Profr. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Álgebra Lineal

Tarea # 4

1. ¿Es $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ generado por

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}?$$

2. ¿Es $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ generado por

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}?$$

3. ¿Es $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ generado por $1 + x + 2x^2, 2 + x + 2x^2, -1 + x + 2x^2$?

4. Determine si los conjuntos de matrices son linealmente independientes en $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$. Para aquéllos que sean linealmente dependientes, exprese una de las matrices como una combinación lineal de las otras.

   a)
   $$S = \{\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}\}$$

   b)
   $$S = \{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\}$$

5. Determine si los conjuntos de polinomios son linealmente independientes. Para aquéllos que sean linealmente dependientes, exprese uno de los polinomios como una combinación lineal de los otros.

   a) $S = \{1 + x, 1 + x^2, 1 - x + x^2, \}$ en $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$
   b) $S = \{x, 2x - x^2, 3x + 2x^2\}$ en $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$
   c) $S = \{2x, x - x^2, 1 + x^3, 2 - x^2 + x^3\}$ en $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$

6. Determine si el conjunto $\mathcal{B}$ es una base del espacio vectorial $\mathcal{V}$

   a) $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$,

   $$\mathcal{B} = \{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\}$$

b) $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$,

$$\mathcal{B} = \{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\}$$

c) $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$,

$$\mathcal{B} = \{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\}$$

d) $\mathcal{V} = \mathbb{P}_2(\mathbb{R}),\ \mathcal{B} = \{1 - x, 1 - x^2, x - x^2\}$

e) $\mathcal{V} = \mathbb{P}_2(\mathbb{R}),\ \mathcal{B} = \{1, 2 - x, 3 - x^2, x + 2x^2\}$

7. Proporcione una base para el espacio vectorial $\mathcal{V}$ y determine la dimensión de $\mathcal{V}$.

   a) $\mathcal{V} = \{A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) : A$ es triangular superior $\}$

   b) $\mathcal{V} = \{A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) : A$ es antisimétrica $\}$

Puebla, Pue., a 9 de marzo de 2011