo que debe garantizar protección a los asegurados como al asegurador. Por otra parte el MCR, debe cubrir shocks simulados con una posibilidad de 1 año entre 7, siendo el capital mínimo que una aseguradora debe mantener. Mientras SCR, es la cobertura con posibilidad de 1 año entre 200.

Al implementar Solvencia II en el pilar I se presentan ventajas como evitar la doble cuenta del capital disponible, ya que se juntan todos los activos de las compañías y son utilizados para cubrir los pasivos. Además de que los activos están disponibles para cubrir las pérdidas con independencia de su origen.

El Pilar II se ocupa de definir las reglas de supervisión, control interno y gobierno corporativo.

Pilar II.- Este segundo pilar abarca la implementación de los métodos de supervisión y su papel en la aprobación del cálculo de los requerimientos de capital. Este pilar permite determinar si la compañía dispone del suficiente capital para el riesgo, estableciendo reglas para el control de la gestión de la empresa, haciendo referencia a aspectos como:

- Rediseño del modelo operativo.
- Los activos y la gestión financiera.
- Evaluación del beneficio de diversificación entre productos y unidades de negocio.
- Mejora e integración de los métodos de control existentes.
- Desarrollo de una estrategia de conformidad con los requisitos de Solvencia II y establecimiento de un proceso que permita evaluar el riesgo.

El Pilar III busca establecer las obligaciones de información que las aseguradoras deberán presentar al mercado.

Pilar III.- La uniformidad en las prácticas de información a los mercados y supervisores es el objetivo que persigue este pilar. Ello implica la necesidad de una mayor disponibilidad de la información que puede materializarse a través de la publicación de informes anuales y periódicos.

- Comprensión de los requisitos de divulgación, promoviendo la información de los principales interesados en los impactos potenciales.
- Desarrollo de una estrategia de divulgación.
- Diseño de los informes que se harán públicos.

- Desarrollo de los procesos y sistemas de reporting, tanto a nivel interno como a nivel externo.
- Diseño y mantenimiento de un sistema de gestión de datos eficaz que permita que los cálculos de riesgo se lleven a cabo puntualmente. La transparencia a efectos de capital.

En esta tesis el estudio está centrado en el Pilar I.

1.3. Técnicas estadísticas de remuestreo

1.3.1. Monte Carlo

El método de Monte Carlo abarca una colección de técnicas que permiten obtener soluciones de problemas matemáticos o físicos por medio de pruebas aleatorias repetidas. En la práctica, las pruebas aleatorias se sustituyen por resultados de ciertos cálculos realizados con números aleatorios

Para crear un modelo exitoso mediante el método de Monte Carlo debemos seguir la siguiente cadena:

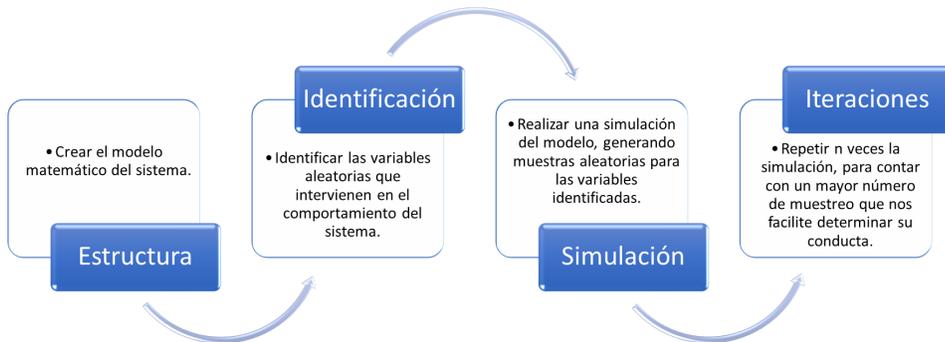


Figura 1.3: Cadena Monte Carlo

Ejemplo: Aproximación de Integrales: Una aplicación inmediata del método, es

el cálculo de integrales definidas.

Es claro que el método de Monte Carlo no provee el valor exacto deseado, sino una aproximación. La justificación inicial del uso de Monte Carlo proviene de dos teoremas de la probabilidad y la estadística, la Ley Débil de los Grandes Números y el Teorema Central del Límite. Sea X_1, X_2, \dots, X_n un conjunto de variables aleatorias i.i.d. Sea $S_n = X_1 + \dots + X_n$. Si existe la esperanza $\mu = E[X_i]$, entonces la Ley Débil de los Grandes Números indica que, para todo $\varepsilon > 0$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left[\left| \frac{S_n}{n} - \mu \right| > \varepsilon \right] = 0.$$

La interpretación es que si se suma n muestras independientes de X_i , la probabilidad que la suma (normalizada por n) esté lejos del valor exacto a estimar μ tiende a 0 con n . Si, adicionalmente, existe la varianza $\sigma^2 = E[(X_i - \mu)^2]$, el Teorema Central del Límite implica que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left[\left| \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \right| < a \right] = (2\pi)^{-1/2} \int_{-a}^a e^{-x^2/2} dx .$$

Dado que el término de la derecha es la distribución de probabilidad de una variable aleatoria normal de media 0 y varianza 1, este teorema indica cuál es el comportamiento asintótico de la distribución del error cometido al emplear S_n como estimador de μ . Ambos resultados proveen la motivación para aplicar Monte Carlo, ya que indican que con un número suficientemente alto de experimentos, es posible estimar el parámetro deseado incurriendo en un error con alta probabilidad, y permiten cuantificar asintóticamente la relación entre estos dos valores (error y probabilidad) a través de la distribución normal.

Sin embargo, es preciso ser cauteloso en la aplicación práctica del método, ya que en ocasiones no verifican las hipótesis de estos dos teoremas. Por un lado, las limitaciones computacionales imponen una cota superior a los valores de n que se pueden emplear (y cuando se emplean números pseudo-aleatorios, la naturaleza cíclica de éstos hace que no sea posible obtener una cantidad arbitraria de muestras independientes). Por otra parte, las estimaciones de errores a partir del Teorema Central del Límite sólo son válidas asintóticamente, pero su calidad para un valor de n dado depende de la velocidad de convergencia de la distribución de $S_n - n\mu$ a la distribución normal, lo que introduce una nueva fuente de error.

1.3.2. Bootstrap

La técnica Bootstrap proporciona estimaciones del error estadístico, imponiendo escasas restricciones sobre las variables aleatorias analizadas y estableciéndose como un procedimiento de carácter general, independientemente del estadístico considerado.

El Bootstrapping (o Bootstrap) es un método de remuestreo propuesto por Bradley Efron en 1979. Se usa frecuentemente para la distribución estadística de los datos de estudio así como aproximar el sesgo o la varianza de un análisis estadístico para construir intervalos de confianza o realizar contrastes de hipótesis sobre parámetros de interés.

En la literatura actuarial, el método Bootstrap aparece, por ejemplo, en Taylor (1987), Kirschner, Taylor y McGuire (2005, 2007), Inglaterra y Verrall (1999, 2007), Inglaterra (2002), Lowe (1994).

Este método de simulación basado en la información recogida que se puede utilizar para hacer inferencias, consiste en extraer, de una muestra inicial, un número grande de muestras aleatorias con reemplazo de tamaño n , de tal manera que los datos de la muestra pueden aparecer de manera repetida o sólo una ocasión en las muestras siguientes, o incluso no aparecer.

La simulación consiste en un número elevado de repeticiones del proceso de generación de muestras, supongamos 100,000 veces, para llevar a cabo las inferencias. Entonces a partir de esto, lo que se desea estudiar es la precisión derivada de la muestra como la media o la mediana; así el número de las diferentes muestras que se pueden obtener es (Hall, P. The Bootstrap, 2012) :

$$\binom{2n-1}{n} = \frac{(2n-1)!}{n!(n-1)!}. \quad (1.1)$$

Aspectos Generales

La idea general detrás del Bootstrap es hacer un nuevo muestreo de datos. El remuestreo toma lugar, a partir de los propios datos, es decir, se busca un modelo apropiado. Con la ayuda de esta estructura, se vuelve a muestrear nuevos conjuntos de datos del conjunto

de las cantidades observadas.

Dichos valores forman una distribución de frecuencias que permite obtener los estimadores de la muestra, como: media, varianza, desviación estándar, sesgo, entre otras.

Sea F una función de distribución, $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ el vector de datos de la muestra original tal que $X \sim F$, es decir, son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Sea $(X^{*1}, X^{*2}, \dots, X^{*n})$ la muestra correspondiente a las extracciones aleatorias de la muestra original y $\hat{\theta}^{*t} = \hat{\theta}(X^{*1}, X^{*2}, \dots, X^{*n})$, el estadístico de interés.

De esta forma, la idea del método es considerar que los datos muestrales constituyan los datos de toda la población de estudio a partir de la cual se extraerán las muestras con reemplazo, entonces para cada remuestreo se calcula el valor del estimador Bootstrap, mismo que se utilizará para estimar la variabilidad muestral.

Considerando que conocer los datos de la muestra no equivale a conocer la manera en que se distribuyen los mismos, Solanas y Sierra (1992), mencionan que la técnica puede ser:

- **No paramétrica:** los valores de la muestra permiten obtener la distribución empírica, constituyendo así la estimación no paramétrica de máxima verosimilitud de la función de distribución F .
- **Paramétrica:** se conoce de manera previa la función de distribución que corresponde a la variable aleatoria objeto de estudio, aunque no se conozcan los parámetros de la misma.

Una vez dicho esto, se dice que las técnicas de remuestreo se caracterizan por la obtención de submuestras a partir de los datos que constituyen la muestra original, permitiendo evaluar diferentes propiedades de los estimadores. En este sentido, la técnica Bootstrap, posibilita estudiar el error estadístico, ya sea en cuanto a sesgo, error estándar o tasa de error en predicción. De esta manera la forma en la cual la estrategia Bootstrap realiza el remuestreo es:

1. Se selecciona un estadístico de interés, sea media, mediana, correlación, etc.

2. Se obtiene una muestra correspondiente a la realización de n variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Representando esta muestra como x_1, x_2, \dots, x_n .
3. Se estima la distribución F ; mediante el uso de número aleatorios, se obtienen los valores para la variable de estudio. Se continúa con iteraciones n veces, con la finalidad de obtener un conjunto de datos que conformarán la denominada muestra Bootstrap. Al tener la muestra se continúa a obtener el estadístico de interés.
4. Mediante la técnica Monte Carlo, se obtiene un valor de la variable aleatoria X . Repitiendo este proceso n veces, se obtiene un conjunto de datos que constituyen la muestra Bootstrap, que se representará con la notación $x_{1,i}^*, x_{2,i}^*, \dots, x_{n,i}^*$, denotando con i a los datos correspondientes a la i -ésima muestra Bootstrap. Para cada muestra se obtiene el estadístico de interés que, se denotará como $\hat{\theta}^{*i} = \hat{\theta}(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ para diferenciar del valor de la muestra original.
5. Repitiendo el paso anterior el número de veces que se determine, supóngase b ocasiones, se obtendrá la cantidad correspondiente de estimaciones del estadístico.
6. Al tener las muestras Bootstrap generadas se procede a realizar las diferentes estimaciones de los parámetros de interés y del error estadístico.

Las estimaciones del error estadístico más relevantes son:

- Desviación estándar o error estándar

$$\hat{\sigma}_{boot} = \sqrt{\frac{1}{b-1} \sum_{t=1}^b (\hat{\theta}^{*t} - \hat{\theta}^*)^2}. \quad (1.2)$$

- Media de la distribución muestral Bootstrap

$$\hat{\theta}^* = \sum_{t=1}^b \frac{\hat{\theta}^{*t}}{b}. \quad (1.3)$$

- Sesgo del estadístico

$$sesgo_{boot}(\hat{\theta}) = \hat{\theta}^* - \hat{\theta}. \quad (1.4)$$

- Intervalos de confianza

$$IC = \hat{\theta} \pm Z_{\alpha} * \frac{\hat{\sigma}_{boot}}{2}. \quad (1.5)$$

Bootstrap no paramétrico

El Bootstrap no paramétrico de Efron puede ser visto como una simulación de una distribución empírica \hat{F}_n , es decir, simulando desde un modelo no paramétrico donde las observaciones son i.i.d. con una distribución desconocida F . Supongamos que tenemos información adicional sobre la clase de distribución de Z_i , es decir,

$$Z_1, \dots, Z_n \text{ i.i.d. } \sim F_\theta,$$

en donde F_θ denota un tipo de distribución con parámetro desconocido θ . A fin de volver a muestrear nuestra muestra Bootstrap, primero se estima el parámetro desconocido ϑ por $\hat{\theta}$ (Como mínimos cuadrados o MLE). El Bootstrap no paramétrico entonces usa la distribución de Bootstrap,

$$Z_1^*, \dots, Z_n^* \text{ i.i.d. } \sim \hat{F}_\theta = F_{\hat{\theta}}$$

En lugar de la distribución empírica (1.2). Todos los demás pasos en el procedimiento de arranque son luego hechos como en el método no paramétrico.

1.3.3. Aplicaciones de la metodología Bootstrap

Dado que el método Bootstrap es una técnica de remuestreo, que permite resolver problemas de estimación, de intervalos de confianza, o pruebas de significancia estadística, se puede utilizar en diversas disciplinas, debido a que una de sus principales ventajas radica en que se puede prescindir de supuestos relativos a una determinada distribución teórica, y mediante el uso de una cierta muestra se pueda estimar de manera inductiva la distribución de la misma (Ledesma, 2008).

Los métodos Bootstrap no sólo se aplican al contexto actuarial, sino también en otras áreas, como Vinuesa (2008), donde realizó estudios a la Inferencia Filogenética Molecular, en el cual dice que describir una secuencia de ADN carece en sí misma de significado, pero si se le pone un porcentaje de identidad entre las cadenas que la integran, se puede observar de manera más intuitiva el grado de parentesco. Es así, que lo que busca es minimizar el desfase entre la distancia evolutiva y topológica a través de la utilización de

métodos como el de mínimos cuadrados, mismo que permite encontrar la combinación de valores que maximice el ajuste entre las distancias mencionadas, de igual forma, utiliza el método Bootstrap para estimar el error de muestreo, y recrear un nuevo árbol que resume la información topológica recuperada de las pseudoréplicas Bootstrap, las cuales indicaban que las biparticiones de la filogenia estaban altamente justificadas según las proporciones (porcentajes) de Bootstrap.

Así mismo, López et al., (2004) realizaron un trabajo cuyo objetivo era la utilización del método Bootstrap no paramétrico, para obtener los errores estándares e intervalos de confianza para el coeficiente de determinación (R^2). Las estimaciones resultaron ser razonablemente precisas, particularmente en los casos en los que el ratio entre el número de sujetos y el de variables es adecuado, además, la eficiencia de los intervalos de confianza fue sensible a las condiciones mencionadas.

Por otra parte, la aplicación del método Bootstrap en la ciencia actuarial, de manera específica, en el cálculo de reservas, Álvarez (2012) utilizó el método ChainLadder para la estimación puntual de la reserva de una compañía aseguradora, y el método Bootstrap para una estimación por intervalos. El procedimiento de este estudio permite realizar inferencias y estimaciones, incluso desconociendo la función de distribución de la variable de estudio y sin tener que realizar algún tipo de supuesto, el método parte de los datos históricos conocidos, y las estimaciones se obtienen basándose en la experiencia siniestral de cada compañía, sin embargo, la metodología presupone que no se producirán modificaciones temporales en la estructura de los pagos. El autor menciona que la utilización del Bootstrap es necesaria, debido a que se desconoce la función de distribución de los pagos realizados anualmente, y resalta que cada compañía debe estimar las reservas y provisiones atendiendo a la estructura de su negocio o su experiencia siniestral.

