BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Prof. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Introducción a las Estructuras Algebraicas

Tarea $\#\ 9$

1. Mostrar que todo grupo $(G, *)$ con elemento neutro e y tal que $x * x = e$ para todo $x \in G$ es abeliano.

2. Mostrar que si $(a * b)^2 = a^2 * b^2$ para todo a y b en un grupo $(G, *)$ entonces $a * b = b * a$.

3. En S_3 dar un ejemplo de dos elementos ϕ, ψ tales que $(\phi \circ \psi)^2 \neq \phi^2 \circ \psi^2$.

4. Sea $(G, *)$ un grupo y sea a un elemento fijo de G. Mostrar que

$$H_a = \{x \in G | x * a = a * x\}$$

   es un subgrupo de G.

5. Mostrar que si $H \leq G$ y $K \leq G$ entonces $H \cap K \leq G$.

6. Si $(G, *)$ es un grupo abeliano y si $H = \{a \in G | a^2 = e\}$, Mostrar que $H \leq G$.

7. $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, \cdot)$ es un monoide. Sea $U_n = \{[x] \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} : [x] \text{ es invertible en } (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, \cdot)\}$

   a) Determinar U_8
   b) Determinar U_9
   c) Determinar U_{17}

8. Demostrar que $(U_n, \cdot)$ es un grupo.

9. ¿U_8, U_9, U_{17} son grupos cíclicos? Si alguno lo es, proporcione un generador.

Puebla, Pue., a 17 de noviembre de 2013