

Tarea # 3 Lógica

Parte I

Resolver la segunda lista de ejercicios de la sección 1.3 del Capítulo 1 **Lógica** del libro Matemáticas Elementales [1]

[1] J. Angoa, A. Contreras, et. al., Matemáticas Elementales, Dirección de Fomento Editorial, BUAP, Segunda Edición, 2010.

Parte II

I) Muestre que:

a)

$$\begin{array}{l} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Leyes idempotentes} \end{array} \right.$$

b)

$$\begin{array}{l} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Leyes de absorción} \end{array} \right.$$

II) Use tablas de verdad para verificar las siguientes equivalencias lógicas:

- $p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$
- $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
- $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv \neg r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
- $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv (p \wedge \neg q) \Rightarrow r$

III) Ahora establezca las equivalencias lógicas del inciso anterior usando reglas de equivalencia.

IV) ■ Verifique que $p \Rightarrow [q \Rightarrow (p \wedge q)]$ es una tautología.

- ¿Es $(p \vee q) \Rightarrow [q \Rightarrow (p \wedge q)]$ una tautología ?

v) Establecer las siguientes equivalencia lógicas usando reglas de equivalencia.

- $p \vee [p \wedge (p \vee q)] \equiv p$
- $p \vee q \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \equiv p \vee q \vee r$
- $(p \Rightarrow q) \wedge [\neg q \wedge (r \vee \neg q)] \equiv \neg(q \vee p)$

■ $[(\neg p \vee \neg q) \Rightarrow (p \wedge q \wedge r)] \equiv p \wedge q$

Parte III

I) Establezca la validez de los siguientes razonamientos:

a)

$$[(p \wedge \neg q) \wedge r] \Rightarrow [(p \wedge r) \vee q]$$

b)

$$[p \wedge (p \Rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r)] \Rightarrow r$$

c)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \neg q \\ \neg r \\ \hline \therefore \neg(p \vee r) \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ r \Rightarrow \neg q \\ r \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \\ \neg q \Rightarrow \neg p \\ p \\ \hline \therefore r \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \neg r \vee s \\ p \vee r \\ \hline \therefore \neg q \Rightarrow s \end{array}$$

g)

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \vee r \\ \neg r \\ \hline \therefore q \end{array}$$

h)

$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ p \Rightarrow (r \wedge q) \\ r \Rightarrow (s \vee t) \\ \hline \neg s \\ \hline \therefore t \end{array}$$

II) Muestre con un contraejemplo que ninguno de los siguientes argumentos es válido, es decir, proporcione una asignación de valores de verdad a las proposiciones p, q, r y s de modo que todas las premisas sean verdaderas y que la conclusión sea falsa.

a)

$$[(p \wedge \neg q) \wedge [p \Rightarrow (q \Rightarrow r)]] \Rightarrow \neg r$$

b)

$$[[p \wedge q] \Rightarrow r] \wedge (\neg q \vee r) \Rightarrow p$$

c)

$$\begin{array}{l} p \Leftrightarrow q \\ q \Rightarrow r \\ r \vee \neg s \\ \hline \neg s \Rightarrow q \\ \hline \therefore s \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{l} p \\ p \Rightarrow r \\ p \Rightarrow (q \vee \neg r) \\ \neg q \vee \neg s \\ \hline \therefore s \end{array}$$

Puebla, Pue., a 6 de septiembre de 2012