Prof. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Álgebra Lineal 1

Tarea $\# 4$

I) Sea

$$\mathcal{B} = \{ \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \}$$

una base para $\mathbb{R}^3$ y sean

$$u = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ y } v = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

elementos en $\mathbb{R}^3$. Encuentre $[u]_{\mathcal{B}}$ y $[v]_{\mathcal{B}}$.

II) Sea

$$\mathcal{B} = \{ \begin{bmatrix} 2i \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1+i \\ 1-i \end{bmatrix} \}$$

una base para $\mathbb{C}^3$ y sea

$$u = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Encuentre $[u]_{\mathcal{B}}$.

III) Encuentre las coordenadas del vector

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},$$

con respecto a la base

$$\mathcal{B} = \{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \}$$

de $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

IV) Encuentre las coordenadas del vector

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 0 & -3 \end{bmatrix},$$

con respecto a la base

$$\mathcal{B} = \{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}\}$$

de $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

V) Sea

$$\mathcal{B} = \{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\}$$

una base para el espacio vectorial de las matrices simétricas de tamaño 2×2 y sea $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$. Encontrar $[A]_{\mathcal{B}}$.

VI) Encuentre el vector de coordenadas de $p(x) = 2 - x + 3x^2$ con respecto a la base $\mathcal{B} = \{1 + x, 1 - x, x^2\}$ de $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

VII) Encuentre el vector de coordenadas de $p(x) = 2 - x + 3x^2$ con respecto a la base $\mathcal{B} = \{1, 1 + x, -1 + x^2\}$ de $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

VIII) Sea $\mathcal{B} = \{1, t+1, t^2+t, t^3+t^2\}$ una base para $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$ y sea $p(t) = 2-3t+t^2 + 2t^3$. Encuentre $[p(t)]_{\mathcal{B}}$.

IX) Extender el conjunto $\{1, 1 - t\}$ a una base para $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

X) Extender el conjunto $\{1 + x, 1 + x + x^2\}$ a una base para $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

XI) Extender el conjunto

$$\{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\}$$

a una base para $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

XII) Extender el conjunto

$$\left\{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right\}$$

a una base para $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

XIII) Extender el conjunto

$$\left\{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right\}$$

a una base para el espacio vectorial de las matrices simétricas de tamaño 2×2.

XIV) Sea $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{F})$, $\mathbb{F} \subseteq \mathbb{C}$ y sean $\mathcal{W}_1 = \mathcal{M}TS(\mathbb{F})$, el subespacio de las matrices triangulares superiores de tamaño $n \times n$ y $\mathcal{W}_2 = \mathcal{M}TI(\mathbb{F})$, el subespacio de las matrices triangulares inferiores de tamaño $n \times n$. ¿$V = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$?

XV) Sea $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{F})$, $\mathbb{F} \subseteq \mathbb{C}$ y sean $\mathcal{W}_1 = \mathcal{M}S(\mathbb{F})$, el subespacio de las matrices simétricas de tamaño $n \times n$ y $\mathcal{W}_2 = \mathcal{M}A(\mathbb{F})$, el subespacio de las matrices antisimétricas de tamaño $n \times n$. ¿$V = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$?

Puebla, Pue., a 15 de septiembre de 2016