Prof. CARLOS ALBERTO LÓPEZ ANDRADE
Materia: TEORÍA DE ECUACIONES

Tarea # 9

1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, usando la regla de Cramer (si es posible).

   a)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \end{aligned}$$

   b)

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 &= 5 \\ 3x_1 + x_2 + 7x_3 &= 2 \end{aligned}$$

   c)

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

   d)

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 1 \end{aligned}$$

   e)

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 0x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

   f)

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 &= 2 \end{aligned}$$

g)

$$\begin{aligned} 4x_1+x_2+x_3+x_4 &= 1 \\ x_1-x_2+2x_3-3x_4 &= 0 \\ 2x_1+x_2+3x_3+5x_4 &= 0 \\ x_1+x_2-x_3-x_4 &= 2 \end{aligned}$$

h)

$$\begin{aligned} x_1+2x_2-3x_3+5x_4 &= 0 \\ 2x_1+x_2-4x_3-x_4 &= 1 \\ x_1+x_2+x_3+x_4 &= 0 \\ x_1-x_2-x_3+x_4 &= 4 \end{aligned}$$

i)

$$\begin{aligned} x_1+x_2+2x_3+x_4 &= 1 \\ x_1-x_2-x_3+x_4 &= 0 \\ 0x_1+x_2+x_3+0x_4 &= -1 \\ x_1+x_2+0x_3+x_4 &= 2 \end{aligned}$$

2. Demuestre que si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ es una matriz invertible entonces A no es nilpotente.

3. Demuestre que: si $A \in \mathcal{M}_n(I\!F)$ y $k \in I\!F$ entonces $\det(kA) = k^n \det(A)$.

4. Demuestre que $\det(AB) = \det(BA)$.

5. Demuestre que: si $B \in M_n(I\!F)$ es invertible entonces

$$\det(B^{-1}AB) = det(A).$$

6. Si $A \in M_n(I\!F)$ es una matriz idempotente encuentra todos los posibles valores del $\det(A)$.

7. Si $A \in M_n(I\!F)$ es una matriz nilpotente encuentra todos los posibles valores del $\det(A)$.

8. Si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ es una matriz invertible, muestre que $adj(A)$ también es invertible y que

$$(adj(A))^{-1} = \frac{1}{\det(A)} A = adj(A^{-1}).$$

Puebla, Pue., a 22 de abril de 2015