Capítulo 2

Modelo Chain Ladder

En este capítulo se presenta el método de estudio en este trabajo, “Bootstrap Chain Ladder”, ilustrando la metodología y el algoritmo desarrollado en la macro de VBA, con dos ejemplos donde se ve su implementación.

2.1. Métodos para el cálculo de reservas

Los métodos estadísticos utilizados para el cálculo de las provisiones técnicas o reservas de seguros de no vida son múltiples, pueden clasificarse, según Taylor (1986), de la siguiente manera:

CLÁSICOS		ESTOCÁSTICOS
<ul style="list-style-type: none">☞ Método caso a caso☞ Método del coste medio del siniestro☞ Método del tiempo medio de liquidación	<ul style="list-style-type: none">☞ Gossing Up☞ Link Ratio☞ Chain Ladder☞ Loss Ratio☞ Bornhuetter-Ferguson☞ Benktand-Hovinen☞ Cap cod	<ul style="list-style-type: none">☞ Modelo Mack☞ Munich Chain Ladder☞ Modelo Lineal Generalizado☞ Bootstrap Chain Ladder☞ Double Chain Ladder☞ Micro-Level Stochastic Loss Reserving☞ Chain Ladder Continuo
INDIVIDUALES	DETERMINÍSTICOS	

Figura 2.1: Distribución de los métodos estadísticos para el cálculo de provisiones técnicas

Sin embargo, los métodos deterministas son los más utilizados para el cálculo de las provisiones técnicas, pero a la entrada de la norma “Solvencia II”, se utilizan los métodos estocásticos, para lograr los niveles de precisión exigibles.

- **Métodos Clásicos.**- Se basan en el supuesto de que se mantiene constante la proporción de siniestros que se reportan de un período de desarrollo a otro, independiente del periodo de origen del siniestro, no utilizan supuestos probabilísticos para la obtención de las reserva, es decir, no presentan un patrón de variabilidad, suponen una mecánica exacta del proceso. Su aplicación es sencilla, pero no es posible obtener límites de confianza para la estimación de la reserva. Los métodos individuales se caracterizan por estimar el último valor y el IBNR se obtiene como la diferencia entre el último valor y los montos. Por otra parte, los métodos determinísticos para evaluar el riesgo toman en cuenta dos variables:

La frecuencia o probabilidad de suceso de un evento de riesgo, que consiste en el porcentaje de ocasiones en la que se detecta la presencia de eventos causales de riesgo.

La severidad o importancia del impacto de los eventos de riesgo sobre los resultados o el patrimonio de la empresa.

Los métodos individuales, sólo se dedican a tratar los siniestros de forma individual para el cálculo de las reservas.

- **Chain Ladder**

Chain Ladder, sin duda alguna, es uno de los métodos más utilizados en la literatura actuarial para la estimación de reservas de seguros de no vida (Eeghen, 1981). Las razones que explican su gran difusión las encontramos, sobre todo, en su simplicidad y eficacia. Para la explicación del procedimiento del método Chain Ladder, vamos a suponer que se parte de un triángulo de siniestros con información referente a pagos acumulados $\{C_{i,j} : i = 0, \dots, I; j = 0, \dots, J\}$. Así, el algoritmo o los pasos para determinar las reservas de seguros por el método de Chain Ladder se definen como:

1. Determinación de los factores de desarrollo. Los factores de desarrollo (f_j) recogen una estimación de la variación de la siniestralidad entre un año de

desarrollo y el siguiente. Se calculan como:

$$f_j = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}}, j = 0, \dots, J - 1. \quad (2.1)$$

2. Determinación de los factores de proyección. Los factores de proyección se obtienen como el producto de los factores de desarrollo:

$$F_k = \prod_{j=k}^{J-1} f_j, k = 0, \dots, J - 1. \quad (2.2)$$

3. Estimación de las cantidades acumuladas para el último año de desarrollo. Las cantidades acumuladas para el último año de desarrollo ($\hat{C}_{i,J}$), facilita el cálculo de las reservas o provisión técnica. Así pues, sus cantidades acumuladas de pagos $C_{i,J}$ son las que primero se estiman para el triángulo de siniestros:

$$\hat{C}_{i,J} = C_{i,J-i} * F_{J-i}, i = 1, \dots, I. \quad (2.3)$$

4. Determinación de las reservas por año de origen. Las reservas por año de origen (\hat{R}_i) se calculan, para cada año de origen, como la diferencia entre la estimación de la cantidad acumulada del último año de desarrollo y el último valor observado de la misma:

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,J} - C_{i,J-i}, i = 1, \dots, I. \quad (2.4)$$

5. Determinación de la reserva total. La reserva total \hat{R} se calcula como la sumatoria de las reservas de origen \hat{R}_i :

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^I \hat{R}_i. \quad (2.5)$$

Métodos Estocásticos

Describen de manera aproximada al proceso, presentándose un patrón de variabilidad. Estos métodos proporcionan un tipo de estimación en la que se obtiene la distribución

estadística de la reserva y pueden generarse límites de confianza con estadística clásica e intervalos de credibilidad con estadística Bayesiana.

▪ **Modelo de Mack**

Mack (1993) propuso un modelo que permite calcular la estimación del error estándar de la reservas mediante el método clásico Chain Ladder. El modelo de Mack se formula a través de las hipótesis que se muestran a continuación.

1. $E \left[\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} \middle| C_{i,j} \right] = f_{i,j}, \quad i = 0, 1, \dots, k-1, \quad j = 0, 1, \dots, k-1.$
2. $\{C_{i,1}, C_{i,2}, \dots, C_{i,I}\}, \{C_{j,1}, C_{j,2}, \dots, C_{j,I}\}$ son independientes para el año de origen $i \neq j$, es decir, los años de ocurrencia de los siniestros son independientes.
3. $Var \left[\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} \middle| C_{i,j} \right] = \sigma_j^2, \quad i = 0, 1, \dots, k-1, \quad j = 0, 1, \dots, k-1.$

Las varianzas de las filas del triángulo de la hipótesis 3, (σ_j^2) , son parámetros desconocidos y por ende es necesario calcular una estimación de los mismos. La expresión del estimador insesgado de Mack (1993) es:

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{k-j-1} \sum_{i=0}^{k-j-1} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} \right)^2 \quad \text{con } j = 0, 1, \dots, k-2, \quad (2.6)$$

esto no es posible cuando $j = k-1$ ya que el denominador es cero, entonces la varianza tendería a infinito. En este caso Mack propuso las siguientes alternativas:

1. Si $\hat{f}_{k-1} = 1$ y se espera que el desarrollo de los siniestros tras $k-1$ años, entonces $\hat{\sigma}_{k-1}^2 = 0$.
2. Si el caso 1 no ocurre, es imprescindible extrapolar el siguiente valor de la secuencia $\hat{\sigma}_0^2, \hat{\sigma}_0^1, \dots, \hat{\sigma}_0^{k-2}$, que suele ser una sucesión de valores exponencialmente decrecientes. Así, se tiene dos posibilidades:
 - Mediante el uso de una regresión log-lineal de tipo $\ln \hat{\sigma}_j^2 = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_j$, es decir, $\hat{\sigma}_{k-1}^2 = \exp \left\{ \hat{\alpha} + \hat{\beta}(k-1) \right\}$
 - El ritmo de caída de la varianza permanezca en las últimas observaciones.

Al tener todo lo anterior y al obtener las estimaciones de las varianzas por año de ocurrencia del siniestro se pasa a estimar el error cuadrático medio (MSE) de las

reservas por año de origen y de ahí, se continua con el MSE del total de la reserva.

$$MSE(\hat{R}) = \sum_{i=1}^k \left\{ (s.e.(\hat{R}_i))^2 + \hat{C}_{ik} \left(\sum_{j=i+1}^k \hat{C}_{jk} \sum_{h=k-i}^{k-1} \frac{\frac{2\hat{\sigma}_h^2}{\hat{f}_h^2}}{\sum_{n=0}^{k-h} \hat{C}_{nh}} \right) \right\}, \quad (2.7)$$

donde $(s.e.(\hat{R}_i))^2$ es el error estándar de la reserva en el año de ocurrencia i .

- **Bootstrap Chain Ladder**

Método descrito por Verall y England (2002), mediante el cual se obtiene el error de predicción asociado a las proyecciones CLM así como la distribución predictiva. CLM, cubre con las políticas implementadas en Solvencia II, ya que se obtienen las reservas necesarias para cubrir los reclamos presentados a la compañía aseguradora. Este método se describe a mayor detalle en la sección de Metodología.

2.2. Aspectos generales

Como se ha mencionado anteriormente para la estimación de las reservas de siniestros, existen diferentes métodos, de tal manera que cada compañía utilizará el que mejor se adapte a su estructura de negocio y su experiencia siniestral. El método Chain Ladder (CLM), es uno de los métodos usados para estimar las reclamaciones pendientes de pagos de seguros de no vida. Para ello se debe considerar que el método CLM asume que las columnas del triángulo son proporcionales y los pagos son estables en el tiempo a lo largo de los años de desarrollo de las reclamaciones.

Cabe agregar que en el ámbito de las reservas de no vida, los datos se representan bajo la estructura del denominado triángulo de siniestros “*Run-Off triangle*”. El triángulo de siniestros es la base para el cálculo de la reserva pues recoge la siniestralidad de análisis para la estimación de las reservas, obsérvese que se reduce la información conforme los años son más recientes, obteniendo la forma de escalera. Dicho patrón se dispone en forma de triángulo para estimar la evolución de los pagos futuros.

		Periodo de desarrollo						
		1	2	...	j	...	n-1	n
Periodo de ocurrencia del siniestro	1	$c_{1,1}$	$c_{1,2}$...	$c_{1,j}$...	$c_{1,n-1}$	$c_{1,n}$
	2	$c_{2,1}$	$c_{2,2}$...	$c_{2,j}$...	$c_{2,n-1}$	
		
	i	$c_{i,1}$	$c_{i,2}$...	$c_{i,j}$			
				
	n-1	$c_{n-1,1}$	$c_{n-2,1}$					
	n	$c_{n,1}$						

Figura 2.2: Triángulo por año de origen del siniestro (vertical) y de desarrollo (horizontal)

Con la metodología Bootstrap Chain Ladder, se iniciará de un modelo que explique las cantidades liquidadas por siniestros, realizando un remuestreo con los residuos del modelo y obtener una estimación de las cantidades a abastecer para hacer frente a futuros siniestros. De tal manera que en el formato que aparecen los datos de los triángulos de liquidación de siniestros, se cuenta con:

- las filas representan los años de ocurrencia del siniestro.
- las columnas recogen los años de desarrollo o reclamación del siniestro.

En 2.2, el número máximo de años de los que se cuenta con la información es de $i = k$, donde los periodos más cortos de origen y desarrollo $i = 1$ y $j = 1$, mientras los máximos de origen y desarrollo como $i = j = I$.

Sea $n = i + j$ año calendario, renombrando a $n = 1$ que representa el periodo más corto de ocurrencia, teniendo de información sólo el triángulo de varias etapas de ocurrencia, refiriéndose como periodo de experiencia n , entonces $i + j - 1 \leq n$.

A continuación se describen los datos básicos para la metodología de cálculo de las reservas:

- $c_{i,j}$: cuantía pagada en el año de desarrollo j , respecto de los siniestros ocurridos en el año de origen i .

- $C_{i,j}$: cuantía acumulada pagada hasta (e incluido) el año de desarrollo j , respecto de los siniestros ocurridos en el año de origen i .

Como vimos en la notación los incrementos anuales o cantidades acumuladas al final del año de desarrollo, es decir, $c_{i,j}$, cumplen que:

$$C_{i,j} = \sum_{p=1}^j c_{i,p}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.8)$$

- n_i : número de siniestros ocurridos en el año de origen i (estimación al final del año i).
- $s_{i,j}$: cuantía media pagada en el año de desarrollo j , respecto de los siniestros ocurridos en el año de origen i .
- $S_{i,j}$: cuantía media acumulada pagada hasta (e incluido) el año de desarrollo j , respecto de los siniestros ocurridos en el año de origen i .

Así, dada la información en la Figura 2.2, lo que se desea es llevar a cabo predicciones del monto de los siniestros que se esperan sean pagados o liquidados en los años futuros, expresados en la parte inferior del triángulo. Para las técnicas actuariales ocupadas en el cálculo de las reservas IBNR, no es sólo llenar la información faltante en el rectángulo, más bien contar con la posibilidad de realizar el llenado de un triángulo con más años de desarrollo.

Para realizar dicha estimación se lleva a cabo un mejor desarrollo del monto de los siniestros mediante el estudio de datos acumulados, entonces mediante la Figura 2.2 y 2.1, es como se expresan el monto de las reclamaciones acumuladas descritas en la Figura 2.3.

2.3. Metodología

Descripción y modelo estadístico detrás del algoritmo CLM

En general el método Chain-Ladder utiliza un factor para suavizar, los datos y, en base a éstos, realizar interpolaciones con el objetivo de estimar los siniestros agregados para cada año de ocurrencia y, posteriormente, la reserva correspondiente.

		Periodo de desarrollo						
		1	2	...	j	...	n-1	n
Periodo de ocurrencia del siniestro	1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$...	$C_{1,j}$...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
	2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$...	$C_{2,j}$...	$C_{2,n-1}$	
		
	i	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$...	$C_{i,j}$			
				
	n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-2,1}$					
	n	$C_{n,1}$						

Figura 2.3: Triángulo por año de origen del siniestro (vertical) y de desarrollo (horizontal) con datos acumulados

En tal sentido el método parte de la información histórica disponible respecto de los pagos realizados por las reclamaciones presentadas en un triángulo de siniestros. Sin embargo, se debe considerar la versión acumulada del triángulo, como ya se mencionó antes, con elementos $C_{i,j}$.

Seguidamente para la estimación de la proporción de cambio de un año a otro, $R_{i,j}$, se calcula una media ponderada de los link ratios o coeficientes de enlace, donde cada valor se pondera por la siniestralidad que le preexiste, de la siguiente forma:

$$R_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (2.9)$$

En consecuencia, la tasa de modificación de liquidación de siniestros R_j , vendrá dada por:

$$R_{i,j} = \frac{\sum_{t=j}^{n-j-1} C_{i,j+1}}{\sum_{t=j}^{n-j} C_{i,j}}. \quad (2.10)$$

Considerando estas proporciones se calculan los factores de desarrollo, como:

$$\hat{F}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j+1} C_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n-j+1} C_{i,j-1}}, \quad j = 2, \dots, n. \quad (2.11)$$

2.4. Algoritmo

La estimación de las reservas mediante el método Bootstrap Chain Ladder se describe a través de los siguientes pasos:

Paso 1. *Cálculo de los factores de desarrollo o proyección.* Al estimar la proporción de cambio de un ejercicio a otro $R_{i,j}$, se calcula la media ponderada de los siniestro ocurridos, en donde cada valor se examina con la siniestralidad que le procede, definiéndose de la siguiente forma:

$$F_j = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}. \quad (2.12)$$

Señalando la proporción de las cantidades liquidadas en el año $t + 1$ en relación con las del año anterior. Entonces, si $F_j = x$, se dice que las cantidades pagadas en el año $j + 1$ de desarrollo son x veces las liquidadas en el año j .

Paso 2. *Obtención de los valores acumulados estimados.* Iniciando de la última diagonal para cada columna, se copian lo datos sólo de la diagonal del primer triángulo, para obtener los valores de años anteriores en forma recurrente, realizando la división del año t entre el factor de desarrollo del año $t - 1$.

$$C_{i,j-1} = \frac{C_{i,j}}{F_{j-1}}. \quad (2.13)$$

Paso 3. *Incrementos anuales a partir de los valores estimados (Paso 2).* La variación en las cantidades estimadas se calculan por filas de la siguiente manera:

$$m_{i,j} = \begin{cases} \hat{C}_{i,j}, & j = 0, \\ \hat{C}_{i,j} - \hat{C}_{i,j-1}, & j \geq 1; j = N - i, \end{cases} \quad (2.14)$$

en donde $m_{i,j}$, son los incrementos estimados.

