

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Prof. CARLOS ALBERTO LÓPEZ ANDRADE

Materia: TEORÍA DE ECUACIONES

Tarea # 9

1. Calcular los siguientes determinantes por medio del desarrollo por cofactores de la primera fila.

a)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

c)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

d)

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Calcular los siguientes determinantes por medio del desarrollo por cofactores a lo largo de cualquier fila o columna que parezca conveniente.

a)

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} -4 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

c)

$$\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ 0 & a & b \\ a & 0 & b \end{vmatrix}$$

d)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

e)

$$\begin{vmatrix} 4 & 4 & 8 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

f)

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 8 & 8 \end{vmatrix}$$

g)

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

h)

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

3. Explique ¿Por qué ?

a)

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

b)

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

4. Calcular los siguientes determinantes.

a)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 7 \end{vmatrix}$$

c)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & -2 \\ 4 & -3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

d)

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

e)

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

f)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 7 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

5. En general, ¿Cuál es el determinante de una matriz diagonal

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} ?$$

6. Sean x_1, x_2 y x_3 números. Verificar que el determinante de *Vandermonde* de 3×3 es

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \end{vmatrix} = (x_2 - x_1)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2).$$

7. Hallar A^{-1} si A es invertible, usando la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$, para las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \\ -5 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Puebla, Pue., a 22 de abril de 2020