# BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
## FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

***Profr. Carlos Alberto López Andrade***
***Materia: Introducción a las Estructuras Algebraicas***

---

# *Tarea* $\#\ 5$ *Relaciones de equivalencia*

1. Determine si la relación dada es una relación de equivalencia en $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Si la relación es de equivalencia, indique las clases de equivalencia.

   *a*) $\mathcal{R} = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(1,3),(3,1)\}$

   *b*)

   $$\begin{aligned}\mathcal{R} = \{&(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(1,5),(5,1),(3,5),(5,3),\\ &(1,3),(3,1)\}\end{aligned}$$

   *c*) $\mathcal{R} = \{(x,y)|$ 3 divide a $x+y\}$.

2. Enuncie los elementos de la relación de equivalencia en $X = \{1, 2, 3, 4\}$ definida por la partición dada y determine las clases de equivalencia.

   *a*) $\mathcal{F} = \{\{1,2\},\{3,4\}\}$

   *b*) $\mathcal{F} = \{\{1\},\{2\},\{3\},\{4\}\}$

   *c*) $\mathcal{F} = \{\{1,2,3,4\}\}$

   *d*) $\mathcal{F} = \{\{1\},\{2,4\},\{3\}\}$

3. Enuncie los elementos de la relación de equivalencia en $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ definida por la partición $\mathcal{F} = \{\{1,2\},\{3,4\},\{5,6\},\{7,8\}\}$ y determine las clases de equivalencia.

4. Sea $\mathcal{R}$ la relación definida en el conjunto de cadenas de ocho bits de manera que $b_1\mathcal{R}b_2$ si y sólo si coinciden los cuatro primeros bits de $b_1$ y $b_2$.

   *a*) Demuestre que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia.

   *b*) ¿Cuántas clases de equivalencia hay?

   *c*) Escriba un representante de cada clase de equivalencia.

5. Proporcione un ejemplo, mediante una lista de pares ordenados, de una relación de equivalencia en $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ que tenga exactamente cuatro clases de equivalencia.

6. Demostrar que la familia $\mathcal{F} = \{[n, n+1) : n \in \mathbb{Z}\}$ es una partición de $\mathbb{R}$.

7. $\mathcal{R} = \{(m,n) : m,n \in \mathbb{Z}, m \equiv n \pmod 2\}$ es una relación de equivalencia en $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} = \{0 + 2\mathbb{Z}, 1 + 2\mathbb{Z}\}$. Usar lo anterior para demostrar que para todo $m \in \mathbb{Z}$ se cumple una y sólo una de las siguientes afirmaciones:

   *a*) $2|m$

   *b*) $\exists\, n \in \mathbb{Z} : m = 2n + 1$

8. Supóngase que $X$ es un conjunto no vacío y sea $f$ una función que tiene al conjunto $X$ como su dominio. Sea $\mathcal{R}$ la relación en $X$ dada por:

$$\mathcal{R} = \{(x,y)|f(x) = f(y)\}$$

   *a*) Mostrar que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia en $X$.

   *b*) ¿Cuáles son las clases de equivalencia de $\mathcal{R}$ ?

9. Sea $\mathcal{R}$ la relación en el conjunto de pares ordenados de enteros positivos definida por $(a,b)\mathcal{R}(c,d)$ *ssi* $ad = bc$. Mostrar que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia.

10. Mostrar que la relación $\mathcal{R}$ en el conjunto de todas las funciones diferenciables de $\mathbb{R}$ a $\mathbb{R}$ dada por:

$$\mathcal{R} = \{(f,g)|\ \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g'(x)\}$$

   es una relación de equivalencia. ¿Qué funciones están en la misma clase de equivalencia que la función $f(x) = x^2$ ?

Puebla, Pue., a 29 de septiembre de 2013