BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Profr. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Matemáticas Básicas-Problemas de Matemáticas Básicas

Tarea $\#\ 1$ *Lógica*

Parte I

Resolver todos los ejercicios de la sección 1.3 del Capítulo 1 **Lógica** del libro de texto Matemáticas Elementales [1]

[1] J. Angoa, A. Contreras, et. al., Matemáticas Elementales, Dirección de Fomento Editorial, BUAP, Segunda Edición, 2010.

Parte II

1. Sean p, q, r las siguientes proposiciones acerca de un triángulo ABC particular; p: El tríangulo ABC es isósceles; q: El triángulo ABC es equilátero; r: El triángulo ABC es equiangular. Traduzca cada una de las siguientes proposiciones en una frase en español.
   - $q \Rightarrow p$
   - $\neg p \Rightarrow \neg q$
   - $q \Leftrightarrow r$
   - $p \wedge \neg q$
   - $r \Rightarrow p$
2. Vuelva a escribir cada una de las siguientes proposiciones como una condicional de la forma si-entonces.
   - La práctica diaria de su servicio es una condición sufiente para que Federer tenga una buena posibilidad de ganar el torneo de tenis.
   - Arregle mi aire acondicionado o no pagaré la renta.
   - María puede subir a la motocicleta de Luis sólo si usa el casco.
3. Muestre que:

   a)
   $$\left.\begin{array}{r} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{array}\right\{ \text{ Leyes idempotentes}$$

   b)
   $$\left.\begin{array}{r} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{array}\right\{ \text{ Leyes de absorción}$$

c)

$$\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

4. Sean p, q, r proposiciones

   a) Use tablas de verdad para verificar las siguientes equivalencias lógicas:

      - $p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$
      - $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$
      - $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv \neg r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
      - $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv (p \wedge \neg q) \Rightarrow r$

   b) Ahora establezca las equivalencias lógicas del inciso anterior usando reglas de equivalencia.

5. Sean p y q proposiciones.

   - Verifique que $p \Rightarrow [q \Rightarrow (p \wedge q)]$ es una tautología.
   - ¿Es $(p \vee q) \Rightarrow [q \Rightarrow (p \wedge q)]$ una tautología ?

6. Establecer las siguientes equivalencia lógicas usando reglas de equivalencia.

   - $p \vee [p \wedge (p \vee q)] \equiv p$
   - $p \vee q \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \equiv p \vee$
   - $(p \Rightarrow q) \wedge [\neg q \wedge (r \vee \neg q)] \equiv \neg(q \vee p)$
   - $[(\neg p \vee \neg q) \Rightarrow (p \wedge q \wedge r)] \equiv p \wedge q$

Parte III

1. Establezca la validez de los siguientes razonamientos:

   a)

   $$[(p \wedge \neg q) \wedge r] \Rightarrow [(p \wedge r) \vee q]$$

   b)

   $$[p \wedge (p \Rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r)] \Rightarrow r$$

c)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \neg q \\ \neg r \\ \hline \therefore \neg(p \vee r) \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ r \Rightarrow \neg q \\ r \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \\ \neg q \Rightarrow \neg p \\ p \\ \hline \therefore r \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \neg r \vee s \\ p \vee r \\ \hline \therefore \neg q \Rightarrow s \end{array}$$

g)

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \vee r \\ \neg r \\ \hline \therefore q \end{array}$$

h)

$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ p \Rightarrow (r \wedge q) \\ r \Rightarrow (s \vee t) \\ \neg s \\ \hline \therefore t \end{array}$$

2. Muestre con un contraejemplo que ninguno de los siguientes argumentos es válido, es decir, proporcione una asignación de valores de verdad a las proposiciones p, q, r y s de modo que todas las premisas sean verdaderas y que la conclusión sea falsa.

a)
$$[(p \wedge \neg q) \wedge [p \Rightarrow (q \Rightarrow r)]] \Rightarrow \neg r$$

b)
$$[[(p \wedge q) \Rightarrow r] \wedge (\neg q \vee r)] \Rightarrow p$$

c)
$$\begin{array}{l} p \Leftrightarrow q \\ q \Rightarrow r \\ r \vee \neg s \\ \neg s \Rightarrow q \\ \hline \therefore s \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{l} p \\ p \Rightarrow r \\ p \Rightarrow (q \vee \neg r) \\ \neg q \vee \neg s \\ \hline \therefore s \end{array}$$

Puebla, Pue., a 3 de septiembre de 2011