BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Profr. Carlos Alberto López Andrade
Materia: TEORÍA DE ECUACIONES

Tarea $\#\ 12$ *(Números Complejos)*

I) Calcular lo siguiente:

a) $(\sqrt{3}-1)^6$

b) $(1+i)^{20}$

c) $(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i})^{30}$

II) Demuestre que

a) $(-1+i)^7 = -8(1+i)$

b) $(1+i\sqrt{3})^{-10} = 2^{-11}(-1+i\sqrt{3})$

c) $(1+i)^n = 2^{n/2}(\cos\frac{n\pi}{4} + \sin\frac{n\pi}{4})$

d) $(\sqrt{3}-i)^n = 2^n(\cos\frac{n\pi}{6} - \sin\frac{n\pi}{6})$

III) ¿Cuál es el conjugado complejo de $\frac{(3+8i)^4}{(1+i)^{10}}$?

IV) Calcular

a) $\frac{(-1+i)^7}{(1+i\sqrt{3})^{-10}}$

b) $\frac{(1-i)^5-1}{(1+i)^5+1}$

V) Encuentre las soluciones a:

a) $z^2 = 3-4i$

b) $z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

VI) Hallar las raíces cúbicas del número complejo z dado

a) $z = -i$

b) $z = -27i$

c) $z = -2+2i$

VII) Hallar las 4 raíces del número complejo z dado

a) $z = -1$

b) $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

VIII) Encontrar las cuatro raíces de la ecuación $z^4 + 4 = 0$ y emplearlas para factorizar $z^4 + 4$ en factores cuadráticos con coeficientes reales.

IX) Hallar las 5 raíces del número complejo $z = -4 + 3i$.

X) Hallar las 6 raíces del número complejo z dado

a) $z = 8$

b) $z = -8$

XI) Resolver $z^8 = 1$.

XII) Sea ω una raíz n-ésima de la unidad, $\omega \neq 1$. Muestre que $1 + \omega + \omega^2 + \cdots + \omega^{n-1} = 0$.

XIII) Expresar $\cos 3\theta$ y $\operatorname{sen} 3\theta$ en términos de $\cos\theta$ y $\operatorname{sen}\theta$ usando el Teorema de Moivre.

XIV) Encuentre la parte real y la parte imaginaria de los siguientes números complejos, donde $z = x + iy$:

a) $1/z^2$

b) $\frac{1}{3z+2}$

c) z^3

XV) ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con radio 3 y centro $8 + 5i$ en notación compleja ?

XVI) Hallar el conjunto de puntos z del plano complejo tales que $Re(\frac{z-2i}{z+2i}) = 0$.

XVII) Demuestre que: $\forall n \in \mathbb{N} : \ |z_1 + z_2 + \cdots + z_n| \leq |z_1| + |z_2| + \cdots + |z_n|$.

Puebla, Pue., a 10 de junio de 2013