

Tarea # 4

i) Sea

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$$

una base para \mathbb{R}^3 y sean

$$u = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ y } v = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

elementos en \mathbb{R}^3 . Encuentre $[u]_{\mathcal{B}}$ y $[v]_{\mathcal{B}}$.

ii) Sea

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 2i \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1+i \\ 1-i \end{bmatrix} \right\}$$

una base para \mathbb{C}^3 y sea

$$u = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Encuentre $[u]_{\mathcal{B}}$.

iii) Encuentre las coordenadas del vector

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},$$

con respecto a la base

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

de $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$.

iv) Encuentre las coordenadas del vector

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 0 & -3 \end{bmatrix},$$

con respecto a la base

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \right\}$$

de $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$.

v) Sea

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

una base para el espacio vectorial de las matrices simétricas de tamaño 2×2

y sea $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$. Encontrar $[A]_{\mathcal{B}}$.

vi) Encuentre el vector de coordenadas de $p(x) = 2 - x + 3x^2$ con respecto a la base $\mathcal{B} = \{1 + x, 1 - x, x^2\}$ de $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

vii) Encuentre el vector de coordenadas de $p(x) = 2 - x + 3x^2$ con respecto a la base $\mathcal{B} = \{1, 1 + x, -1 + x^2\}$ de $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

viii) Sea $\mathcal{B} = \{1, t + 1, t^2 + t, t^3 + t^2\}$ una base para $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$ y sea $p(t) = 2 - 3t + t^2 + 2t^3$. Encuentre $[p(t)]_{\mathcal{B}}$.

ix) Extender el conjunto $\{1, 1 - t\}$ a una base para $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

x) Extender el conjunto $\{1 + x, 1 + x + x^2\}$ a una base para $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.

xi) Extender el conjunto

$$\left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

a una base para $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$.

xii) Extender el conjunto

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

a una base para $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$.

xiii) Extender el conjunto

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

a una base para el espacio vectorial de las matrices simétricas de tamaño 2×2 .

xiv) Sea $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{F})$, $\mathbb{F} \subseteq \mathbb{C}$ y sean $\mathcal{W}_1 = \mathcal{MTS}(\mathbb{F})$, el subespacio de las matrices triangulares superiores de tamaño $n \times n$ y $\mathcal{W}_2 = \mathcal{MTI}(\mathbb{F})$, el subespacio de las matrices triangulares inferiores de tamaño $n \times n$. ¿ $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$?

xv) Sea $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{F})$, $\mathbb{F} \subseteq \mathbb{C}$ y sean $\mathcal{W}_1 = \mathcal{MS}(\mathbb{F})$, el subespacio de las matrices simétricas de tamaño $n \times n$ y $\mathcal{W}_2 = \mathcal{MA}(\mathbb{F})$, el subespacio de las matrices antisimétricas de tamaño $n \times n$. ¿ $\mathcal{V} = \mathcal{W}_1 \oplus \mathcal{W}_2$?

Puebla, Pue., a 17 de septiembre de 2015