Profr. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Álgebra Lineal

Tarea $\# 1$

1. En una hoja de papel milimétrico, representar geométricamente a los vectores dados:

   a) $\mathbf{A} = (2, -1),\ \mathbf{B} = (-1, 1)$
   b) $\mathbf{A} = (-1, 3),\ \mathbf{B} = (0, 4)$
   c) $\mathbf{A} = (2, -1, 1),\ \mathbf{B} = (-1, 1, 1)$
   d) $\mathbf{A} = (-1, -2, 3),\ \mathbf{B} = (-1, 3, -4)$

2. En una hoja de papel milimétrico, usando los vectores que aparecen en cada inciso del ejercicio $\mathbf{1}$, represente geométricamente la multiplicación por un escalar y la suma de vectores indicados:

   - $3\mathbf{A}$, $-2\mathbf{B}$, $\frac{1}{3}\mathbf{B}$ y $-\frac{1}{2}\mathbf{A}$
   - $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, $\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$, $\mathbf{A} + 2\mathbf{B}$ y $\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{B}$

3. Usando los vectores que aparecen en cada inciso del ejercicio $\mathbf{1}$, calcular $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$ y $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$.

4. ¿Qué parejas de vectores son perpendiculares entre sí ?

   a) $(1, -1, 1)$ y $(2, 1, 5)$
   b) $(1, -1, 1)$ y $(2, 3, 1)$
   c) $(-5, 2, 7)$ y $(3, -1, 2)$
   d) $(\pi, 2, 1)$ y $(2, -\pi, 0)$

5. Sea $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^n$ un vector perpendicular a cada vector $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$. Demostrar que $\mathbf{A} = \mathbf{0}$.

6. Usando los vectores que aparecen en cada inciso del ejercicio $\mathbf{1}$, calcular la longitud de los vectores A y B.

7. Usando los vectores que aparecen en cada inciso del ejercicio $\mathbf{1}$, encuentre la proyección de $\mathbf{A}$ a lo largo de $\mathbf{B}$ y represente geométricamente dichas proyecciones.

8. Usando los vectores que aparecen en cada inciso del ejercicio $\mathbf{1}$, encuentre la proyección de $\mathbf{B}$ a lo largo de $\mathbf{A}$.

9. Sean $\mathbf{A} = (1, 1, -1), \mathbf{B} = (-3, 2, -2)$ y $\mathbf{C} = (2, 2, -4)$. Demuestre que el $\triangle\mathbf{ABC}$ es un triángulo rectángulo.

10. Sean $\mathbf{A_1}, \mathbf{A_2}, \ldots, \mathbf{A_r} \in I\!R^n \setminus \{\mathbf{0}\}$ mutuamente perpendiculares, i.e., $\mathbf{A_i} \cdot \mathbf{A_j} = \mathbf{0}$ si $i \neq j$ y sean $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_r \in I\!R$ tales que

$$\alpha_1\mathbf{A_1} + \cdots + \alpha_r\mathbf{A_r} = \mathbf{0}.$$

Demostrar que para cada $i \in \{1, \ldots, r\},\ \alpha_i = 0$.

Puebla, Pue., a 24 de enero de 2011