Prof. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Introducción a las Estructuras Algebraicas

Tarea $\#\ 3$ *pág. 2*

I) Probar que el cubo de cualquier entero no negativo puede escribirse como la diferencia de dos cuadrados. (Sugerencia: Observese que

$$n^3 = (1^3 + 2^3 + \cdots + n^3) - (1^3 + 2^3 + \cdots + (n-1)^3.)$$

II) Demuestre el "Principio de recursión ": Si $p(n)$ es una proposición abierta en $\mathbb{N}$ y si

a) $p(1)$ es verdadera

b) [Para cada $n \in \mathbb{N}$, $(p(1) \wedge p(2) \wedge \ldots \wedge p(n) \Rightarrow p(n+1))$] es verdadera. Entonces también es verdadera: Para todo $n \in \mathbb{N},\ p(n)$.

III) Usando el principio de recursión pruebe el "Principio del Buen Orden ", es decir, todo subconjunto no vacío de los números naturales tiene mínimo.

IV) Definimos una función recursivamente para todos los enteros positivos n de la siguiente manera: $f(1) = 1$, $f(2) = 5$, y para $n > 2$, $f(n+1) = f(n) + 2f(n-1)$. Mostrar que $f(n) = 2^n + (-1)^n$, usando el segundo principio de inducción matemática.

V) Supóngase que $a_0 = 1,\ a_1 = 3,\ a_2 = 9$ y $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$ para $n \geq 3$. Mostrar que $a_n \leq 3^n$ para cada entero no negativo n.

Puebla, Pue., a 28 de febrero de 2016