BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Prof. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Introducción a las Estructuras Algebraicas

Tarea # 8 *(Funciones)*

I) Probar que si $f : A \to B$ es una función biyectiva, entonces la relación inversa $g = \{(b,a)|(a,b) \in f\}$ es una función de B a A que también es biyectiva.

Definición 1. *A la función g del ejercicio anterior se le llama función inversa de f y se denota por f^{-1}, i.e., $g = f^{-1}$.*

Definición 2. *La función $I_A : A \to A$ definida en cualquier conjunto no vacío A por $I_A = \{(a,a)|a \in A\}$ se llama función identidad en A.*

II) Sean I_A e I_B las funciones identidad en A y B respectivamente. Pruebe que si $f : A \to B$ es una función biyectiva entonces $f^{-1} \circ f = I_A$ y $f \circ f^{-1} = I_B$.

III) Pruebe que: $f : A \to B$ es biyectiva, sí y sólo si, existe $g : B \to A$ función tal que $g \circ f = I_A$ y $f \circ g = I_B$.

IV) Sean $f : A \to B$ y $g : B \to C$ funciones. Demuestre que:

a) Si f y g son inyectivas entonces $g \circ f$ es inyectiva.

b) Si f y g son sobreyectivas entonces $g \circ f$ es sobreyectiva.

c) Si f y g son biyectivas entonces $g \circ f$ es biyectiva y $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

V) Sean $f : A \to B$, $g : B \to C$ y $h : C \to D$ funciones. Demuestre que:

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

Puebla, Pue., a 2 de noviembre de 2020