Paso 4. *Cálculo de los residuos adimensionales de Pearson*, se calculan los residuos, como sigue:

$$\hat{r}_{i,j} = \frac{C_{i,j} - m_{i,j}}{\sqrt{m_{i,j}}}. \quad (2.15)$$

Paso 5. *Remuestreo de los residuos*, con los residuos obtenidos en el paso anterior (4), se remuestrea, utilizando la técnica Bootstrap con la condición de que todos los datos tengan la misma probabilidad de ser remuestreados. Se generan residuos Bootstrap $\hat{r}_{i,j}$ a partir de los residuos estimados $\hat{r}_{i,j}$ mediante muestreo con probabilidades iguales y con reemplazo.

Paso 6. *Regeneración de incrementos*, se obtienen a partir de la muestra del Paso 5, donde se han remuestreado N veces, obteniendo N muestras de triángulos de desarrollo, teniendo la fórmula del paso 4, despejando a $\hat{r}_{i,j}$ y renombrando, se tiene:

$$\hat{C}_{i,j} = \hat{r}_{i,j} * \sqrt{m_{i,j}} + m_{i,j}. \quad (2.16)$$

Paso 7. *Regeneración de los datos acumulados*, con los datos obtenidos en el Paso 6, los datos seguirán el siguiente término:

$$\hat{m}_{i,j} = \sum_{i=0}^j \hat{C}_{i,j}. \quad (2.17)$$

Paso 8. *Se vuelven a obtener los factores de desarrollo del método con las muestras regeneradas*, se siguen las mismas indicaciones del Paso 1.

Paso 9. *Se obtienen las reservas a partir de la muestra Bootstrap y sus factores de proyección.*

Dicho algoritmo se repite un número elevado de veces para ir guardando el resultado de las reservas obtenidas por cada año y el monto total de la mismas, esto es, para alcanzar una aproximación de la distribución de las reservas consistente en la distribución empírica de las reservas Bootstrap generadas.

2.5. Programa BCLM en VBA

Es importante maximizar tiempo en el momento en el que se desea hacer el cálculo de las reservas por ello en este trabajo, como ya se mencionó, se ocupó VBA que es un lenguaje de programación de Office, para llevar a cabo una macro en VBA, para su fácil comprensión y cálculo del método.

Implementación

A continuación, se explica el proceso de la ejecución del programa.

- Se usó la paquetería Microsoft Office Excel y se creó un archivo con el nombre “BCLM”.
- Se anexó una pestaña de Excel denominada “Estimación”. La pestaña se divide en cuatro secciones, con su respectivo botón para facilitar la interacción con el usuario.

Las secciones y botones son:

- BCLM
 - Información
- Instrucciones
- Iniciar proceso
 - Comenzar
- Salir

Diagrama y Ventana del botón “BCLM”



Figura 2.4: ¿Qué es BCLM?

Diagrama y Ventana del botón “Instrucciones”

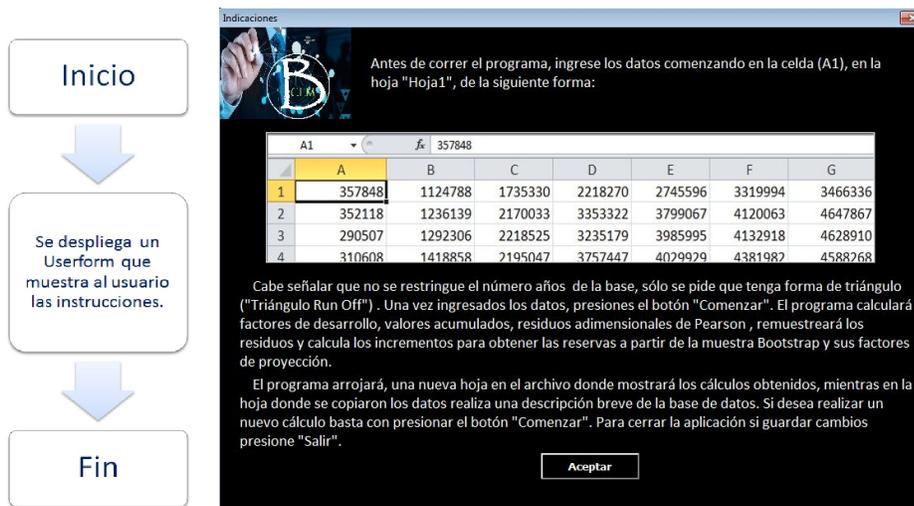


Figura 2.5: Instrucciones del programa

Diagrama y Ventana del botón “Iniciar proceso”

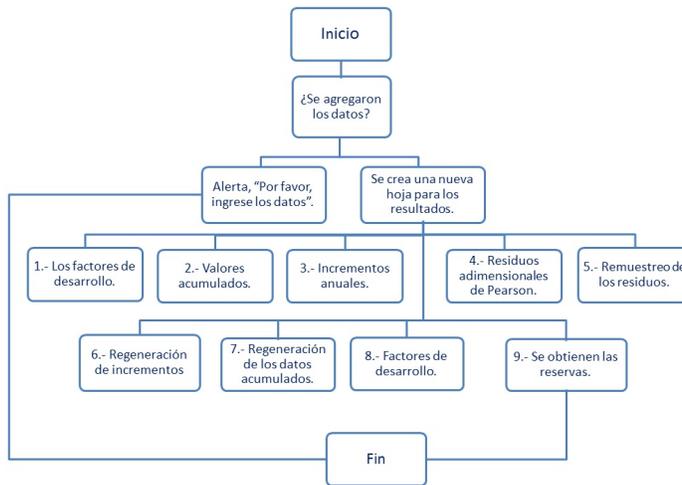


Figura 2.6: Comenzar

Diagrama y Ventana del botón “Salir”



Figura 2.7: Cerrar programa

Ejecución

- Se abre el archivo llamado “BCLM”, inmediatamente mostrará una ventana que indica que el programa se encuentra cargado.
- Posteriormente se muestra la ventana principal, en la pestaña “Estmación” se encuentran los 4 botones mencionados anteriormente.

Para iniciar el cálculo de las reservas se debe agregar la base de datos, en la **Hoja1**,

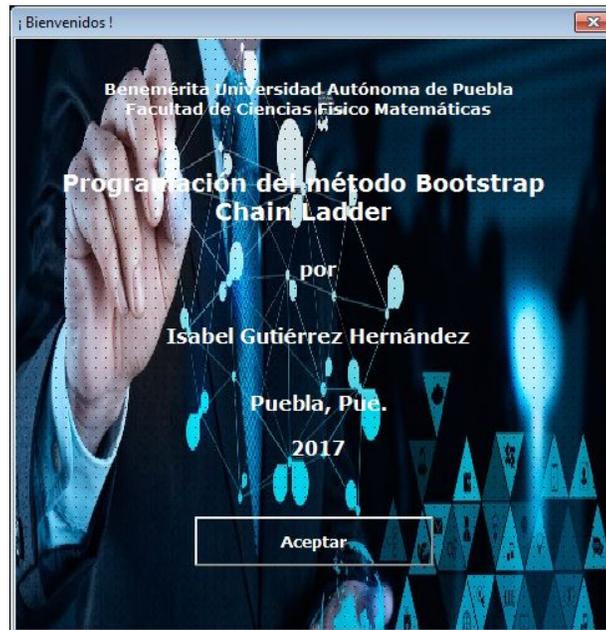


Figura 2.8: Presentación del programa

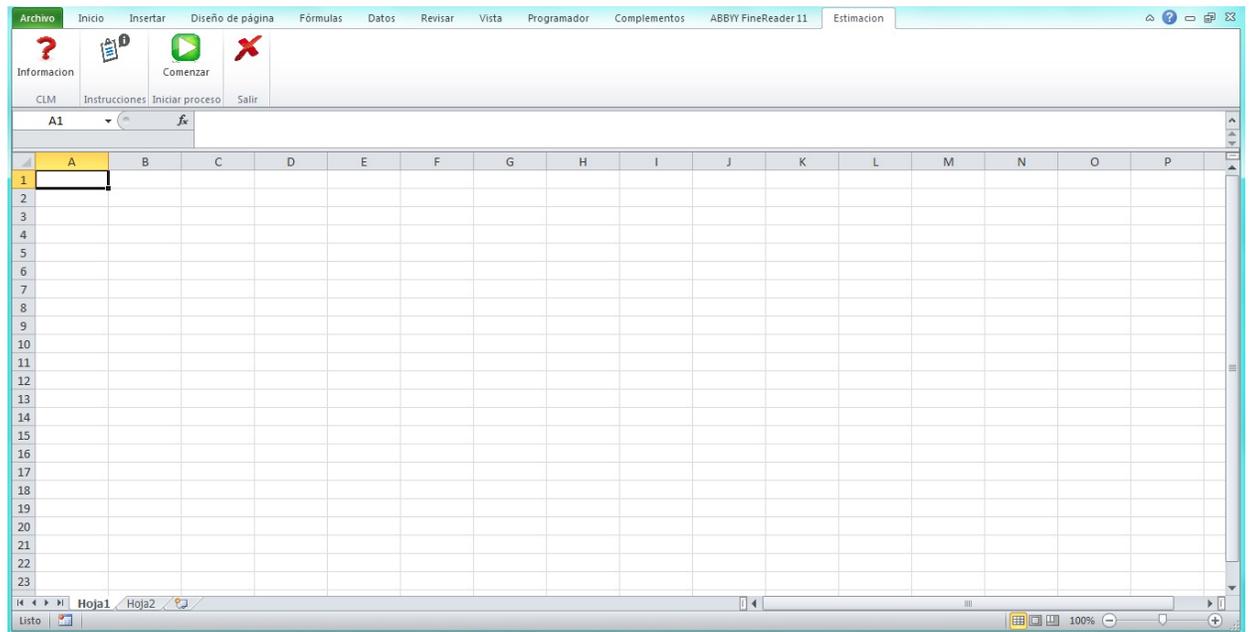


Figura 2.9: Vista de la pestaña principal

iniciando en la celda “A1”. Es importante haber ingresado todos los datos, de lo contrario el programa no continuará con la ejecución y desplegará la alerta ”Por favor, ingrese los datos”.

CAPÍTULO 2

2.5. PROGRAMA BCLM EN VBA

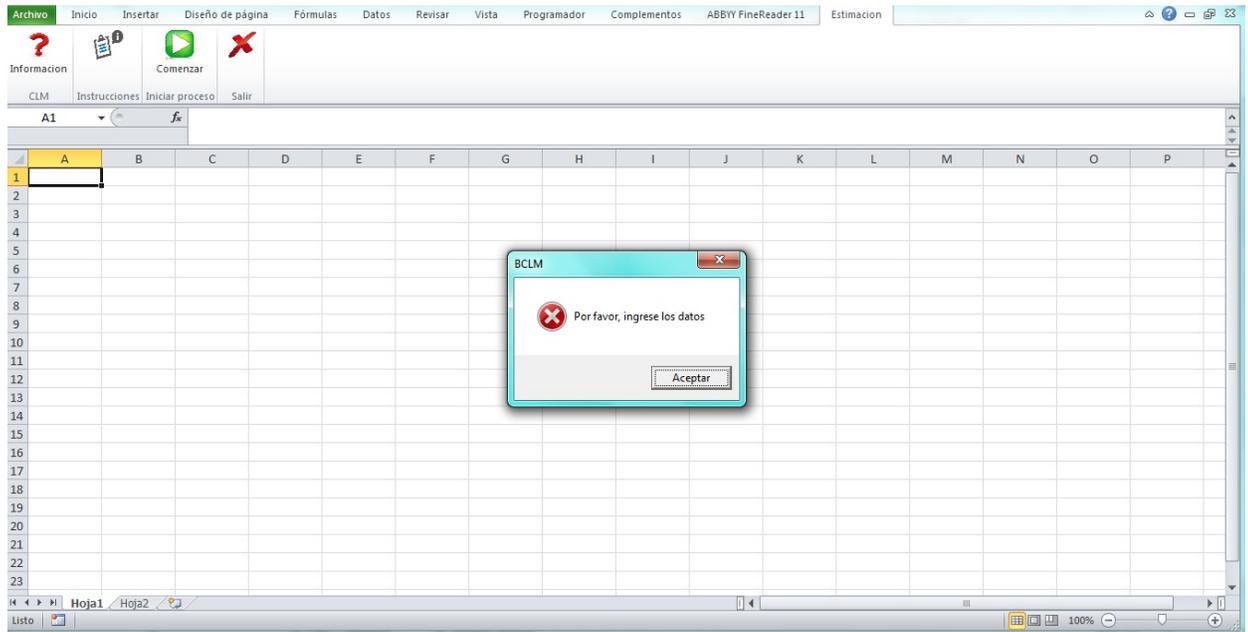


Figura 2.10: Alerta, indica que faltan datos por anexar

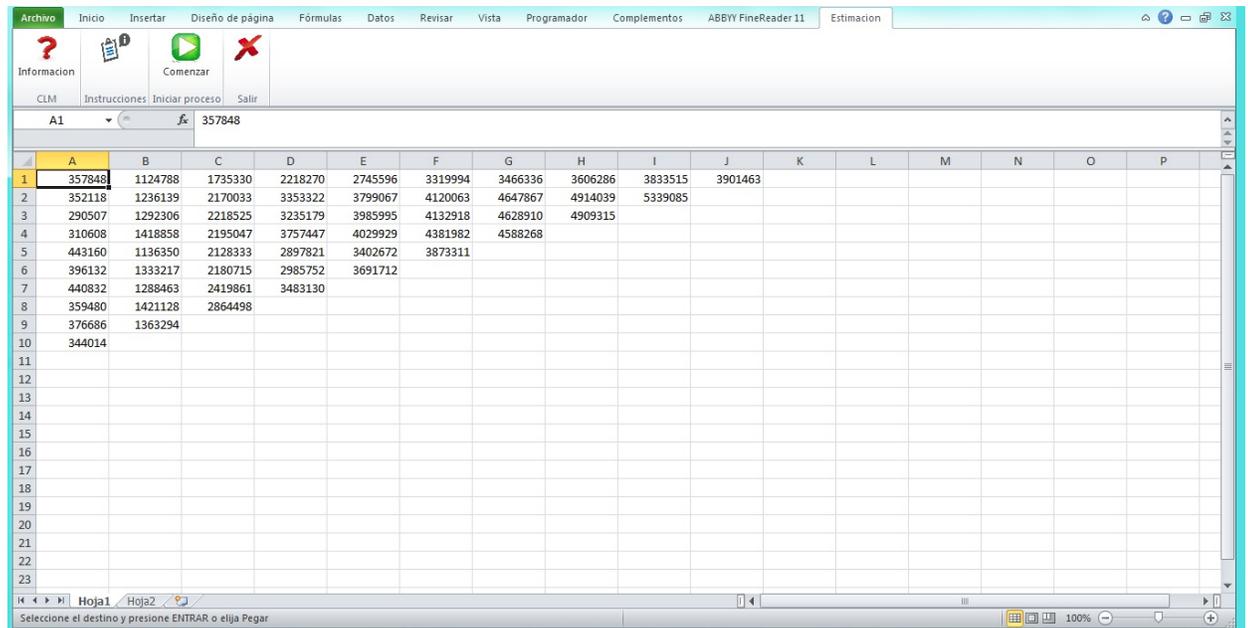


Figura 2.11: Vista de la pestaña, que indica la manera de anexar la base de datos correctamente

- Después de anexar correctamente los datos, sólo regresamos a la pestaña “Iniciar proceso” y presionamos “Comenzar”, después el programa habrá generado los resultados que se mostrarán en la “Hoja2”, mientras en la “Hoja1” hará un análisis

CAPÍTULO 2

2.5. PROGRAMA BCLM EN VBA

breve de la base de datos que se haya utilizado. Se puede observar que el programa, primero realizó el análisis estadístico de la base de datos, así como una representación gráfica de la información, en la “Hoja1”.

