

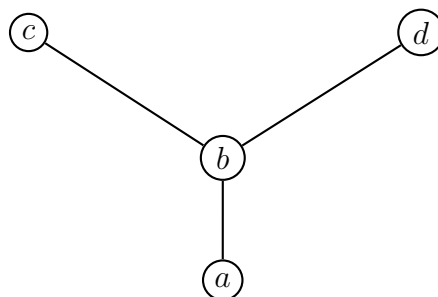
Tarea # 7 (Posets)

Conjuntos parcialmente ordenados (posets o copos)

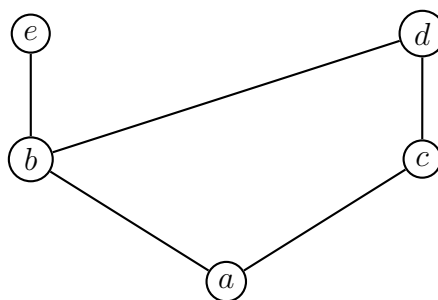
1. ¿Cuáles de los siguientes pares de elementos son comparables en el conjunto parcialmente ordenado (copo o poset) $(\mathbb{N}, |)$?
 - a) 5, 15
 - b) 5, 7
 - c) 9, 6
 - d) 16, 8
 - e) 7, 7
2. Encontrar dos elementos no comparables en los siguientes posets.
 - a) $(P(\{1, 2, 3, 4\}), \subseteq)$
 - b) $(\{1, 2, 4, 6, 8\}, |)$
3. Considérese el conjunto de pares ordenados de enteros positivos, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, con $(a_1, a_2) \preceq (b_1, b_2)$ *ssi* $a_1 < b_1$ ó $(a_1 = b_1 \text{ y } a_2 \leq b_2)$ (el orden lexicográfico). Muestre que $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}, \preceq)$ es un poset. Sea $S = \{1, 2, 3\}$ y considérese el poset $(S \times S; \preceq)$.
 - a) Dibuja el diagrama de Hasse del poset $(S \times S; \preceq)$.
 - b) Hallar todos los pares de $S \times S$ menores que $(2, 3)$.
 - c) Determina todos los pares de $S \times S$ mayores que $(3, 1)$.
4. Dibuja el diagrama de Hasse de la relación de divisibilidad en el conjunto
 - a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 - b) $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
 - c) $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}$
 - d) $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$
5. Dibuja el diagrama de Hasse de la relación de inclusión en el conjunto $\mathcal{P}(S)$, siendo $S = \{a, b, c, d\}$.

6. Enumera todos los pares ordenados de cada uno de los posets que corresponden a los diagramas de Hasse que se muestran:

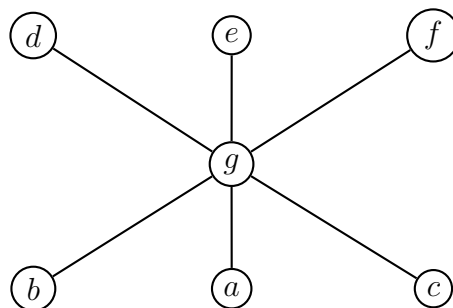
a)



b)

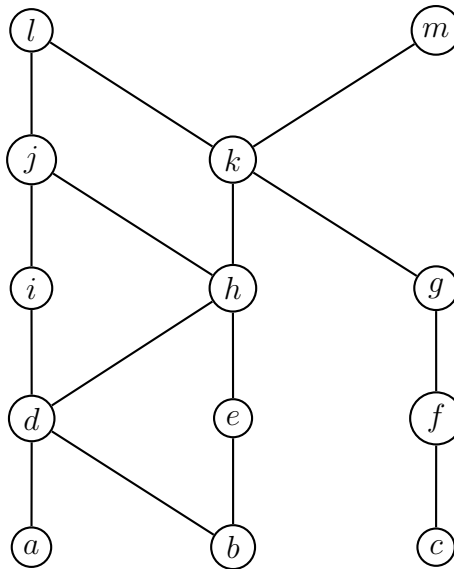


c)



7. Responde las siguientes cuestiones acerca del orden parcial representado

por el siguiente diagrama de Hasse



- Halla los elementos maximales.
 - Halla los elementos minimales.
 - ¿Hay máximo ?
 - ¿Hay mínimo ?
 - Halla todas las cotas superiores de $\{a, b, c\}$.
 - Halla el supremo de $\{a, b, c\}$, si es que existe.
 - Halla todas las cotas inferiores de $\{f, g, h\}$.
 - Halla el ínfimo de $\{f, g, h\}$, si es que existe.
8. Responde a las siguientes cuestiones acerca del conjunto parcialmente ordenado $(\{3, 5, 9, 15, 24, 45\}, |)$
- Halla los elementos maximales.
 - Halla los elementos minimales.
 - ¿Hay máximo ?
 - ¿Hay mínimo ?
 - Halla todas las cotas superiores de $\{3, 5\}$.

-
- f) Halla el supremo de $\{3, 5\}$, si es que existe.
- g) Halla todas las cotas inferiores de $\{15, 45\}$.
- h) Halla el ínfimo de $\{15, 45\}$, si es que existe.
9. Responde a las siguientes cuestiones acerca del conjunto parcialmente ordenado $(\{\{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}, \subseteq)$
- a) Halla los elementos maximales.
- b) Halla los elementos minimales.
- c) ¿Hay máximo ?
- d) ¿Hay mínimo ?
- e) Halla todas las cotas superiores de $\{\{2\}, \{4\}\}$.
- f) Halla el supremo de $\{\{2\}, \{4\}\}$, si es que existe.
- g) Halla todas las cotas inferiores de $\{\{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$.
- h) Halla el ínfimo de $\{\{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$, si es que existe.
10. Mostrar que el poset $(\mathbb{N}, |)$ es una retícula.
11. Mostrar que si S es un conjunto no vacío, entonces el poset $(\mathcal{P}(S), \subseteq)$ es una retícula.

Puebla, Pue., a 27 de octubre de 2020