BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Profr. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Álgebra Superior

Tarea $\#\ 1$ *(Sistemas de ecuaciones lineales)*

1. En los siguientes ejercicios resuelva el sistema de ecuaciones lineales dado utilizando el método de Gauss ó el método de Gauss-Jordan.

   a)

$$
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 9\\
2x_1 - x_2 + x_3 &= 0\\
4x_1 - x_2 + x_3 &= 4
\end{aligned}
$$

   b)

$$
\begin{aligned}
x_1 - x_2 + x_3 &= 0\\
-x_1 + 3x_2 + x_3 &= 5\\
3x_1 + x_2 + 7x_3 &= 2
\end{aligned}
$$

   c)

$$
\begin{aligned}
x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= 0\\
-x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0\\
2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0
\end{aligned}
$$

2. Reducir la matriz A a la forma escalonada reducida por filas.

   a)

$$
A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 & 1\\ 2 & 4 & 1 & -2 & 3\\ 3 & 6 & 2 & -6 & 5 \end{pmatrix}
$$

   b)

$$
A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 5 & 1\\ 3 & -1 & 2 & 0 & 4\\ 4 & -5 & 6 & -5 & 7 \end{pmatrix}
$$

   c)

$$
A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2\\ 0 & 11 & -5 & 3\\ 2 & -5 & 3 & 1\\ 4 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}
$$

d)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Resolver el sistema de ecuaciones lineales dado.

   a)

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 &= 0 \\ 3x_1 - x_2 + 0x_3 + x_4 &= 1 \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 &= 2 \end{aligned}$$

   b)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 3 \\ 4x_1 + x_2 &= 7 \\ 2x_1 + 5x_2 &= -1 \end{aligned}$$

   c)

$$\begin{aligned} -x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 &= 0 \\ 2x_1 - 6x_2 + x_3 - 2x_4 &= -3 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 8x_4 &= 2 \end{aligned}$$

   d)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x_1 + x_2 - x_3 - 6x_4 + 0x_5 &= 2 \\ \frac{1}{6}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + 0x_3 - 3x_4 + x_5 &= -1 \\ \frac{1}{3}x_1 + 0x_2 - 2x_3 + 0x_4 - 4x_5 &= 8 \end{aligned}$$

   e)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 2 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 &= 5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 &= -4 \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ 0x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 &= -1 \\ x_1 + x_2 + 0x_3 + x_4 &= 2 \end{aligned}$$

4. En cada uno de los siguientes ejercicios, ¿para qué valor(es) de k, si hay alguno, el sistema (i) no tendrá solución, (ii) tendrá una solución única y (iii) tendrá un número infinito de soluciones ?

   a)

$$\begin{aligned} kx_1 + 2x_2 &= 3 \\ 2x_1 - 4x_2 &= -6 \end{aligned}$$

   b)

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= k \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 &= k^2 \end{aligned}$$

   c)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + kx_3 &= 1 \\ x_1 + kx_2 + x_3 &= 1 \\ kx_1 + x_2 + x_3 &= -2 \end{aligned}$$

5. Resolver el sistema de ecuaciones lineales homogéneas dado.

   a)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 &= 0 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 &= 0 \end{aligned}$$

   b)

$$\begin{aligned} -2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 &= 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 &= 0 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 &= 0\\
3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= 0\\
5x_1 - 10x_2 + 7x_3 - 3x_4 + x_5 &= 0
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + 6x_5 &= 0\\
2x_1 - x_2 + 0x_3 + x_4 - x_5 &= 0\\
-3x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 &= 0\\
4x_1 + x_2 + 6x_3 + x_4 + 3x_5 &= 0
\end{aligned}$$

6. Mostrar que las únicas soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones son triviales.

a)

$$\begin{aligned}
3x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 0\\
x_1 + x_2 + x_3 &= 0\\
-x_1 - 3x_2 + 5x_3 &= 0
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
4x_1 - 7x_2 + 3x_3 &= 0\\
x_1 + x_2 + 0x_3 &= 0\\
0x_1 + x_2 - 6x_3 &= 0
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
7x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 &= 0\\
x_1 - x_2 + x_3 + 0x_4 &= 0\\
0x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 &= 0\\
x_1 + 0x_2 + x_3 + x_4 &= 0
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
-3x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 &= 0\\
x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 &= 0\\
x_1 + 0x_2 - x_3 + x_4 &= 0\\
-x_1 + x_2 + 0x_3 - 3x_4 &= 0
\end{aligned}$$

7. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, usando la regla de Cramer (si es posible).

   a)
$$\begin{aligned}3x_1+2x_2+4x_3 &= 1\\ 2x_1-x_2+x_3 &= 0\\ x_1+2x_2+3x_3 &= 1\end{aligned}$$

   b)
$$\begin{aligned}3x_1+x_2-x_3 &= 0\\ x_1+x_2+x_3 &= 0\\ 0x_1+x_2-x_3 &= 1\end{aligned}$$

   c)
$$\begin{aligned}2x_1-x_2+x_3 &= 1\\ x_1+3x_2-2x_3 &= 0\\ 4x_1-3x_2+x_3 &= 2\end{aligned}$$

   d)
$$\begin{aligned}4x_1+x_2+x_3+x_4 &= 1\\ x_1-x_2+2x_3-3x_4 &= 0\\ 2x_1+x_2+3x_3+5x_4 &= 0\\ x_1+x_2-x_3-x_4 &= 2\end{aligned}$$

   e)
$$\begin{aligned}x_1+2x_2-3x_3+5x_4 &= 0\\ 2x_1+x_2-4x_3-x_4 &= 1\\ x_1+x_2+x_3+x_4 &= 0\\ x_1-x_2-x_3+x_4 &= 4\end{aligned}$$

8. Resolver los sistemas de ecuaciones lineales de los ejercicios $1a), 1b), 1c)$ y $3f)$, usando la regla de Cramer (si es posible).

Puebla, Pue., a 19 de octubre de 2010