

**Tarea # 5 Relaciones de equivalencia**

- Determine si la relación dada es una relación de equivalencia en  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Si la relación es de equivalencia, indique las clases de equivalencia.
  - $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 3), (3, 1)\}$
  - $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 5), (5, 1), (3, 5), (5, 3), (1, 3), (3, 1)\}$
  - $\mathcal{R} = \{(x, y) \mid 3 \text{ divide a } x + y\}$ .
- Enuncie los elementos de la relación de equivalencia en  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  definida por la partición dada y determine las clases de equivalencia.
  - $\mathcal{F} = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$
  - $\mathcal{F} = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$
  - $\mathcal{F} = \{\{1, 2, 3, 4\}\}$
  - $\mathcal{F} = \{\{1\}, \{2, 4\}, \{3\}\}$
- Enuncie los elementos de la relación de equivalencia en  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  definida por la partición  $\mathcal{F} = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6\}, \{7, 8\}\}$  y determine las clases de equivalencia.
- Sea  $\mathcal{R}$  la relación definida en el conjunto de cadenas de ocho bits de manera que  $b_1 \mathcal{R} b_2$  si y sólo si coinciden los cuatro primeros bits de  $b_1$  y  $b_2$ .
  - Demuestre que  $\mathcal{R}$  es una relación de equivalencia.
  - ¿Cuántas clases de equivalencia hay?
  - Escriba un representante de cada clase de equivalencia.
- Proporcione un ejemplo, mediante una lista de pares ordenados, de una relación de equivalencia en  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  que tenga exactamente cuatro clases de equivalencia.
- Demostrar que la familia  $\mathcal{F} = \{[n, n + 1) : n \in \mathbb{Z}\}$  es una partición de  $\mathbb{R}$ .

---

7.  $\mathcal{R} = \{(m, n) : m, n \in \mathbb{Z}, m \equiv n \pmod{2}\}$  es una relación de equivalencia en  $\mathbb{Z}$  y  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} = \{0 + 2\mathbb{Z}, 1 + 2\mathbb{Z}\}$ . Usar lo anterior para demostrar que para todo  $m \in \mathbb{Z}$  se cumple una y sólo una de las siguientes afirmaciones:

a)  $2|m$

b)  $\exists n \in \mathbb{Z} : m = 2n + 1$

8. Supóngase que  $X$  es un conjunto no vacío y sea  $f$  una función que tiene al conjunto  $X$  como su dominio. Sea  $\mathcal{R}$  la relación en  $X$  dada por:

$$\mathcal{R} = \{(x, y) | f(x) = f(y)\}$$

a) Mostrar que  $\mathcal{R}$  es una relación de equivalencia en  $X$ .

b) ¿Cuáles son las clases de equivalencia de  $\mathcal{R}$  ?

9. Sea  $\mathcal{R}$  la relación en el conjunto de pares ordenados de enteros positivos definida por  $(a, b)\mathcal{R}(c, d)$  ssi  $ad = bc$ . Mostrar que  $\mathcal{R}$  es una relación de equivalencia.

10. Mostrar que la relación  $\mathcal{R}$  en el conjunto de todas las funciones diferenciables de  $\mathbb{R}$  a  $\mathbb{R}$  dada por:

$$\mathcal{R} = \{(f, g) | \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g'(x)\}$$

es una relación de equivalencia. ¿Qué funciones están en la misma clase de equivalencia que la función  $f(x) = x^2$  ?

Puebla, Pue., a 10 de octubre de 2012