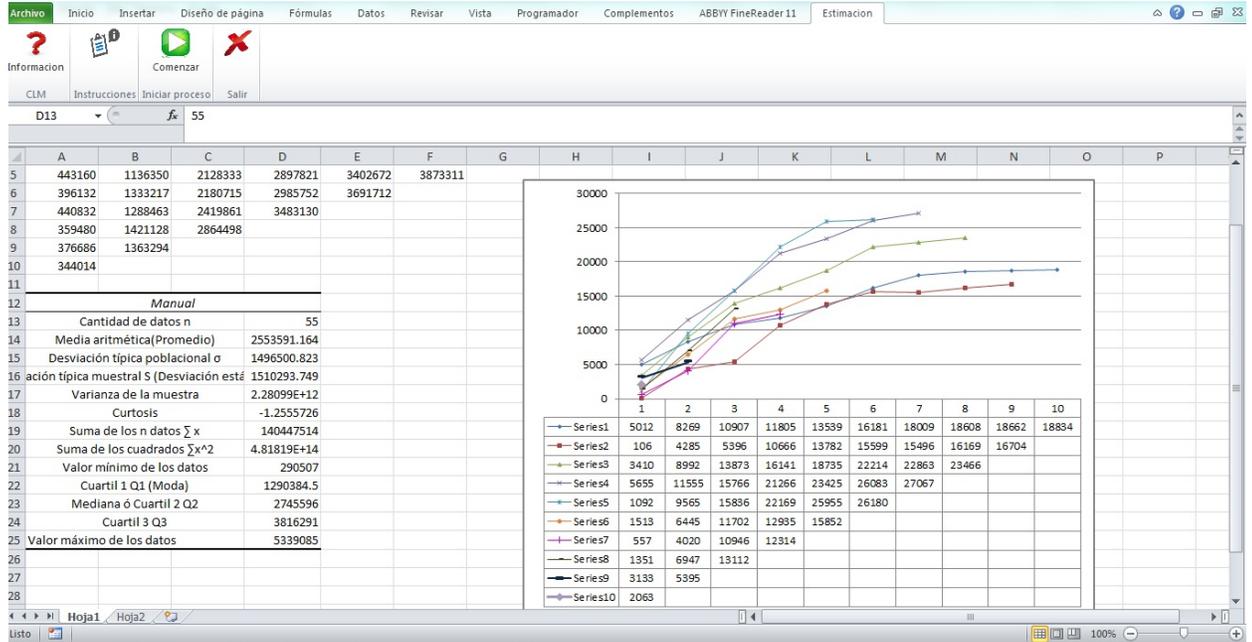


Figura 2.12: Vista de los resultados que se muestran en la “Hoja1”

CAPÍTULO 2
2.5. PROGRAMA BCLM EN VBA

Por otra parte, en la “Hoja2” mediante la metodología Bootstrap Chain Ladder, obtiene las reservas que la compañía aseguradora necesita para los años correspondientes.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following structure:

- Section 1: 1er paso. Cálculo de los factores de desarrollo** (Rows 12-15)

	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9
12										
13		3.4906	1.7473	1.4574	1.1739	1.1038	1.0863	1.0539	1.0786	1.0177
14		19.4466	3.1397	1.3696	0.6252	0.3945	0.2543	0.1547	0.0956	0.0177
15										0.0000
- Section 2: 2do paso. Obtención de las cifras acumuladas estimadas** (Rows 17-27)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
17	0	2700614	942678.1	1647172	2400610	2817360	3110531	3378874	3560909	3833515	3901463
18	1	376125	1312304	2294081	3343423	3924682	4332157	4705889	4959416	5339085	
19	2	372325.3	1239641	2270905	3309647	3885035	4288393	4658349	4905915		
20	3	368724	1280089	2236741	3259856	3625587	4223817	4588268			
21	4	336287.3	1173846	2051100	2983300	3508935	3873311				
22	5	353798.1	1234970	2157903	3144956	3691712					
23	6	391841.7	1367765	2389941	3483130						
24	7	483647.5	1635955	2684438							
25	8	390560.8	1363294								
26	9	344014									
27											
- Section 3: 3er paso. Cálculo de los incrementos anuales en los valores estimados** (Rows 29-35)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
29	0	270061	672617	704494	753438	417350	292571	268344	182035	272806	67948
30	1	376125	936779	301176	1043342	581260	401474	373732	253527	379669	
31	2	372325	927916	971264	1038741	575368	403358	389557	250366		
32	3	368724	913365	956652	1023114	566731	397230	364391			
33	4	336287	837559	877254	938200	519635	364316				
34	5	353798	881172	922333	987053	546756					
35	6	391841									

Figura 2.13: Vista de los resultados que se muestran en la “Hoja2”

Si nos desplazamos hacia abajo de la hoja, podemos ver una tabla que muestra las reservas, es decir, se ha completado la parte inferior de la diagonal.

CAPÍTULO 2

2.6. EJEMPLOS

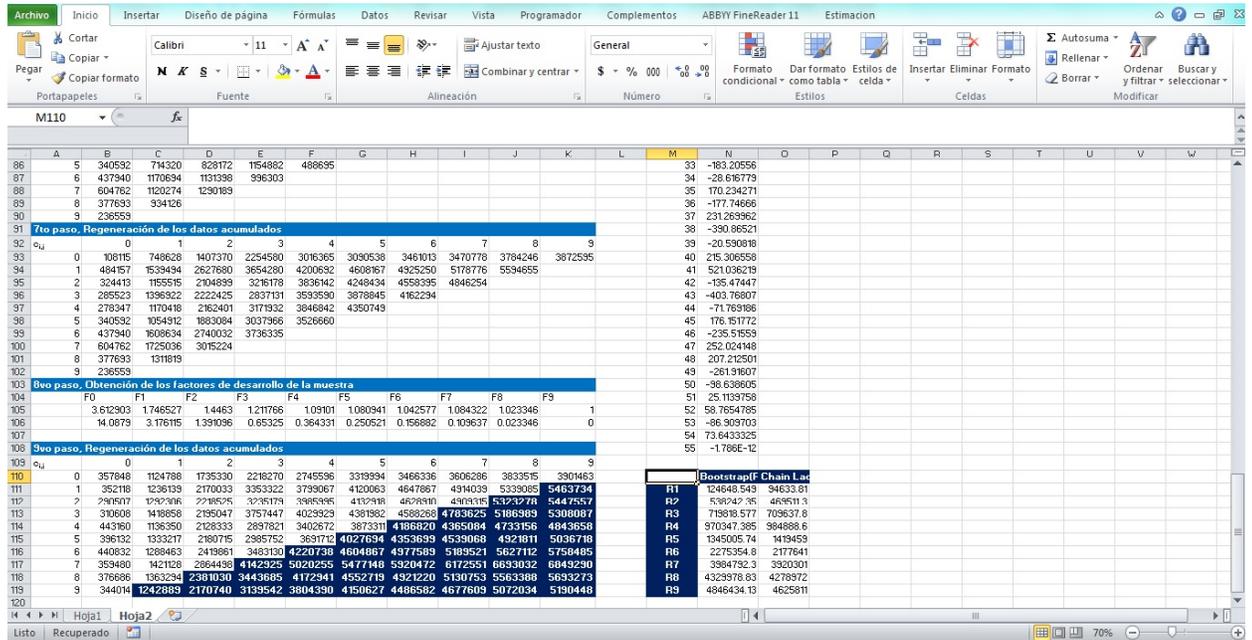


Figura 2.14: Vista de los resultados que se muestran en la “Hoja2”, parte 2

2.6. Ejemplos

Ejemplo 1

En este ejemplo se realiza una estimación de las reservas con el procedimiento mencionado, ejemplificando con bases de datos de la paquetería Chain Ladder tomando como ejemplo la base de datos llamada “ABC”, que es un triángulo (matriz de 10 X 10), que muestra los datos de la Asociación de reaseguros de América.

CAPÍTULO 2
2.6. EJEMPLOS

	Año desarrollo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1981	5012									
1982	106	4285								
1983	3410	8992	13873							
1984	5655	11555	15766	21266						
1985	1092	9565	15836	22169	25955					
1986	1513	6445	11702	12935	15852					
1987	557	4020	10946	12314						
1988	1351	6947	13112							
1989	3133	5395								
1990	2063									

Figura 2.15: Base de datos RAA (B1)

El triángulo muestra los valores conocidos de las pérdidas para cada año de origen. Por ejemplo, los valores acumulados de pérdida de 1987 son 557, 4020, 10946, 12314. La última diagonal de la base de datos, es decir, el vector 18834, 16704, 23466, . . . , 2063, muestra la evaluación más reciente. Según se ha visto el objetivo de un ejercicio de reservas es pronosticar el desarrollo de las futuras reclamaciones.

CAPÍTULO 2

2.6. EJEMPLOS

En primer lugar se realiza un gráfico y análisis estadístico de la base de datos, para tener una visión general. La visualización obtenida es:

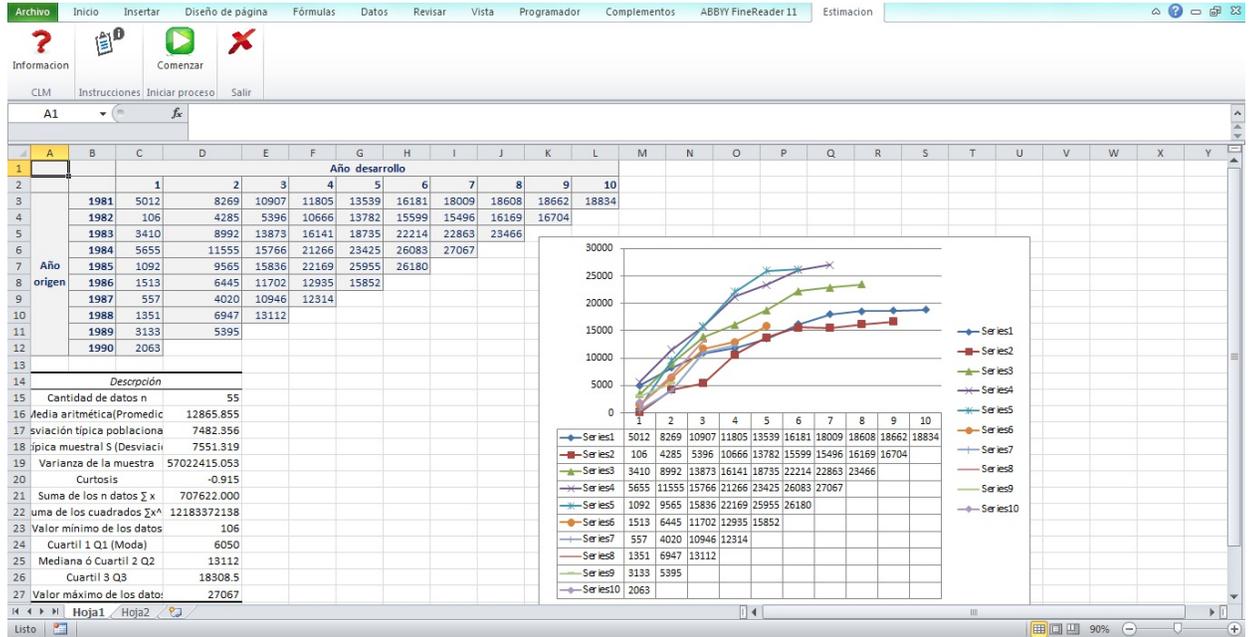


Figura 2.16: Análisis descriptivo y gráfica en B1

Para la fase de estimación se apoya en la realización de un número elevado de pasos. En cada paso se mostrarán los resultados obtenidos y se explicará con algún año como se deben hacer los cálculos, para su fácil comprensión.

Paso 1. *Cálculo de los factores de desarrollo.*

$$F_0 = \frac{C_{i,1}}{C_{i,0}} = \frac{65473}{21829} = 2,9994,$$

de esta forma se continúa con todas las filas hasta obtener todos los factores de desarrollo.

CAPÍTULO 2

2.6. EJEMPLOS

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
1	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9								
2		0	5012	8269	10907	11805	13539	16181	18009	18608	18662	18834							
3		1	106	4285	5396	10666	13782	15599	15496	16169	16704								
4		2	3410	8992	13873	16141	18735	22214	22863	23466									
5		3	5655	11555	15766	21266	23425	26083	27067										
6		4	1092	9565	15836	22169	25955	26180											
7		5	1513	6445	11702	12935	15852												
8		6	557	4020	10946	12314													
9		7	1351	6947	13112														
10		8	3133	5395															
11		9	2063																
12	1er paso, Cálculo de los factores de desarrollo																		
13		F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9								
14		=SUMA(C	1.6235	1.2709	1.1717	1.1134	1.0419	1.0333	1.0169	1.0092	1.0000								

Figura 2.17: Factores de desarrollo en B1

Paso 2. *Obtención de los valores acumulados estimados.* Antes de realizar la división, se debe copiar la última diagonal de la base de datos para poder iniciar el proceso.

$$C_{0,0} = \frac{C_{0,1}}{F_0} = \frac{6332,8}{2,9994} = 2111,4.$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
9		7	1351	6947	13112														
10		8	3133	5395															
11		9	2063																
12	1er paso, Cálculo de los factores de desarrollo																		
13		F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9								
14		2.9994	1.6235	1.2709	1.1717	1.1134	1.0419	1.0333	1.0169	1.0092	1.0000								
16	2do paso, Obtención de las cifras acumuladas estimadas																		
17	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9								
18		0	=B514	6332.8	10281	13067	15310	17046	17760	18351	18662	18834							
19		1	1889.9	5668.4	9202.7	11696	13703	15257	15897	16426	16704								
20		2	2699.9	8097.8	13147	16708	19577	21797	22711	23466									
21		3	3217.8	9651.2	15669	19913	23332	25978	27067										
22		4	3242.8	9726.4	15791	20069	23514	26180											
23		5	2186.2	6557.1	10646	13529	15852												
24		6	1989.8	5968.1	9689.3	12314													
25		7	2692.7	8076.3	13112														
26		8	1798.7	5395															
27		9	2063																

Figura 2.18: Valores acumulados en B1

Paso 3. *Incrementos anuales a partir de los valores estimados.* Para la primer fila se copian los datos del triángulo anterior ya que se cumple que $j = 0$, para uno diferente se tiene lo siguiente:

$$m_{0,1} = \begin{cases} \hat{C}_{0,1}, & j = 0, \\ \hat{C}_{0,1} - \hat{C}_{0,1-1}, & j \geq 1; j = N - 0, \end{cases}$$

$$m_{2,1} = \begin{cases} 8097,8, & j = 0, \\ 8097,8 - 2699,9 = 5398, & j \geq 1; j = N - 0. \end{cases}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
20	2	2699.9	8097.8	13147	16708	19577	21797	22711	23466											
21	3	3217.8	9651.2	15669	19913	23332	25978	27067												
22	4	3242.8	9726.4	15791	20069	23514	26180													
23	5	2186.2	6557.1	10646	13529	15852														
24	6	1989.8	5968.1	9689.3	12314															
25	7	2692.7	8076.3	13112																
26	8	1798.7	5395																	
27	9	2063																		
28	3er paso, Cálculo de los incrementos anuales en los valores estimados																			
29	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9									
30	0	2111	4221	3949	2785	2243	1736	715	591	311	172									
31	1	1890	3778	3534	2493	2008	1554	640	529	278										
32	2	2700	=C20-B2	5049	3561	2868	2220	914	755											
33	3	3218	6433	6018	4245	3419	2646	1089												
34	4	3243	6484	6065	4278	3445	2666													
35	5	2186	4371	4088	2884	2323														
36	6	1990	3978	3721	2625															
37	7	2693	5384	5036																
38	8	1799	3596																	
39	9	2063																		

