
Proyecto

Aviso: Este proyecto aporta 10 % (1 pto.) de la evaluación final.

Código de Ética: No use el código de otros.

Instrucciones:

- Realizar los cálculos que se piden en una hoja de trabajo (worksheet) del SAC Sage (opción 1) ó wxMaxima (opción 2) y entregar dicha hoja de trabajo.
- Entregar un archivo pdf en donde se exhiban los resultados obtenidos en la hoja de trabajo. Usar el procesador de textos \LaTeX para generar el pdf.
- Fecha de entrega del proyecto: Martes 7 de Diciembre de 2010.

Integral definida

1. $\int_1^3 e^x dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n e^{1+2k/n}$. Calcular:
 - a) La suma $\sum_{k=1}^n e^{1+2k/n}$ y simplificarla.
 - b) El límite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n e^{1+2k/n}$.
2. Exprese la integral $\int_0^\pi \sin 5x dx$ como un límite de sumas. Calcular:
 - a) La suma.
 - b) El límite.

Métodos de integración

1. Calcular:
 - a) $\int x\sqrt{x^2 + 2x + 4} dx$
 - b) $\int \sin^5 x \cos^2 x dx$
 - c) $\int \tan^2 x \sec^4 x dx$
 - d) $\int 2^x \sqrt{4^x - 1} dx$ ó $\int 2^x \sqrt{2^{2x} - 1} dx$ en lugar de lo anterior.
2. Calcular las siguientes integrales en dos formas, directamente y descomponiendo el integrando como una suma de fracciones más sencillas.

a) $\int \frac{x^2+2x-1}{2x^3+3x^2-2x} dx$

b) $\int \frac{1}{x(x+1)(2x+3)} dx$

3. a) Calcular:

1) $\int \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx$

2) $\int \frac{1}{(x+2)(x-5)} dx$

3) $\int \frac{1}{(x+1)(x+5)} dx$

4) $\int \frac{1}{(x+2)^2} dx$

b) Con base en el patrón de las respuestas que haya obtenido en el inciso

a), infiera el valor de la integral

$$\int \frac{1}{(x+a)(x+b)} dx$$

si $a \neq b$. ¿Qué sucede si $a = b$?

c) Compruebe lo que infirió calculando la integral del inciso b). A continuación pruébela por derivación.

4. a) Calcular:

1) $\int \sin x \cos 2x dx$

2) $\int \sin 3x \cos 7x dx$

3) $\int \sin 8x \cos 3x dx$

b) Con base en el patrón de las respuestas que haya obtenido en el inciso

a), infiera el valor de la integral

$$\int \sin ax \cos bx dx.$$

c) Compruebe su inferencia. A continuación pruébela por derivación.
¿Para cuáles valores de a y b es válida?

5. a) Calcular:

1) $\int \ln x dx$

2) $\int x \ln x dx$

3) $\int x^2 \ln x dx$

4) $\int x^3 \ln x dx$

$$5) \int x^7 \ln x \, dx$$

- b) Con base en el patrón de las respuestas que haya obtenido en el inciso a), infiera el valor de la integral

$$\int x^n \ln x \, dx.$$

- c) Compruebe su inferencia. A continuación pruébela por derivación. ¿Para cuáles valores de n es válida?

6. a) Calcular:

$$1) \int x e^x \, dx$$

$$2) \int x^2 e^x \, dx$$

$$3) \int x^3 e^x \, dx$$

$$4) \int x^4 e^x \, dx$$

$$5) \int x^5 e^x \, dx$$

- b) Con base en el patrón de las respuestas que haya obtenido en el inciso a), infiera el valor de la integral

$$\int x^6 e^x \, dx.$$

Enseguida compruebe su conjetura.

- c) Con base en los patrones de los incisos a), b), haga una conjetura acerca de la integral

$$\int x^n e^x \, dx$$

cuando $n \in \mathbb{N}$.

7. Descomponer en fracciones parciales la función f y calcular la integral $\int f(x) \, dx$ directamente y usando la descomposición obtenida.

$$a) f(x) = \frac{4x^3 - 27x^2 + 5x - 32}{30x^5 - 13x^4 + 50x^3 - 286x^2 - 299x - 70}$$

$$b) f(x) = \frac{12x^5 - 7x^3 - 13x^2 + 8}{100x^6 - 80x^5 + 116x^4 - 80x^3 + 41x^2 - 20x + 4}$$

Aplicaciones de la integral

1. Grafique la región limitada por la curva $x = \cos(t)$, $y = e^t$, $0 \leq t \leq \pi/2$, y las rectas $y = 1$ y $x = 0$. Plantee una integral que represente el área de esta región. A continuación, calcule la integral.
2. Trace la gráfica de la astroide $x = a \cos^3 \theta$, $y = a \sin^3 \theta$ y establezca una integral para el área que encierra. Luego, calcule la integral.
3. Encuentre el volumen del sólido obtenido al girar la región limitada por las curvas $y = e^x$, $y = 1$, $x = 1$ alrededor del eje y . Trace un esquema de la región y del sólido.

Puebla, Pue., a 30 de noviembre de 2010