
Tarea # 2

I) Determinar si los vectores dados son linealmente dependientes o linealmente independientes.

a) $(1, 2, 1), (2, 6, -2), (-3, -11, 7)$

b) $(1, -2, -3), (2, 3, -1), (3, 2, 1)$

¿Qué conjunto de vectores pertenecen a un mismo plano?

¿Que conjunto de vectores no pertenecen a un mismo plano?

Representar geoméricamente ambas situaciones.

II) Determinar si el vector dado u se puede escribir como combinación lineal de los vectores u_i correspondientes.

a) $u = (5, 2, 4)$ y $u_1 = (1, 0, 0), u_2 = (-3, 2, 1), u_3 = (4, 5, -3), u_4 = (-2, 1, 0)$

b) $u = (-1, 7, 2)$ y $u_1 = (1, 3, 5), u_2 = (2, -1, 3), u_3 = (-3, 2, -4)$

c) $u = (10, 1, 4)$ y $u_1 = (2, 3, 5), u_2 = (1, 2, 4), u_3 = (-2, 2, 3)$

d) $u = (-5, 1, 3, -2)$ y $u_1 = (2, 9, 5, 6), u_2 = (-4, 3, 2, -5), u_3 = (7, 2, -3, 4), u_4 = (4, -7, 1, -3)$.

III) Determinar cuáles de los siguientes conjuntos de vectores en \mathbb{R}^4 son linealmente independientes sobre \mathbb{R} .

a) $\{(1, 1, 0, 1), (1, -1, 1, 1), (2, 2, 1, 2), (0, 1, 0, 0)\}$.

b) $\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 1)\}$.

c) $\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 1), (1, 1, 1, 1)\}$.

d) $\{(1, 2, 3, 3), (-2, 1, 4, -11), (2, -2, -6, 12)\}$.

e) $\{(1, 1, 2, 4), (2, -1, -5, 2), (1, -1, -4, 0), (2, 1, 1, 6)\}$.

IV) Mostrar que el conjunto dado es una base para \mathbb{R}^3 . Expresar a cada uno de los vectores de la base canónica como combinación lineal de los vectores de la base dada.

a) $\{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$.

b) $\{(1, 0, -1), (1, 2, 1), (0, -3, 2)\}$.

c) $\{(1, 0, -1), (1, 1, 1), (1, 0, 0)\}$.

v) Mostrar que los vectores $u_1 = (1, 1, 0, 0)$, $u_2 = (0, 0, 1, 1)$, $u_3 = (1, 0, 0, 4)$ y $u_4 = (0, 0, 0, 2)$ forman una base de \mathbb{R}^4 .

vi) ¿ $\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, -1)\}$ es una base de \mathbb{R}^4 ?

vii) Sea \mathcal{U} el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$-2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 0$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0$$

Encontrar una base para \mathcal{U} .

viii) Sea \mathcal{V} el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 0$$

$$3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0$$

$$5x_1 - 10x_2 + 7x_3 - 3x_4 + x_5 = 0$$

Encontrar una base para \mathcal{V} .

ix) Sea \mathcal{W} el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$2x_1 - x_2 + \frac{4}{3}x_3 - x_4 + 0x_5 = 0$$

$$x_1 + 0x_2 + \frac{2}{3}x_3 + 0x_4 + x_5 = 0$$

$$9x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 0$$

Encontrar una base para \mathcal{W} .

x) Sean $u, v, w \in \mathbb{R}^n - \{0\}$. Si $u \cdot v = u \cdot w$ entonces mostrar mediante un ejemplo que no necesariamente se tiene que $v = w$.

xi) Sea $u \in \mathbb{R}^n$ fijo. Muestre que: si $u \cdot v = 0$ para todo $v \in \mathbb{R}^n$ entonces $u = 0$.

XII) Sean u_1, \dots, u_r vectores en \mathbb{R}^n y sea

$$W = \{v \in \mathbb{R}^n : v \cdot u_i = 0 \text{ para todo } i \in \{1, \dots, r\}\}.$$

Mostrar que W es un subespacio de \mathbb{R}^n .

XIII) Sean $u_1, \dots, u_r \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ mutuamente perpendiculares. Probar que los vectores u_1, \dots, u_r son linealmente independientes.

Puebla, Pue., a 28 de agosto de 2016