Figura 2.19: Incrementos anuales en B1

Paso 4. *Cálculo de los residuos adimensionales de Pearson*

$$\hat{r}_{5,0} = \frac{C_{5,0} - m_{5,0}}{\sqrt{m_{5,0}}} = \frac{1513 - 2186}{\sqrt{2186}} = -14,394.$$

CAPÍTULO 2

2.6. EJEMPLOS

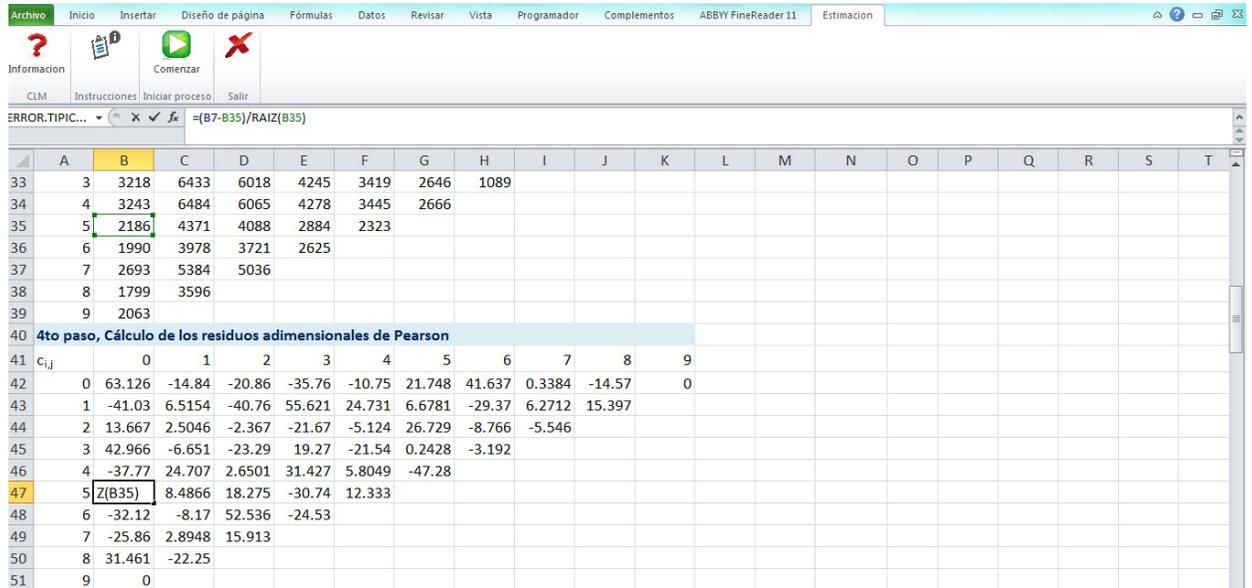


Figura 2.20: Residuos adimensionales de Pearson en B1

Paso 5. *Se remuestran los residuos anteriores.* En ese mismo sentido un posible resultado

es:

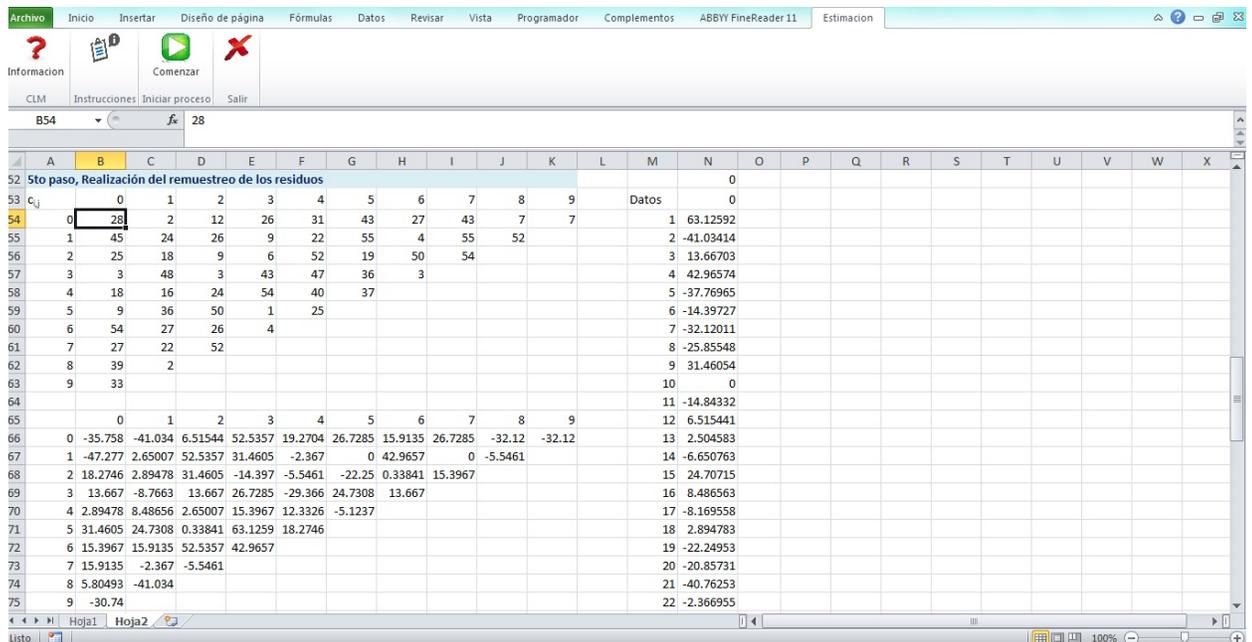


Figura 2.21: Remuestreo en B1

Paso 6. Se calculan los incrementos a partir de la muestra obtenida

$$\hat{C}_{0,0} = \hat{r}_{0,0} * \sqrt{m_{0,0}} + m_{0,0} = -35,78 * \sqrt{211} + 211 = 468.$$

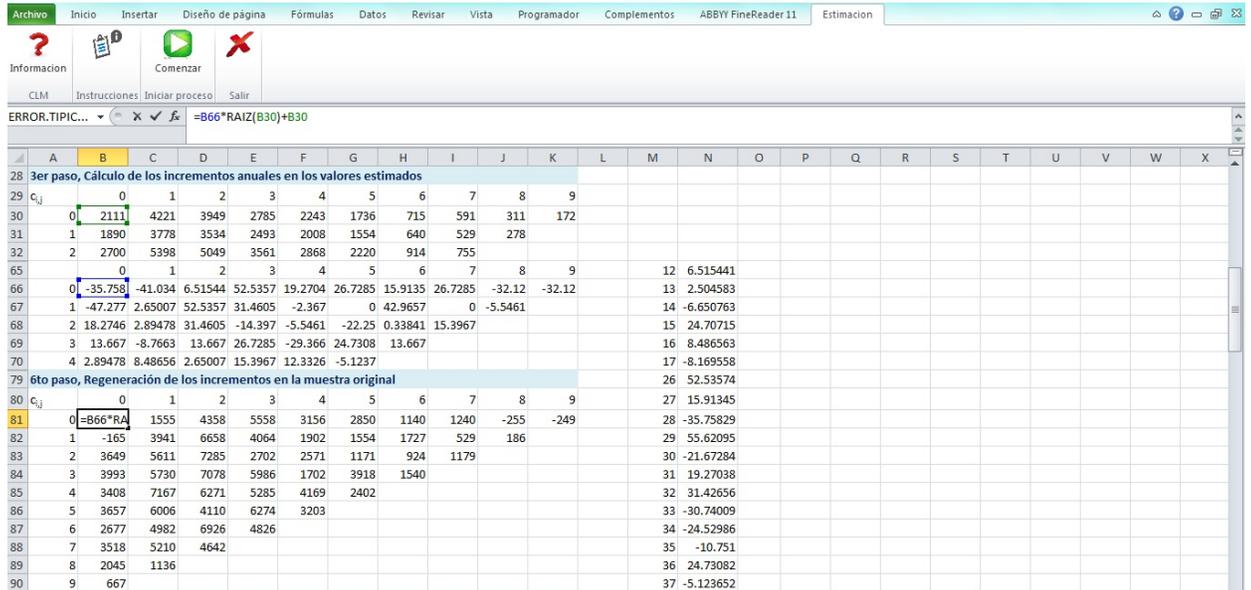


Figura 2.22: Incrementos en B1

Paso 7. Regeneración de los datos acumulados.

$$\hat{m}_{0,1} = \sum_{i=0}^1 \hat{C}_{0,i} = 468 + 1555 = 2024.$$

CAPÍTULO 2

2.6. EJEMPLOS

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data for rows 79 to 90:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X						
79	6to paso, Regeneración de los incrementos en la muestra original														26	52.53574														
80	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																			
81	0	468	1555	4358	5558	3156	2850	1140	1240	-255	-249			27	15.91345															
82	1	-165	3941	6658	4064	1902	1554	1727	529	186				28	-35.75829															
83	2	3649	5611	7285	2702	2571	1171	924	1179					29	55.62095															
84	3	3993	5730	7078	5986	1702	3918	1540						30	-21.67284															
85	4	3408	7167	6271	5285	4169	2402							31	19.27038															
86	5	3657	6006	4110	6274	3203								32	31.42656															
87	6	2677	4982	6926	4826									33	-30.74009															
88	7	3518	5210	4642										34	-24.52986															
89	8	2045	1136											35	-10.751															
90	9	667												36	24.73082															

Figura 2.23: Datos acumulados en B1

Paso 8. Se vuelven a obtener los factores de desarrollo del método con las muestras regeneradas.

$$F_0 = \frac{C_{i,1}}{C_{i,0}} = \frac{64588}{23250} = 2,7779,$$

continuyendo de la misma forma con el resto de las filas, hasta obtener todos los factores de desarrollo.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data for rows 91 to 105:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V				
91	7to paso, Regeneración de los datos acumulados														38	-21.5437										
92	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9															
93	0	468	2024	6382	11939	15095	17945	19085	20325	20070	19821			39	5.804931											
94	1	-165	3776	10434	14497	16399	17953	19679	20208	20394				40	12.33255											
95	2	3649	9260	16545	19247	21818	22990	23914	25093					41	21.74797											
96	3	3993	9723	16801	22787	24489	28406	29947						42	6.678111											
97	4	3408	10575	16846	22130	26299	28701							43	26.72854											
98	5	3657	9663	13773	20047	23250								44	0.242823											
99	6	2677	7659	14585	19411									45	-47.27692											
100	7	3518	8728	13371										46	41.63702											
101	8	2045	3180											47	-29.36643											
102	9	667												48	-8.766265											
103	8vo paso, Obtención de los factores de desarrollo de la muestra														50	0.338408										
104	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9				51	6.271187											
105		=SUMA(D	1.77071	1.3638	1.15096	1.11425	1.06108	1.04703	0.99828	0.98758	1			52	-5.54605											

Figura 2.24: Factores de desarrollo en B1

Paso 9. Se obtienen las reservas a partir de la muestra Bootstrap y sus factores de proyección.

CAPÍTULO 2

2.6. EJEMPLOS

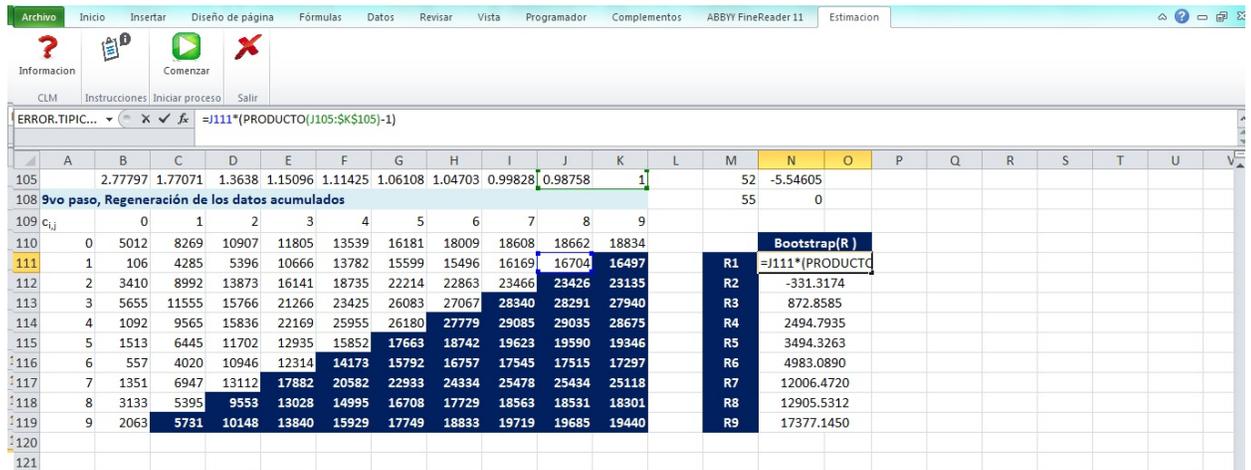


Figura 2.25: Reservas en B1

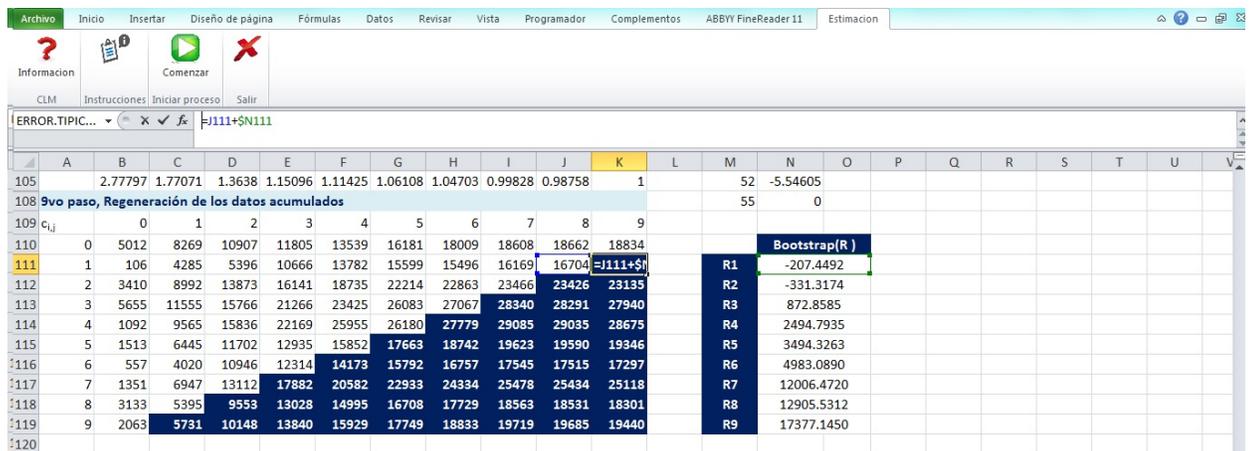


Figura 2.26: Reservas en B1

El método de nueve pasos se repite un número elevado de veces (Alonso y Albarrán, 2010, sugieren que el número de repeticiones sea de 5,000 o incluso superior), donde se irá guardando el resultado de las reservas de cada anualidad y la reserva total. En la hoja Excel, se realizó un macro VBA que agiliza el proceso y permite guardar los resultados de cada remuestreo en el mismo archivo, para así obtener el estadístico deseado, así como el error de remuestreo y los extremos del intervalo de confianza para una probabilidad dada.

