

Tarea # 1 (Inducción Matemática)

1

Demuestre que:

1. $\forall n \in \mathbb{N} : 2n + n^3$ es divisible por 3.
2. $\forall n \in \mathbb{N} : n(n^2 + 5)$ es divisible por 6.
3. $\forall n \in \mathbb{N} : 3^{2n+2} - 8n - 9$ es divisible por 64.
4. $\forall n \in \mathbb{N} : 7^n - 2^n$ es divisible por 5.
5. $\forall n \in \mathbb{N} : 4^n - 1$ es divisible por 3.
6. $\forall n \in \mathbb{N} : 11^n - 4^n$ es divisible por 7.
7. $\forall n \in \mathbb{N} : 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ es divisible por 7.
8. $\forall n \in \mathbb{N} : 1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n-1)}{2}$.
9. $\forall n \in \mathbb{N} : 2 + 5 + 8 + \dots + (3n - 1) = \frac{n(3n+1)}{2}$.
10. $\forall n \in \mathbb{N} : 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$.
11. $\forall n \in \mathbb{N} : 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}$.
12. $\forall n \in \mathbb{N} : 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1}-1}{2}$.
13. $\forall n \in \mathbb{N} : 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + (-\frac{1}{3})^n = \frac{3}{4}[1 - (-\frac{1}{3})^{n+1}]$.
14. $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$.
15. $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$.
16. $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$.
17. $\forall n \in \mathbb{N} : 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \dots + n3^n = \frac{(2n-1)3^{n+1}+3}{4}$.
18. $\forall n \in \mathbb{N} : n + n^2$ es par.
19. $\forall n \in \mathbb{N} : a^n - b^n$ es divisible por $a - b$.
[Sugerencia: $a^{k+1} - b^{k+1} = a^k(a - b) + (a^k - b^k)b$]
20. $\forall n, m \in \mathbb{N} : (a^n)^m = a^{nm}$.
21. $\forall n \in \mathbb{N} : n < 2^n$.
22. $\forall n \in \mathbb{N} : 1 + 2n \leq 3^n$.
23. $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq 4 \Rightarrow 2^n \geq n^2$.
24. $\forall n \in \mathbb{N} : n \geq 4 \Rightarrow 2^n < n!$.
25. $\forall n \in \mathbb{N} : n > 6 \Rightarrow 3^n < n!$.