BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Prof. Carlos Alberto López Andrade
Materia: TEORÍA DE ECUACIONES

Tarea # 3

1. La sucesión de Fibonacci está definida recursivamente por $f_1 = 1$, $f_2 = 1$ y $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ para $n \geq 3$. Probar que: $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^{n} f_k = f_{n+2} - 1$.

2. Sea $x \in \mathbb{R}$ tal que $x > -1$. Probar que: $\forall n \in \mathbb{N} : (1 + x)^n \geq 1 + nx$, (Desigualdad de Bernoulli).

3. Simplificar

   a) $\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!}$

   b) $\frac{(2!)^3}{(2^3)!}$

   c) $\frac{(2n)!(n+1)!}{(2n+2)!n!}$

4. Hallar n si

   a) $\binom{n}{2} = 28$

   b) $\binom{n}{3} = 6\binom{n}{2}$

   c) $2\binom{n}{5} = 3\binom{n}{3}$

5. Hallar r si $2\binom{6}{r} = 3\binom{5}{r}$

6. Desarrollar y simplificar el binomio indicado

   a) $(3a - b)^4$

   b) $(x - 2y)^5$

   c) $(2x - \frac{1}{x^3})^6$

   d) $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^6$

   e) $(\frac{1}{x} - 2\sqrt{x})^5$

7. Calcular

   a) $1 + 7\binom{10}{1} + 7^2\binom{10}{2} + \cdots + 7^i\binom{10}{i} + \cdots + 7^{10}$

   b) $(1 + 3)^4 - \sum_{i=1}^{3} \binom{4}{i} 3^{4-i}$

8. Escribir y simplificar los primeros cuatro términos del desarrollo binomial de $(x^{1/5} + \frac{3}{x^{4/5}})^{20}$.

---

9. Escribir y simplificar los primeros tres términos y los últimos tres términos del desarrollo binomial de $(x^2 + \frac{1}{x})^{40}$.

10. Escribir y simplificar solamente el término ó términos indicados en el desarrollo correspondiente.

    a) Quinto término del desarrollo de $(5x^2 - \frac{1}{2}\sqrt{y})^8$

    b) Término central del desarrollo de $(a^{1/3} - b^{1/2})^{12}$

    c) Los dos términos centrales del desarrollo de $(xy + \frac{1}{z})^7$

    d) Séptimo término del desarrollo de $(\frac{a}{2} - x)^{11}$

11. En el desarrollo de $(2x^2 - \frac{xy}{2})^9$, obtener el término que contiene a x^{14}.

12. Considérese la sucesión de Fibonacci $\{f_n\}$. Usando el segundo principio de inducción matemática, demuestre que: $f_n > \alpha^{n-2}$ para toda $n \geq 3$ donde $\alpha = (1+\sqrt{5})/2$. [Sugerencia: Observe que α es una solución de $x^2-x-1 = 0$].

13. Sean $f(1) = 1$, $f(2) = 5$ y $f(n+1) = f(n) + 2f(n-1)$ para cada $n > 1$. Demuestre que: $\forall n \in \mathbb{N} : f(n) = 2^n + (-1)^n$.

14. Use el segundo principio de inducción matemática para probar que todo entero mayor que 1 es primo o el producto de dos o más primos.

Puebla, Pue., a 29 de enero de 2020