En cada una de las repeticiones se obtiene una nueva muestra y un nuevo valor de los estadísticos. El error estándar por regeneración es la desviación típica de los estadísticos obtenidos por el método Bootstrap.

Ejemplo 2

Un ejemplo adicional se mostrará a continuación, dicho ejemplo es tomado del trabajo clásico de Taylor y Ashe del cual varios autores hacen referencia, por mencionar alguno Mack y Verall. Los datos aparecen en el formato de un triángulo de liquidación, como sigue:

	Año desarrollo									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	357848	1124788	1735330	2218270	2745596	3319994	3466336	3606286	3833515	3901463
2	352118	1236139	2170033	3353322	3799067	4120063	4647867	4914039	5339085	
3	290507	1292306	2218525	3235179	3985995	4132918	4628910	4909315		
4	310608	1418858	2195047	3757447	4029929	4381982	4588268			
5	443160	1136350	2128333	2897821	3402672	3873311				
6	396132	1333217	2180715	2985752	3691712					
7	440832	1288463	2419861	3483130						
8	359480	1421128	2864498							
9	376686	1363294								
10	344014									

Figura 2.27: Base de datos (B2)

El triángulo muestra los valores conocidos de las pérdidas para cada año de origen. Por ejemplo, los valores acumulados de pérdida del año 7 son 359480, 1421128, 2864498. La última diagonal de la base de datos, es decir, el vector 3901463, 5339085, 4909315, . . . , 344014, muestra la evaluación más reciente. Como en el ejemplo anterior, se tiene el mismo objetivo: pronosticar el desarrollo de las futuras reclamaciones.

CAPÍTULO 2

2.6. EJEMPLOS

Con referencia al anterior ejemplo, se inicia con el análisis descriptivo y la gráfica de líneas correspondiente a la base. El producto es el siguiente:

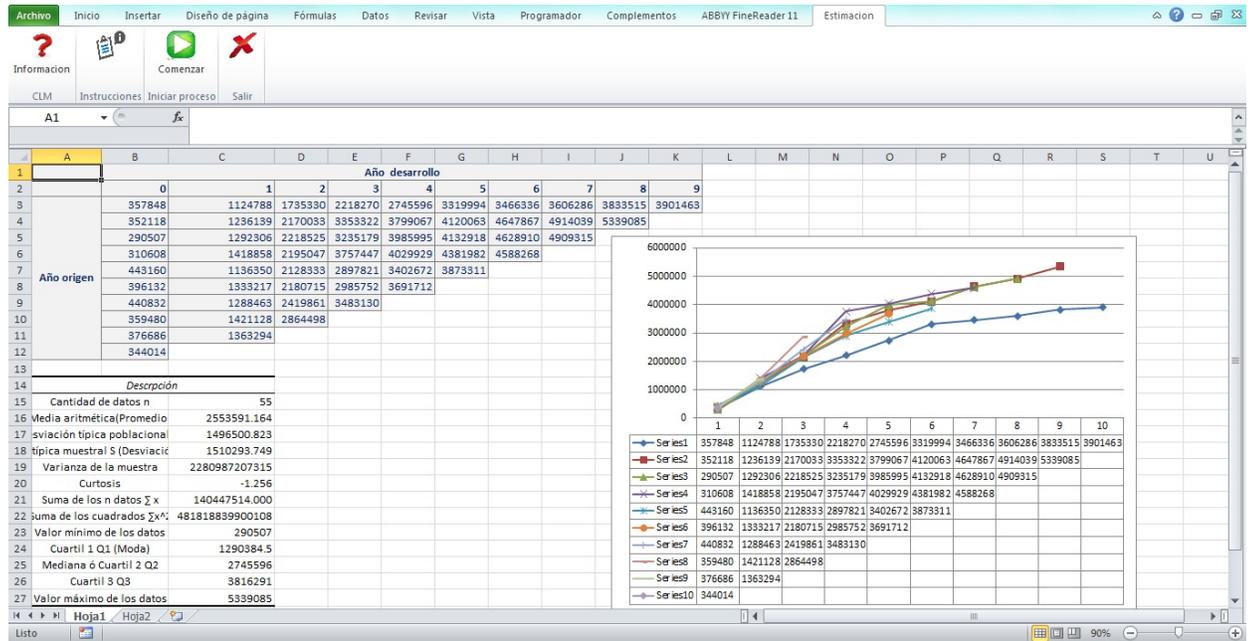


Figura 2.28: Análisis descriptivo y gráfica en B2

Así, de la misma manera, para la estimación se lleva a cabo un número elevado de pasos. De igual forma se ilustrarán los resultados finales en cada paso.

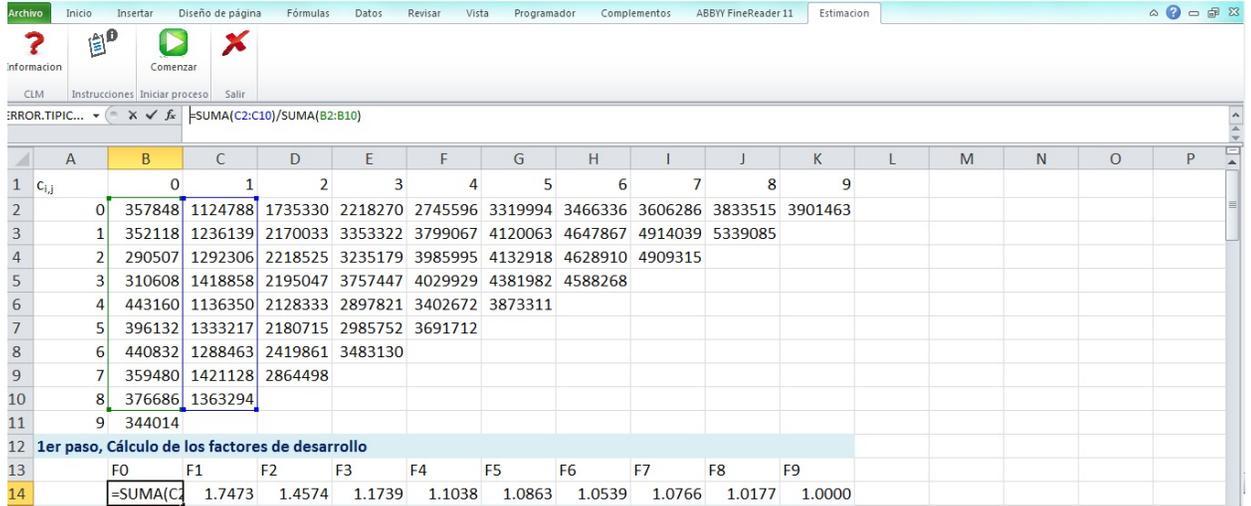
Paso 1. Cálculo de los factores de desarrollo.

$$F_0 = \frac{C_{i,1}}{C_{i,0}} = \frac{11614543}{3327371} = 3,4906,$$

de esta forma se continúa con todas las filas hasta obtener todos los factores de desarrollo.

CAPÍTULO 2

2.6. EJEMPLOS

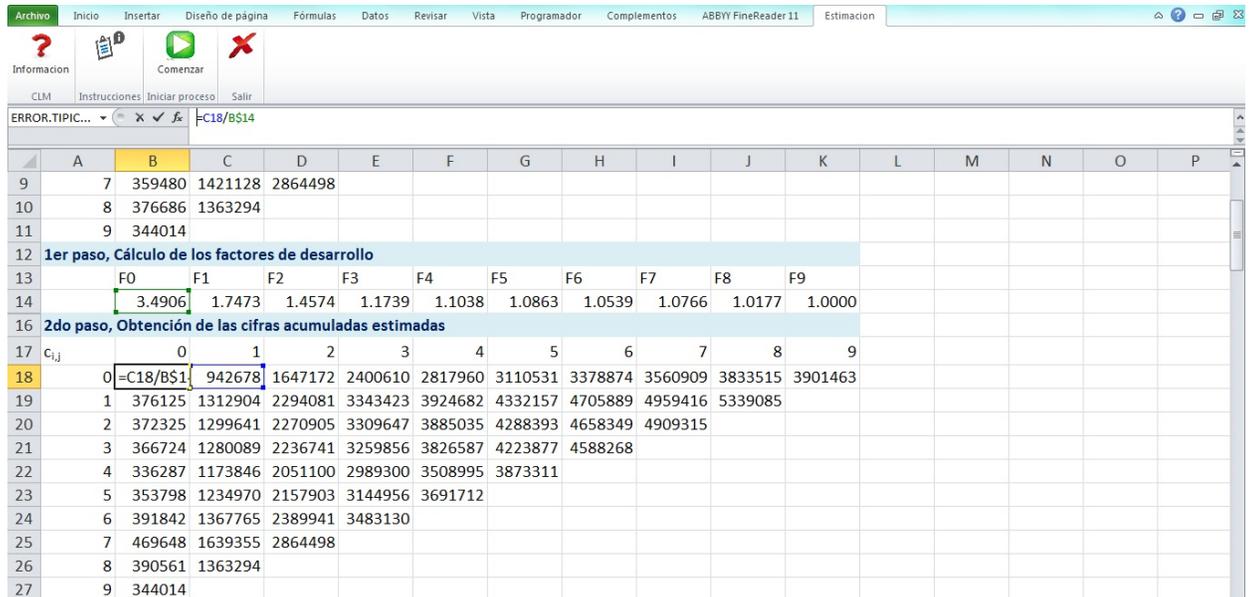


	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9					
2	0	357848	1124788	1735330	2218270	2745596	3319994	3466336	3606286	3833515	3901463					
3	1	352118	1236139	2170033	3353322	3799067	4120063	4647867	4914039	5339085						
4	2	290507	1292306	2218525	3235179	3985995	4132918	4628910	4909315							
5	3	310608	1418858	2195047	3757447	4029929	4381982	4588268								
6	4	443160	1136350	2128333	2897821	3402672	3873311									
7	5	396132	1333217	2180715	2985752	3691712										
8	6	440832	1288463	2419861	3483130											
9	7	359480	1421128	2864498												
10	8	376686	1363294													
11	9	344014														
12	1er paso, Cálculo de los factores de desarrollo															
13		F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9					
14		=SUMA(C	1.7473	1.4574	1.1739	1.1038	1.0863	1.0539	1.0766	1.0177	1.0000					

Figura 2.29: Factores de desarrollo en B2

Paso 2. Obtención de los valores acumulados estimados.

$$C_{0,0} = \frac{C_{0,1}}{F_0} = \frac{942678}{3,4906} = 270061.$$



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
9	7	359480	1421128	2864498												
10	8	376686	1363294													
11	9	344014														
12	1er paso, Cálculo de los factores de desarrollo															
13		F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9					
14		3.4906	1.7473	1.4574	1.1739	1.1038	1.0863	1.0539	1.0766	1.0177	1.0000					
16	2do paso, Obtención de las cifras acumuladas estimadas															
17	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9					
18	0	=C18/B\$1	942678	1647172	2400610	2817960	3110531	3378874	3560909	3833515	3901463					
19	1	376125	1312904	2294081	3343423	3924682	4332157	4705889	4959416	5339085						
20	2	372325	1299641	2270905	3309647	3885035	4288393	4658349	4909315							
21	3	366724	1280089	2236741	3259856	3826587	4223877	4588268								
22	4	336287	1173846	2051100	2989300	3508995	3873311									
23	5	353798	1234970	2157903	3144956	3691712										
24	6	391842	1367765	2389941	3483130											
25	7	469648	1639355	2864498												
26	8	390561	1363294													
27	9	344014														

Figura 2.30: Valores acumulados en B2

Paso 3. Incrementos anuales a partir de los valores estimados.

$$m_{0,1} = \begin{cases} \hat{C}_{0,1}, & j = 0, \\ \hat{C}_{0,1} - \hat{C}_{0,1-1}, & j \geq 1; j = N - 0, \end{cases}$$

$$m_{4,1} = \begin{cases} 1173846, & j = 0, \\ 1173846 - 336287 = 837559, & j \geq 1; j = N - 0. \end{cases}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
22	4	336287	1173846	2051100	2989300	3508995	3873311									
23	5	353798	1234970	2157903	3144956	3691712										
24	6	391842	1367765	2389941	3483130											
25	7	469648	1639355	2864498												
26	8	390561	1363294													
27	9	344014														
28	3er paso, Cálculo de los incrementos anuales en los valores estimados															
29	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9					
30	0	270061	672617	704494	753438	417350	292571	268344	182035	272606	67948					
31	1	376125	936779	981176	1049342	581260	407474	373732	253527	379669						
32	2	372325	927316	971264	1038741	575388	403358	369957	250966							
33	3	366724	913365	956652	1023114	566731	397290	364391								
34	4	336287	=C22-B22	877254	938200	519695	364316									
35	5	353798	881172	922933	987053	546756										
36	6	391842	975923	1022175	1093189											
37	7	469648	1169707	1225143												
38	8	390561	972733													
39	9	344014														

Figura 2.31: Incrementos anuales en B2

Paso 4. *Cálculo de los residuos adimensionales de Pearson*

$$\hat{r}_{1,0} = \frac{C_{1,0} - m_{1,0}}{\sqrt{m_{1,0}}} = \frac{357848 - 270061}{\sqrt{270061}} = 168,926.$$

Paso 6. *Se calculan los incrementos a partir de la muestra obtenida*

$$\hat{C}_{0,0} = \hat{r}_{0,0} * \sqrt{m_{0,0}} + m_{0,0} = -311,631 * \sqrt{270061} + 270061 = 108115.$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
28	3er paso, Cálculo de los incrementos anuales en los valores estimados																
29	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9						
30	0	270061	672617	704494	753438	417350	292571	268344	182035	272606	67948						
31	1	376125	936779	981176	1049342	581260	407474	373732	253527	379669							
52	5to paso, Realización del remuestreo de los residuos																
65		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9						
66	0	-311.631	-39.1446	-54.5096	108.031	533.159	-403.768	197.158	-403.768	78.2628	78.2628			0			
79	6to paso, Regeneración de los incrementos en la muestra original																
80	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9						
81	0	=B66*RAI	640513	658742	847210	761785	74173	370475	9765	313468	88349						
82	1	484157	1055337	1088186	1026599	546413	407474	317083	253527	415879							
83	2	324413	831102	949384	1111279	619964	412293	309961	287858								
84	3	285523	1111398	825503	614706	756459	285254	283449									
85	4	278347	892071	991983	1009531	674909	503908										
86	5	340592	714320	828172	1154882	488695											
87	6	437940	1170694	1131398	996303												
88	7	604762	1120274	1290189													
89	8	377693	934126														
90	9	236559															

