BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Profr. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Álgebra Lineal

Tarea $\# 3$

1. Determine si el conjunto dado, junto con las operaciones especificadas de adición y multiplicación por escalares, es un espacio vectorial. Si no lo es, diga por qué.

   a) El conjunto de todos los vectores en $\mathbb{R}^2$ de la forma
   $$\begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix}$$
   con las operaciones vectoriales habituales de adición y multiplicación por escalares.

   b) El conjunto de todos los vectores
   $$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$
   en $\mathbb{R}^2$ con $x \geq y$, con las operaciones habituales de adición y multiplicación por escalares.

   c) El conjunto de todas las matrices triangulares superiores de 3×3 con las operaciones matriciales habituales de adición y multiplicación por escalares.

   d) El conjunto de todas las matrices de 2×2 de la forma
   $$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$
   donde $ad = 0$, con las operaciones matriciales habituales de adición y multiplicación por escalares.

   e) El conjunto de todas las matrices antisimétricas de $n \times n$, con las operaciones matriciales habituales de adición y multiplicación por escalares.

2. Determinar si $\mathcal{W}$ es un subespacio de $\mathcal{V}$.

   a) $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$,
   $$\mathcal{W} = \{ \begin{bmatrix} a \\ -a \\ 2a \end{bmatrix} : a \in \mathbb{R} \}.$$

b) $\mathcal{V} = \mathbb{R}^3$,

$$\mathcal{W} = \{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ |a| \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R}\}.$$

c) $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$,

$$\mathcal{W} = \{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & 2a \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R}\}.$$

d) $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, $\mathcal{W}$ es el conjunto de matrices diagonales de $n \times n$.

e) $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, $\mathcal{W} = \{A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}) : AB = BA\}$, donde B es una matriz (fija) dada.

f) $\mathcal{V} = \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$, $\mathcal{W} = \{a + bx + cx^2 : a + b + c = 0\}$.

g) $\mathcal{V} = \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$, $\mathcal{W} = \{a + bx + cx^2 : abc = 0\}$.

h) $\mathcal{V} = \mathcal{F}$, $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{F} : f(-x) = f(x)\}$.

i) $\mathcal{V} = \mathcal{F}$, $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{F} : f(-x) = -f(x)\}$.

j) $\mathcal{V} = \mathcal{D}$, $\mathcal{W} = \{f \in \mathcal{D} : f'(x) \geq 0$ para cada $x \in \mathbb{R}\}$.

3. Sea $\mathcal{V}$ un espacio vectorial con subespacios $\mathcal{U}$ y $\mathcal{W}$. Demuestre que $\mathcal{U} \cap \mathcal{W}$ es un subespacio de $\mathcal{V}$.

Puebla, Pue., a 21 de febrero de 2011