Tarea $\#\, 9$ *(Inversa de una matriz y regla de Cramer)*

1. Hallar A^{-1} si A es invertible, usando la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{det(A)} adj(A)$, para las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ -5 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Demuestre que si $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ es una matriz invertible y $AB = 0$ para alguna matriz $B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ entonces $B = 0$

3. Demuestre que si $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ es una matriz invertible entonces A no es nilpotente.

4. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, usando la regla de Cramer (si es posible).

a)

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 1 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 0x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 &= 2 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 2 \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 - x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \end{aligned}$$

5. Resolver los sistemas de ecuaciones lineales de los ejercicios $1a), 1b), 1c)$ y $3f)$ de la Tarea $\sharp$ 6, usando la regla de Cramer (si es posible).

Puebla, Pue., a 9 de mayo de 2013