Figura 2.34: Incrementos en B2

Paso 7. *Regeneración de los datos acumulados.*

$$\hat{m}_{0,1} = \sum_{i=0}^1 \hat{C}_{0,j} = 108115 + 640513 = 748628.$$

CAPÍTULO 2

2.6. EJEMPLOS

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
81	0	108115	640513	658742	847210	761785	74173	370475	9765	313468	88349			28	-311.631				
82	1	484157	1055337	1088186	1026599	546413	407474	317083	253527	415879				29	130.7599				
83	2	324413	831102	949384	1111279	619964	412293	309961	287858					30	-21.6715				
84	3	285523	1111398	825503	614706	756459	285254	283449						31	533.1592				
85	4	278347	892071	991983	1009531	674909	503908							32	-174.18				
86	5	340592	714320	828172	1154882	488695								33	-183.206				
87	6	437940	1170694	1131398	996303									34	-28.6168				
88	7	604762	1120274	1290189										35	170.2343				
89	8	377693	934126											36	-177.747				
90	9	236559												37	231.27				
91	7to paso, Regeneración de los datos acumulados													38	-390.865				
92	C _{i,j}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			39	-20.5908				
93	0	108115	=SUMA(\$B81:C81)	1407370	2254580	3016365	3090538	3461013	3470778	3784246	3872595			40	215.3066				
94	1	484157	1539494	2627680	3654280	4200692	4608167	4925250	5178776	5594655				41	521.0362				
95	2	324413	1155515	2104899	3216178	3836142	4248434	4558395	4846254					42	-135.474				
96	3	285523	1396922	2222425	2837131	3593590	3878845	4162294						43	-403.768				
97	4	278347	1170418	2162401	3171932	3846842	4350749							44	-71.7692				
98	5	340592	1054912	1883084	3037966	3526660								45	176.1518				
99	6	437940	1608634	2740032	3736335									46	-235.516				
100	7	604762	1725036	3015224										47	252.0241				
101	8	377693	1311819											48	207.2125				
102	9	236559												49	-261.916				

Figura 2.35: Datos acumulados en B2

Paso 8. Se vuelven a obtener los factores de desarrollo de la base de datos con las muestras regeneradas.

$$F_0 = \frac{C_{i,1}}{C_{i,0}} = \frac{11711377}{3241542} = 3,6129,$$

continuando de la misma forma con el resto de las filas, hasta obtener todos los factores de desarrollo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
91	7to paso, Regeneración de los datos acumulados													38	-390.865				
92	C _{i,j}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			39	-20.5908				
93	0	108115	748628	1407370	2254580	3016365	3090538	3461013	3470778	3784246	3872595			40	215.3066				
94	1	484157	1539494	2627680	3654280	4200692	4608167	4925250	5178776	5594655				41	521.0362				
95	2	324413	1155515	2104899	3216178	3836142	4248434	4558395	4846254					42	-135.474				
96	3	285523	1396922	2222425	2837131	3593590	3878845	4162294						43	-403.768				
97	4	278347	1170418	2162401	3171932	3846842	4350749							44	-71.7692				
98	5	340592	1054912	1883084	3037966	3526660								45	176.1518				
99	6	437940	1608634	2740032	3736335									46	-235.516				
100	7	604762	1725036	3015224										47	252.0241				
101	8	377693	1311819											48	207.2125				
102	9	236559												49	-261.916				
103	8vo paso, Obtención de los factores de desarrollo de la muestra													50	-98.6386				
104	F ₀	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆	F ₇	F ₈	F ₉				51	25.11398				
105	=SUMA(C3	1.746527	1.4463	1.211766	1.09101	1.080941	1.042577	1.084322	1.023346	1				52	58.76548				

Figura 2.36: Factores de desarrollo en B2

Paso 9. Se obtienen las reservas a partir de la muestra bootstrap y sus factores de proyección.

Capítulo 3

Aplicación para el cálculo de reservas

Para este apartado se estimarán las reservas con la metodología ya revisada e ilustrada con los ejemplos anteriores.

3.1. Implementación

La base de datos que se ocupará para esta sección es tomada de la paquetería ChainLadder llamada “liab”, que es un triángulo (matriz de 14X14) con datos de los siniestros acumulados de una aseguradora.

CAPÍTULO 3

3.1. IMPLEMENTACIÓN

	Año de desarrollo													
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Año de origen	59966	163152	254512	349524	433265	475778	513660	520309	527978	539039	537301	540873	547696	549589
	49685	153344	272936	383349	458791	503358	532615	551437	555792	556671	560844	563571	562795	
	51914	170048	319204	425029	503999	544769	559475	577425	588342	590985	601296	602710		
	84937	273183	407318	547288	621738	687139	736304	757440	758036	782084	784632			
	98921	278329	448530	561691	641332	721696	742110	752434	768638	768373				
	71708	245587	416882	560958	654652	726813	768358	793603	811100					
	92350	285507	466214	620030	741226	827979	873526	896728						
	95731	313144	553702	755978	857859	962825	1022241							
	97518	343218	575441	769017	934103	1019303								
	173686	459416	722336	955335	1141750									
	139821	436958	809926	1174196										
	154965	528080	1032684											
	196124	772971												
	204325													

Figura 3.1: Base de datos liab (B3)

Se muestra en el triángulo, los valores conocidos de las pérdidas para cada año. Se pueden citar algunos datos acumulados de pérdida del año de origen 11 que son 154965, 528080 y 1032684. La evaluación más reciente de las pérdidas se encuentran en la última diagonal, es decir, el vector 549589, 562795, 602710, 784632, 768373, . . . , 204325. Tal como se ha visto el objetivo, es pronosticar el desarrollo de las futuras reclamaciones.

CAPÍTULO 3

3.1. IMPLEMENTACIÓN

De igual forma se realiza un gráfico y análisis estadístico de la base de datos. La visualización obtenida es:

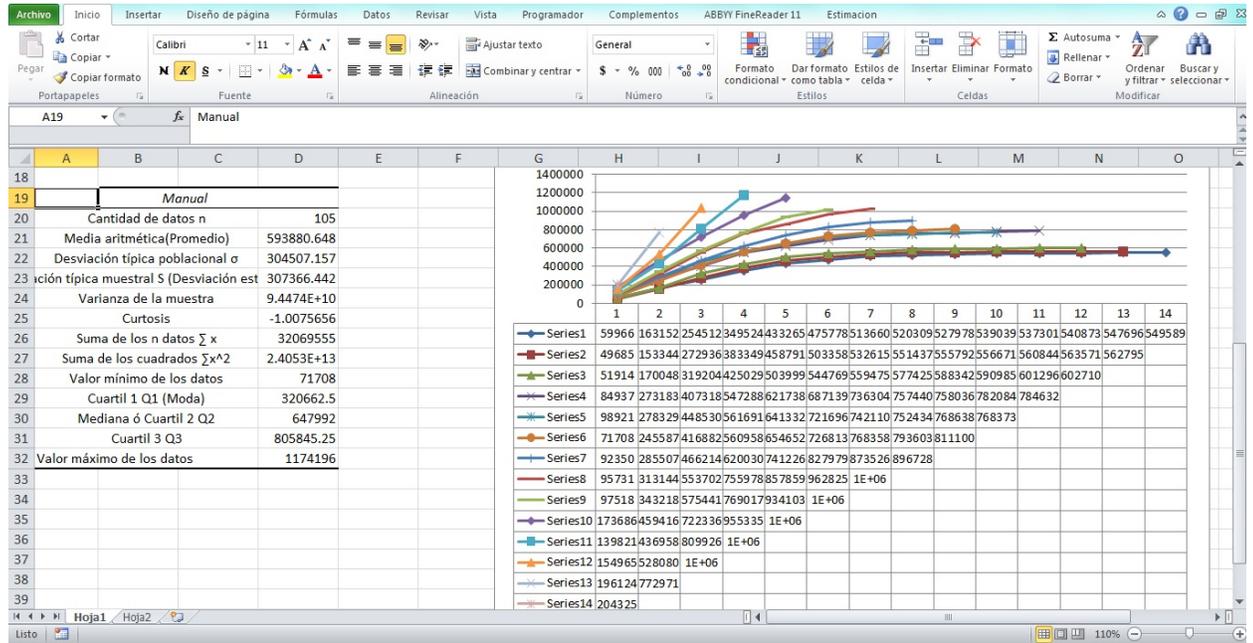


Figura 3.2: Análisis descriptivo y gráfica en B3

Para la fase de estimación se apoya en la realización de un número elevado de pasos. En cada paso se mostrarán los resultados obtenidos mediante el algoritmo programado.

Paso 1. Cálculo de los factores de desarrollo.

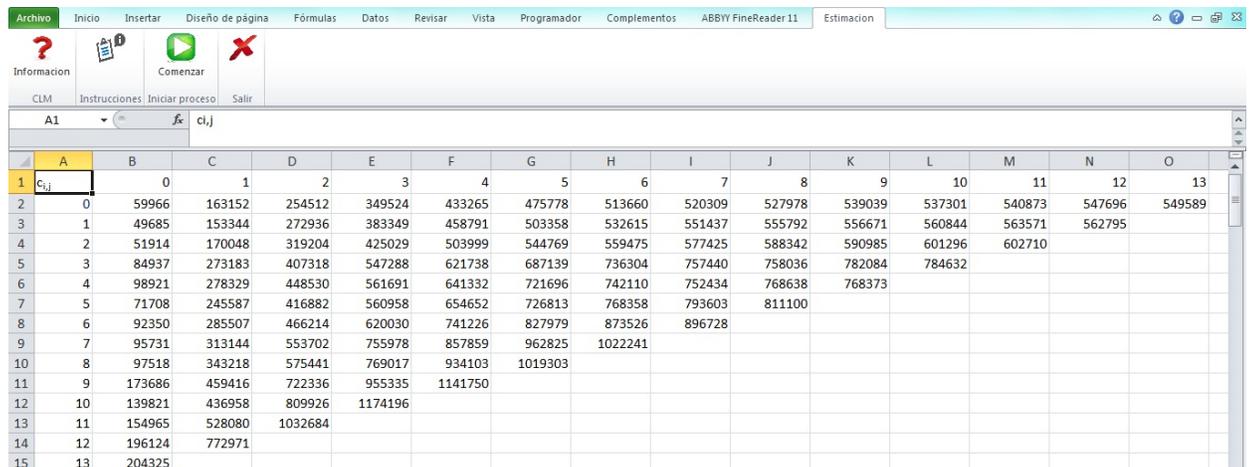


Figura 3.3: Factores de desarrollo en B3

CAPÍTULO 3

3.1. IMPLEMENTACIÓN

Paso 2. *Obtención de los valores acumulados estimados.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
16	1er paso, Cálculo de los factores de desarrollo														
17		F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13
18		3.2347348	1.72047767	1.35361038	1.17889345	1.10649884	1.05466284	1.02609538	1.01448093	1.01199393	1.00619497	1.00453855	1.00547515	1.0034563	1
20	2do paso, Obtención de las cifras acumuladas estimadas														
21	C _{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
22	0	49361.6189	159671.747	274711.675	371852.573	438374.565	485060.948	511575.758	524925.52	532526.927	538914.015	542252.569	544713.61	547696	549589
23	1	50722.4305	164073.611	282284.985	382103.884	450459.768	498433.212	525678.987	539396.778	547207.743	553770.911	557201.503	559730.39	562795	
24	2	54617.2168	176672.212	303960.596	411444.217	485048.894	536706.04	566043.917	580815.046	589225.785	596292.915	599986.929	602710		
25	3	71425.5828	231042.819	397504.01	538065.553	634321.959	701876.513	740243.077	759559.999	770559.13	779801.159	784632			
26	4	70378.8251	227656.835	391678.501	530180.083	625025.83	691590.357	729394.651	748428.479	759266.415	768373				
27	5	75183.4453	243198.507	418417.601	566374.407	667695.081	738803.834	779188.95	799522.179	811100					
28	6	84324.2405	272766.556	469288.768	635234.146	748873.377	828627.525	873922.66	896728						
29	7	98635.3827	319059.305	548934.41	743043.314	875968.899	969258.572	1022241							
30	8	103728.091	335532.866	577276.804	781407.872	921196.626	1019303								
31	9	128562.724	415866.319	715488.716	968492.95	1141750									
32	10	155868.803	504194.242	867454.934	1174196										
33	11	185558.019	600230.981	1032684											
34	12	238959.62	772971												
35	13	204325													

Figura 3.4: Valores acumulados en B3

Paso 3. *Incrementos anuales a partir de los valores estimados.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
36	3er paso, Cálculo de los incrementos anuales en los valores estimados														
37	C _{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
38	0	49361.6189	110310.128	115039.928	97140.8987	66521.9915	46686.3834	26514.8097	13349.7618	7601.40718	6387.08813	3338.55357	2461.04105	2982.39041	1893
39	1	50722.4305	113351.181	118211.373	99818.8997	68355.884	47973.4435	27245.7756	13717.7909	7810.96439	6563.16873	3430.59153	2528.88755	3064.60959	
40	2	54617.2168	122054.995	127288.384	107483.621	73604.6774	51657.1454	29337.8771	14771.1289	8410.73923	7067.12999	3694.01386	2723.0714		
41	3	71425.5828	159617.236	166461.192	140561.543	96256.4057	67554.5539	38366.5645	19316.9215	10999.1315	9242.02857	4830.84105			
42	4	70378.8251	157278.01	164021.666	138501.582	94845.7468	66564.5269	37804.294	19033.8277	10837.9368	9106.58459				
43	5	75183.4453	168015.062	175219.094	147956.806	101320.674	71108.7527	40385.1168	20333.2287	11577.8209					
44	6	84324.2405	188442.315	196522.213	165945.378	113639.231	79754.1473	45295.1349	22805.3405						
45	7	98635.3827	220423.923	229875.105	194108.904	132925.585	93289.6731	52982.4276							
46	8	103728.091	231804.775	241743.938	204131.068	139788.754	98106.3737								
47	9	128562.724	287303.595	299622.397	253004.234	173257.05									
48	10	155868.803	348325.439	363260.692	306741.066										
49	11	185558.019	414672.962	432453.019											
50	12	238959.62	534011.38												
51	13	204325													

Figura 3.5: Incrementos anuales en B3

CAPÍTULO 3

3.1. IMPLEMENTACIÓN

Paso 4. Cálculo de los residuos adimensionales de Pearson

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in the range B3:O13:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	47.7299116	-21.449837	-69.816179	-6.8305228	66.7614128	-19.314931	69.8085915	-57.994582	0.77527103	58.4829223	-87.859717	22.3943563	70.3263235	0
1	-4.6063718	-28.7878	4.01556501	33.5318636	27.1031837	-15.552519	12.1845907	43.5799141	-39.103617	-70.163327	12.6753049	3.93955351	-69.376532	
2	-11.566877	-11.223248	61.2924607	-5.0591315	19.7762131	-47.901468	-85.425141	26.1556836	27.3280833	-52.626724	108.870687	-25.086139		
3	50.5561515	71.6576742	-79.23153	-1.5778036	-70.286071	-8.2856852	55.1295419	13.0882771	-99.193883	154.011537	-32.844624			
4	107.588551	55.8016728	15.2577698	-68.090923	-49.370811	53.486118	-89.440941	-63.131557	51.5445171	-98.205377				
5	-12.67504	14.3059028	-9.3745121	-10.089146	-23.959964	3.94599268	5.77169809	34.4456959	55.0108139					
6	27.6382105	10.860841	-35.675429	-29.775287	22.4167166	24.7827912	1.18342894	2.62663426						
7	-9.2477797	-6.4131327	22.2814265	18.537235	-85.149397	38.2286937	27.9502868							
8	-19.281898	28.8605355	-19.364306	-23.36181	67.6608	-41.205541								
9	125.847063	-2.9357722	-67.051313	-39.772212	31.6113308									
10	-40.6477	-86.731985	16.1060701	103.872448										
11	-71.020294	-64.535902	109.71671											
12	-87.62798	58.6178389												
13	0													

