BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Prof. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Introducción a las Estructuras Algebraicas

Tarea $\#\ 4$ *Relaciones*

1. Enumera todos los pares ordenados de la relación $\mathcal{R}$ de $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ a $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ definida por:

   a) $(x, y) \in \mathcal{R}$ *ssi* $x > y$.

   b) $(x, y) \in \mathcal{R}$ *ssi* x divide a y.

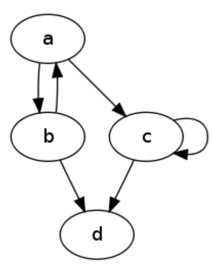
2. Enumera todos los pares ordenados de cada relación y construya su digrafo.

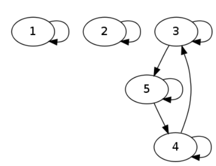
   a) Sea $\mathcal{R}$ la relación en $X = \{1, 2, 3, 4\}$ definida por $(x, y) \in \mathcal{R}$ *ssi* $x^2 \geq y$

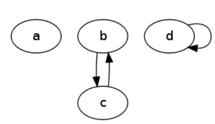
   b) Sea $\mathcal{R}$ la relación en $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ definida por $(x, y) \in \mathcal{R}$ *ssi* x divide a y

   c) Sea $\mathcal{R}$ la relación en $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $(x, y) \in \mathcal{R}$ *ssi* $x = y - 1$

3. Enumera todos los pares ordenados de cada una de las relaciones que corresponden a los digrafos:







4. ¿Cuál de las relaciones del ejercicio anterior es una relación de equivalencia? ¿Por qué?

5. Sea $\mathcal{R}$ la relación en $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $(x, y) \in \mathcal{R}$ *ssi* 3 divide a $x - y$. ¿La relación $\mathcal{R}$ es reflexiva, simétrica, transitiva, antisimétrica, de equivalencia, de orden parcial?

6. Sea $\mathcal{R}$ la relación en $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $x\mathcal{R}y$ *ssi* $x + y \leq 6$. ¿La relación $\mathcal{R}$ es reflexiva, simétrica, transitiva, antisimétrica, de equivalencia, de orden parcial?

7. Determine si cada relación $\mathcal{R}$ definida en el conjunto de los enteros positivos es reflexiva, simétrica, transitiva, antisimétrica, de equivalencia, de orden parcial.

   a) $(x, y) \in \mathcal{R}$ *ssi* $x = y^2$.
   b) $(x, y) \in \mathcal{R}$ *ssi* $x > y$.
   c) $x\mathcal{R}y$ *ssi* 3 divide a $x - y$.

8. Proporcione ejemplos de relaciones en $X = \{1, 2, 3, 4\}$ que posean las propiedades que se especifican:

   a) Reflexiva, simétrica, no transitiva.
   b) Reflexiva, no simétrica, no transitiva.
   c) Reflexiva, antisimétrica, no transitiva.
   d) No reflexiva, simétrica, no antisimétrica, transitiva.
   e) No reflexiva, no simétrica, transitiva.

9. Sea X un conjunto no vacío. Se define una relación en $\mathcal{P}(X)$, el conjunto potencia de X, como $A\mathcal{R}B$ *ssi* $A \subseteq B$. Muestre que $\mathcal{R}$ es una relación de orden parcial.

10. Muestre que en el conjunto $X = \mathbb{N}$, la relación de divisibilidad R en X definida por $x\mathcal{R}y$ *ssi* $x|y$, es una relación de orden parcial.

11. Sean $X = \mathbb{Q}$ y $\mathcal{R}$ la relación en X definida por $x\mathcal{R}y$ *ssi* $\exists h \in \mathbb{Z} : \ x = \frac{3y+h}{3}$. Probar que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia en X.

Puebla, Pue., a 3 de octubre de 2018