

Tarea # 6 Relaciones de equivalencia

- Determine si la relación dada es una relación de equivalencia en $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Si la relación es de equivalencia, indique las clases de equivalencia.
 - $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 3), (3, 1)\}$
 - $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 5), (5, 1), (3, 5), (5, 3), (1, 3), (3, 1)\}$
 - $\mathcal{R} = \{(x, y) \mid 3 \text{ divide a } x + y\}$.
- Enuncie los elementos de la relación de equivalencia en $X = \{1, 2, 3, 4\}$ definida por la partición dada y determine las clases de equivalencia.
 - $\mathcal{F} = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$
 - $\mathcal{F} = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$
 - $\mathcal{F} = \{\{1, 2, 3, 4\}\}$
 - $\mathcal{F} = \{\{1\}, \{2, 4\}, \{3\}\}$
- Enuncie los elementos de la relación de equivalencia en $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ definida por la partición $\mathcal{F} = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6\}, \{7, 8\}\}$ y determine las clases de equivalencia.
- Sea \mathcal{R} la relación definida en el conjunto de cadenas de ocho bits de manera que $b_1 \mathcal{R} b_2$ si y sólo si coinciden los cuatro primeros bits de b_1 y b_2 .
 - Demuestre que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.
 - ¿Cuántas clases de equivalencia hay?
 - Escriba un representante de cada clase de equivalencia.
- Proporcione un ejemplo, mediante una lista de pares ordenados, de una relación de equivalencia en $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ que tenga exactamente cuatro clases de equivalencia.
- Demostrar que la familia $\mathcal{F} = \{[n, n + 1) : n \in \mathbb{Z}\}$ es una partición de \mathbb{R} .

7. $\mathcal{R} = \{(m, n) : m, n \in \mathbb{Z}, m \equiv n \pmod{2}\}$ es una relación de equivalencia en \mathbb{Z} y $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} = \{0 + 2\mathbb{Z}, 1 + 2\mathbb{Z}\}$. Usar lo anterior para demostrar que para todo $m \in \mathbb{Z}$ se cumple una y sólo una de las siguientes afirmaciones:

a) $2|m$

b) $\exists n \in \mathbb{Z} : m = 2n + 1$

8. Supóngase que X es un conjunto no vacío y sea f una función que tiene al conjunto X como su dominio. Sea \mathcal{R} la relación en X dada por:

$$\mathcal{R} = \{(x, y) | f(x) = f(y)\}$$

a) Mostrar que \mathcal{R} es una relación de equivalencia en X .

b) ¿Cuáles son las clases de equivalencia de \mathcal{R} ?

9. Sea \mathcal{R} la relación en el conjunto de pares ordenados de enteros positivos definida por $(a, b)\mathcal{R}(c, d)$ ssi $ad = bc$. Mostrar que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.

10. Mostrar que la relación \mathcal{R} en el conjunto de todas las funciones diferenciables de \mathbb{R} a \mathbb{R} dada por:

$$\mathcal{R} = \{(f, g) | \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g'(x)\}$$

es una relación de equivalencia. ¿Qué funciones están en la misma clase de equivalencia que la función $f(x) = x^2$?

Puebla, Pue., a 14 de octubre de 2020