Figura 3.6: Residuos adimensionales de Pearson en B3

Paso 5. Se remuestran los residuos anteriores.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in the range B3:O13:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	-4.6063718	22.2814265	-12.67504	55.1295419	0.77527103	38.2286937	154.011537	-8.2856852	-68.090923	22.3943563	125.847063	-11.223248	67.6608	107.588551
1	-28.7878	-23.36181	-85.149397	-4.6063718	-9.3745121	-49.370811	61.2924607	4.01556501	-9.2477797	-69.376532	14.3059028	-10.089146	34.4456959	
2	-6.8305228	67.6608	-6.4131327	-19.364306	-6.8305228	-2.9357722	109.71671	-70.286071	-23.36181	-47.901468	61.2924607	-85.149397		
3	14.3059028	0.77527103	-25.086139	55.1295419	-1.5778036	-15.552519	-4.6063718	2.62663426	-89.440941	-23.959964	-4.6063718			
4	70.3263235	31.6113308	108.870687	-71.020294	51.5445171	43.5799141	-79.23153	58.4829223	19.7762131	53.486118				
5	-70.163327	-6.4131327	0	-71.020294	-68.090923	-23.36181	-69.376532	125.847063	-1.5778036					
6	-15.552519	-6.4131327	51.5445171	-79.23153	27.9502868	-98.205377	26.1556836	22.4167166						
7	27.9502868	109.71671	-1.5778036	-5.0591315	69.8085915	61.2924607	-19.314931							
8	-28.7878	-19.314931	0.77527103	67.6608	-1.5778036	12.1845907								
9	-69.816179	-67.051313	-69.376532	-9.3745121	22.3943563									
10	-11.566877	-23.959964	-69.816179	15.2577698										
11	27.3280833	-10.089146	55.8016728											
12	34.4456959	-19.314931												
13	2.62663426													

Figura 3.7: Remuestro en B3

CAPÍTULO 3

3.1. IMPLEMENTACIÓN

Paso 6. Se calculan los incrementos a partir de la muestra obtenida

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
101	6to paso, Regeneración de los incrementos en la muestra original														
102	$C_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
103	0	48338.1994	117710.451	110740.867	114323.363	66721.9483	54946.4695	51593.076	12392.424	1664.8286	8176.82851	10610.0243	1904.2683	6677.43238	6574.02935
104	1	44238.9455	105485.804	88935.4091	98363.5566	65904.9217	37159.8334	37362.8896	14188.1058	6993.64877	942.740992	4268.50616	2021.52412	4971.48598	
105	2	53020.9013	145693.223	125000.339	101135.092	71751.5441	50989.897	48130.4878	6228.80347	6268.2257	3040.23447	7419.27152	-1720.2844		
106	3	75248.9162	159926.973	156226.133	161230.456	95766.8888	63512.2583	37464.2967	19681.9851	1618.85686	6938.62615	4510.67862			
107	4	89035.7009	169814.524	208113.846	112070.811	110719.931	77808.1893	22399.0489	27102.3153	12896.7476	14210.6807				
108	5	55944.9417	165386.342	175219.094	120638.74	79646.7148	64879.04	26443.1753	38278.3442	11408.0488					
109	6	79808.001	185658.378	219372.323	133669.31	123061.39	52020.186	50861.7585	26190.5868						
110	7	107413.525	271935.178	229118.622	191879.962	158377.073	112010.449	48536.5337							
111	8	94456.4486	222505.388	242125.119	234700.804	139198.839	101922.824								
112	9	103529.683	251363.616	261647.227	248288.899	182578.512									
113	10	151302.174	334184.483	321181.705	315191.461										
114	11	197329.986	408176.046	469148.846											
115	12	255797.881	519896.785												
116	13	205512.3													

Figura 3.8: Incrementos en B3

Paso 7. Regeneración de los datos acumulados.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
117	7to paso, Regeneración de los datos acumulados														
118	$C_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
119	0	48338.1994	166048.65	276789.517	391112.88	457834.828	512781.297	564374.373	576766.797	578431.626	586608.455	597218.479	599122.747	605800.179	612374.209
120	1	44238.9455	149724.75	238660.159	337023.716	402928.637	440088.471	477451.36	491639.466	498633.115	499575.856	503844.362	505865.886	510837.372	
121	2	53020.9013	198714.124	323714.463	424849.555	496601.099	547590.996	595721.484	601950.287	608218.513	611258.747	618678.019	616957.735		
122	3	75248.9162	235175.889	391402.023	552632.479	648399.368	711911.626	749375.923	769057.908	770676.765	777615.391	782126.069			
123	4	89035.7009	258850.225	466964.071	579034.882	689754.812	767563.002	789962.051	817064.366	829961.114	844171.794				
124	5	55944.9417	221331.284	396550.377	517189.118	596835.832	661714.872	688158.048	726436.392	737844.441					
125	6	79808.001	265466.379	484838.702	618508.011	741569.401	793589.587	844451.346	870641.932						
126	7	107413.525	379348.704	608467.326	800347.288	958724.361	1070734.81	1119271.34							
127	8	94456.4486	316961.836	559086.955	793787.759	932986.598	1034909.42								
128	9	103529.683	354893.299	616540.526	864829.426	1047407.94									
129	10	151302.174	485486.657	806668.362	1121859.82										
130	11	197329.986	605506.032	1074654.88											
131	12	255797.881	775694.665												
132	13	205512.3													

Figura 3.9: Datos acumulados en B3

CAPÍTULO 3
3.1. IMPLEMENTACIÓN

Paso 8. *Se vuelven a obtener los factores de desarrollo del método con las muestras regeneradas.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
133	5vo paso, Obtención de los factores de desarrollo de la muestra														
134		F0	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13
135		3.25585796	1.71665262	1.35427562	0.99598181	0.93802436	0.89112815	0.83269035	0.82903435	0.82490647	0.75374914	0.68826457	0.64847406	0.54840911	1

Figura 3.10: Factores de desarrollo en B3

Paso 9. *Se obtienen las reservas a partir de la muestra Bootstrap y sus factores de proyección.*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
137	5vo paso, Regeneración de los datos acumulados														
138	$c_{i,j}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
139	0	59966	163152	254512	349524	433265	475778	513660	520309	527978	539039	537301	540873	547696	549589
140	1	49685	153344	272936	383349	458791	503358	532615	551437	555792	556671	560844	563571	562795	308642
141	2	51914	170048	319204	425029	503999	544769	559475	577425	588342	590985	601296	602710	390842	214341
142	3	84937	273183	407318	547288	621738	687139	736304	757440	758036	782084	784632	540034	350198	192052
143	4	98921	278329	448530	561691	641332	721696	742110	752434	768638	768373	579160	398616	258492	141759
144	5	71708	245587	416882	560958	654652	726813	768358	793603	811100	669082	504320	347105	225089	123441
145	6	92350	285507	466214	620030	741226	827979	873526	896728	743418	613251	462237	318141	206306	113140
146	7	95731	313144	553702	755978	857859	962825	1022241	851210	705683	582122	438774	301993	195834	107397
147	8	97518	343218	575441	769017	934103	1019303	908330	756357	627046	517254	389880	268341	174012	95430
148	9	173686	459416	722336	955335	1141750	1070989	954389	794710	658842	543483	409650	281948	182836	100269
149	10	139821	436958	809926	1174196	1169478	1096999	977566	814010	674842	556682	419598	288795	187276	102704
150	11	154965	528080	1032684	1398539	1392919	1306592	1164341	969936	803778	663042	499767	343972	223057	122326
151	12	196124	772971	1326923	1797019	1789798	1678874	1496092	1245782	1032796	851960	642164	441979	286612	157180
152	13	204325	665253	1142009	1546594	1540380	1444914	1287603	1072175	888870	733234	552675	380387	246671	135277
153															

Figura 3.11: Reservas en B3

En cada una de las repeticiones se obtiene una nueva muestra y un nuevo valor de los estadísticos. El error estándar por regeneración es la desviación típica de los estadísticos obtenidos por el método bootstrap.

CAPÍTULO 3

3.1. IMPLEMENTACIÓN

The screenshot shows a spreadsheet application window with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
153															
154															
155															
156			Bootstrap(R)												
157		R1	-254153.0935												
158		R2	-388368.7950												
159		R3	-592580.0589												
160		R4	-626613.6843												
161		R5	-687659.2299												
162		R6	-783587.6613												
163		R7	-914843.6484												
164		R8	-923873.2599												
165		R9	-1041481.2557												
166		R10	-1071492.1891												
167		R11	-910357.5225												
168		R12	-615790.5080												
169		R13	-69048.4869												
170															

Figura 3.12: Reservas en B3

Conclusiones

Al establecer el nuevo enfoque por parte de las instituciones de Seguros y Fianzas, nace la necesidad de obtener de la mejor forma el cálculo del capital que busca garantizar el cumplimiento de las responsabilidades que asume la institución aseguradora. De esta manera, se revisaron algunos conceptos base para las compañías aseguradoras para comprender mejor la nueva directiva propuesta, como los cambios en el cálculo de las reservas, la revisión, el control y la disciplina en el mercado, descritos en Solvencia II. Al centrarnos en una necesidad, que fue crear un programa de VBA que facilitara los cálculos de las reservas mediante el método Bootstrap Chain-Ladder, ejemplificando con dos bases de datos una de ellas trabajada por los autores Taylor y Ashe y proponiendo una más en la sección de aplicación.

Al aplicar la programación en las tres bases de datos, se pudo reducir el tiempo de cálculo, adicionando de igual manera la precisión de los resultados obtenidos. Parte de este trabajo se realizó y presentó en dos eventos, “Jóvenes Investigadores Primavera XI” y “Novena Semana Internacional de Estadística y Probabilidad”.

Apéndice

Terminología

- **Accidente.-** Acontecimiento inesperado, repentino e involuntario que pueda ser causa de daños a las personas o a las cosas independientemente de su voluntad.
- **Asegurable.-** Persona o bien que reúne las características predeterminadas para poder ser objeto de la cobertura del seguro.
- **Asegurado.-** Persona sobre la cual recae la cobertura del seguro.
- **Asegurador.-** Persona que mediante un contrato de seguro asume las consecuencias producidas por la realización del evento cuyo riesgo es objeto de cobertura.
- **Año del calendario.-** Un período de 12 meses de Enero a Diciembre.
- **Año de ocurrencia de siniestros.-** $y \in \{1910, 1911, \dots, y\}$, donde y representa la mayor parte del año civil completo reciente, también llamado: año de accidente.
- **Año de desarrollo.-** k , el número completo de años que han transcurrido entre el final del año de reclamaciones y en el final del año en el que se liquida el importe de la pérdida de siniestros (parcial o totalmente), $k \in \{0, 1, \dots, N\}$, donde N representa el número máximo de años de desarrollo observados para cualquier año de ocurrencia de siniestros.
- **Beneficiario.-** Persona natural o jurídica, que ha sido designada por quien contrata el seguro para recibir la indemnización pactada en caso de producirse un siniestro.
- **Capital de Solvencia Obligatorio.-** Corresponde al capital económico que deben poseer las empresas de seguros y reaseguros para cumplir con sus obligaciones frente

a los tomadores y beneficiarios de seguros en los doce meses siguientes con una probabilidad del 99.5 %.

- **Capital Mínimo Obligatorio.**- Nivel de fondos propios por debajo del cual los tomadores y beneficiarios, en caso de continuar con las empresas de seguros y reaseguros su actividad, estarían expuestos a un nivel de riesgo inaceptable.
- **Cartera de Seguros.**- Conjunto de pólizas de seguros cuyos riesgos están cubiertos por una entidad aseguradora.
- **Coaseguro.**- Participación por parte del asegurado en el total de los gastos generados en un siniestro después de aplicar el deducible.
- **Coberturas.**- Son los riesgos que asume el asegurador (pueden ser uno o más) y que se describen en la póliza.
- **Margen de Riesgo.**- Costo de asegurar que el capital requerido esté disponible para mantener las obligaciones de seguros para años subsecuentes.
- **Margen de Solvencia.**- Conjunto de recursos constituidos por patrimonio propio no comprometido, coincidente en cierta medida con el patrimonio neto contable que, como mínimo, deben tener las entidades aseguradoras en todo momento para garantizar económicamente al máximo los compromisos con los asegurados.
- **Margen de Utilidad.**- Corresponde a la porción de prima que será destinada a la utilidad de la compañía.
- **Mejor Estimador.**- Valor correspondiente a la media de los flujos de caja futuros ponderada por su probabilidad, teniendo en cuenta el valor del dinero en el tiempo.
- **Monto de liquidación de pérdida de reclamo o una pérdida de reclamo liquidada.**- Es la cantidad pagada o gasto incurrido con respecto de un evento de reclamo
- **Póliza.**- Documento que instrumenta el contrato de seguro, en el que se reflejan las normas que de forma general, particular o especial, regulan la relación contractual convenida entre el asegurador y el asegurado.

- **Prima.-** Aportación económica que ha de satisfacer el contratante o asegurado a la entidad aseguradora en concepto de contraprestación por la cobertura del riesgo que ésta ofrece.
- **Reservas.-** Provisión constituida por las entidades aseguradoras para atender las obligaciones contraídas con sus asegurados.
- **Riesgo.-** Probabilidad de ocurrencia de un siniestro. Es la posibilidad de que la persona o bien asegurado sufra el siniestro previsto en las condiciones de póliza
- **Seguro.-** Instrumento por el cual el asegurador se obliga, mediante el cobro de una prima a abonar, dentro de los límites pactados, un capital u otras prestaciones convenidas, en caso de que se produzca el evento cuyo riesgo es objeto de cobertura.
- **Siniestro.-** Manifestación del riesgo asegurado. Acontecimiento o hecho previsto en el contrato de seguro que por causar daños concretos establecidos en la póliza genera la obligación de indemnizar al Asegurado.
- **Solvencia.-** Proceso por el cual una entidad aseguradora demuestra su capacidad presente y futura para responder a factores de riesgo.
- **Vencimiento de la Póliza.-** Fecha pactada en el contrato para la finalización del mismo.
- **Vigencia Del Seguro.-** Plazo durante el cual el contrato está en vigor y el asegurado se encuentra cubierto.

Bibliografía

- [1] Aguilar, M. (2015). Métodos para la estimación de provisiones técnicas de seguros de no vida
- [2] Carrasco, J. (2016). Solvencia II: Análisis teórico y práctico.
- [3] Carrato, A., Concina, F., Gesmann, M., Murphy, D., Wüthrich, M., and Zhang, W. (2017). Claims reserving with R: ChainLadder-0.2. 4 Package Vignette.
- [4] Chernick, M. R. (2008). Bootstrap methods: A guide for practitioners and researchers. Hoboken.
- [5] England, P. D., and Verrall, R. J. (2002). Stochastic claims reserving in general insurance. *British Actuarial Journal*, 8(3), 443-518.
- [6] Espejo Fernández, J. (2014). Provisiones técnicas de prestaciones pendientes: el método Chain-Ladder estocástico desde un punto de vista práctico en Solvencia II.
- [7] González, P. A., y Lozano, I. A. (2008). Análisis del riesgo en seguros en el marco de Solvencia II: Técnicas estadísticas avanzadas Monte Carlo y Bootstrapping. Fundación Mapfre.
- [8] Hall, P. (2013). The bootstrap and Edgeworth expansion. Springer Science and Business Media.
- [9] Lozano, I. A., y González, P. A. (2010). Métodos Estocásticos de Estimación de las Provisiones Técnicas en el marco de Solvencia II. Fundación Mapfre.
- [10] Mack, T. (1993). Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. *Astin bulletin*, 23(2), 213-225.

- [11] Ramiro, H. (2000). Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros (carta). *Gac. méd. Méx*, 136(6), 643-644.
- [12] Schmidt, K. D., and Schnaus, A. (1996). An extension of Mack's model for the chain ladder method. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 26(2), 247-262.
- [13] Solanas, A., and Olivera, V. (1992). Bootstrap: fundamentos e introducción a sus aplicaciones. *Anuario de psicología/The UB Journal of psychology*, (55), 143-154.
- [14] Taylor, G. C., and Ashe, F. R. (1983). Second moments of estimates of outstanding claims. *Journal of Econometrics*, 23(1), 37-61.
- [15] Wüthrich, M. V., and Merz, M. (2008). *Stochastic claims reserving methods in insurance* (Vol. 435). John Wiley and Sons.