BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Prof. CARLOS ALBERTO LÓPEZ ANDRADE
Materia: ÁLGEBRA LINEAL I

Tarea # 2

I) Determinar si los vectores dados son linealmente dependientes o linealmente independientes.

a) $(1, 2, 1), (2, 6, -2), (-3, -11, 7)$
b) $(1, -2, -3), (2, 3, -1), (3, 2, 1)$

¿Qué conjunto de vectores pertenecen a un mismo plano?

¿Que conjunto de vectores no pertenecen a un mismo plano?

Representar geométricamente ambas situaciones.

II) Determinar si el vector dado u se puede escribir como combinación lineal de los vectores u_i correspondientes.

a) $u = (5, 2, 4)$ y $u_1 = (1, 0, 0), u_2 = (-3, 2, 1), u_3 = (4, 5, -3), u_4 = (-2, 1, 0)$
b) $u = (-1, 7, 2)$ y $u_1 = (1, 3, 5), u_2 = (2, -1, 3), u_3 = (-3, 2, -4)$
c) $u = (10, 1, 4)$ y $u_1 = (2, 3, 5), u_2 = (1, 2, 4), u_3 = (-2, 2, 3)$
d) $u = (-5, 1, 3, -2)$ y $u_1 = (2, 9, 5, 6), u_2 = (-4, 3, 2, -5), u_3 = (7, 2, -3, 4), u_4 = (4, -7, 1, -3)$.

III) Determinar cuáles de los siguientes conjuntos de vectores en $\mathbb{R}^4$ son linealmente independientes sobre $\mathbb{R}$.

a) $\{(1, 1, 0, 1), (1, -1, 1, 1), (2, 2, 1, 2), (0, 1, 0, 0)\}$.
b) $\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 1)\}$.
c) $\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 1), (1, 1, 1, 1)\}$.
d) $\{(1, 2, 3, 3), (-2, 1, 4, -11), (2, -2, -6, 12)\}$.
e) $\{(1, 1, 2, 4), (2, -1, -5, 2), (1, -1, -4, 0), (2, 1, 1, 6)\}$.

IV) Mostrar que el conjunto dado es una base para $\mathbb{R}^3$. Expresar a cada uno de los vectores de la base canónica como combinación lineal de los vectores de la base dada.

a) $\{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$.

b) $\{(1,0,-1),(1,2,1),(0,-3,2)\}$.

c) $\{(1,0,-1),(1,1,1),(1,0,0)\}$.

V) Mostrar que los vectores $u_1=(1,1,0,0), u_2=(0,0,1,1), u_3=(1,0,0,4)$ y $u_4=(0,0,0,2)$ forman una base de $\mathbb{R}^4$.

VI) ¿ $\{(1,1,0,0),(0,0,1,1),(1,0,1,0),(0,1,0,-1)\}$ es una base de $\mathbb{R}^4$?

VII) Sea $\mathcal{U}$ el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$\begin{array}{rcl} -2x_1+3x_2+x_3+4x_4 & = & 0 \\ x_1-x_2+2x_3+3x_4 & = & 0 \\ 2x_1+x_2+x_3-2x_4 & = & 0 \end{array}$$

Encontrar una base para $\mathcal{U}$.

VIII) Sea $\mathcal{V}$ el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$\begin{array}{rcl} 2x_1-4x_2+3x_3-x_4+2x_5 & = & 0 \\ 3x_1-6x_2+5x_3-2x_4+4x_5 & = & 0 \\ 5x_1-10x_2+7x_3-3x_4+x_5 & = & 0 \end{array}$$

Encontrar una base para $\mathcal{V}$.

IX) Sea $\mathcal{W}$ el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$\begin{array}{rcl} 2x_1-x_2+\frac{4}{3}x_3-x_4+0x_5 & = & 0 \\ x_1+0x_2+\frac{2}{3}x_3+0x_4+x_5 & = & 0 \\ 9x_1-3x_2+6x_3-3x_4-3x_5 & = & 0 \end{array}$$

Encontrar una base para W.

X) Sean $u,v,w\in\mathbb{R}^n-\{0\}$. Si $u\cdot v=u\cdot w$ entonces mostrar mediante un ejemplo que no necesariamente se tiene que $v=w$.

XI) Sea $u\in\mathbb{R}^n$ fijo. Muestre que: si $u\cdot v=0$ para todo $v\in\mathbb{R}^n$ entonces $u=0$.

XII) Sean $u_1, ..., u_r$ vectores en $\mathbb{R}^n$ y sea

$$W = \{v \in \mathbb{R}^n : v \cdot u_i = 0 \text{ para todo } i \in \{1, ..., r\}\}.$$

Mostrar que W es un subespacio de $\mathbb{R}^n$.

XIII) Sean $u_1, ..., u_r \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ mutuamente perpendiculares. Probar que los vectores $u_1, ..., u_r$ son linealmente independientes.

Puebla, Pue., a 20 de agosto de 2015