
Tarea # 6 (Sistemas de Ecuaciones Lineales)

1. En los siguientes ejercicios resuelva el sistema de ecuaciones lineales dado utilizando el método de Gauss ó el método de Gauss-Jordan.

a)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 9 \\2x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\4x_1 - x_2 + x_3 &= 4\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\-x_1 + 3x_2 + x_3 &= 5 \\3x_1 + x_2 + 7x_3 &= 2\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= 0 \\-x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0\end{aligned}$$

2. Reducir la matriz A a la forma escalonada reducida por filas.

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & 6 & 2 & -6 & 5 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 4 \\ 4 & -5 & 6 & -5 & 7 \end{pmatrix}$$

c)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 11 & -5 & 3 \\ 2 & -5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

d)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Resolver el sistema de ecuaciones lineales dado.

a)

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 &= 0 \\ 3x_1 - x_2 + 0x_3 + x_4 &= 1 \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 &= 2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 3 \\ 4x_1 + x_2 &= 7 \\ 2x_1 + 5x_2 &= -1 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} -x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 &= 0 \\ 2x_1 - 6x_2 + x_3 - 2x_4 &= -3 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 8x_4 &= 2 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x_1 + x_2 - x_3 - 6x_4 + 0x_5 &= 2 \\ \frac{1}{6}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + 0x_3 - 3x_4 + x_5 &= -1 \\ \frac{1}{3}x_1 + 0x_2 - 2x_3 + 0x_4 - 4x_5 &= 8 \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 2 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 &= 5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 &= -4 \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &= 1 \\x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\0x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 &= -1 \\x_1 + x_2 + 0x_3 + x_4 &= 2\end{aligned}$$

4. En cada uno de los siguientes ejercicios, ¿para qué valor(es) de k , si hay alguno, el sistema (i) no tendrá solución, (ii) tendrá una solución única y (iii) tendrá un número infinito de soluciones ?

a)

$$\begin{aligned}kx_1 + 2x_2 &= 3 \\2x_1 - 4x_2 &= -6\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 2 \\x_1 + x_2 + x_3 &= k \\2x_1 - x_2 + 4x_3 &= k^2\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + kx_3 &= 1 \\x_1 + kx_2 + x_3 &= 1 \\kx_1 + x_2 + x_3 &= -2\end{aligned}$$

5. Resolver el sistema de ecuaciones lineales homogéneas dado.

a)

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 &= 0 \\-3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 &= 0\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}-2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 &= 0 \\x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 0 \\2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 &= 0\end{aligned}$$

c)

$$2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 0$$

$$3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0$$

$$5x_1 - 10x_2 + 7x_3 - 3x_4 + x_5 = 0$$

d)

$$x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0$$

$$2x_1 - x_2 + 0x_3 + x_4 - x_5 = 0$$

$$-3x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0$$

$$4x_1 + x_2 + 6x_3 + x_4 + 3x_5 = 0$$

6. Mostrar que las únicas soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones son triviales.

a)

$$3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$-x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0$$

b)

$$4x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + 0x_3 = 0$$

$$0x_1 + x_2 - 6x_3 = 0$$

c)

$$7x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 - x_2 + x_3 + 0x_4 = 0$$

$$0x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + 0x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

d)

$$-3x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 = 0$$

$$x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0$$

$$x_1 + 0x_2 - x_3 + x_4 = 0$$

$$-x_1 + x_2 + 0x_3 - 3x_4 = 0$$

Puebla, Pue., a 2 de abril de 2013