BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Prof. CARLOS ALBERTO LÓPEZ ANDRADE
Materia: ÁLGEBRA LINEAL I

Tarea # 2

I) Determinar si los vectores dados son linealmente dependientes o linealmente independientes.

a) $(1,2,1),(2,6,-2),(-3,-11,7)$

b) $(1,-2,-3),(2,3,-1),(3,2,1)$

¿Qué conjunto de vectores pertenecen a un mismo plano?

¿Que conjunto de vectores no pertenecen a un mismo plano?

Representar geométricamente ambas situaciones.

II) Determinar si el vector dado u se puede escribir como combinación lineal de los vectores u_i correspondientes.

a) $u = (5,2,4)$ y $u_1 = (1,0,0), u_2 = (-3,2,1), u_3 = (4,5,-3), u_4 = (-2,1,0)$

b) $u = (-1,7,2)$ y $u_1 = (1,3,5), u_2 = (2,-1,3), u_3 = (-3,2,-4)$

c) $u = (10,1,4)$ y $u_1 = (2,3,5), u_2 = (1,2,4), u_3 = (-2,2,3)$

d) $u = (-5,1,3,-2)$ y $u_1 = (2,9,5,6), u_2 = (-4,3,2,-5), u_3 = (7,2,-3,4), u_4 = (4,-7,1,-3)$.

III) Determinar cuáles de los siguientes conjuntos de vectores en $\mathbb{R}^4$ son linealmente independientes sobre $\mathbb{R}$.

a) $\{(1,1,0,1),(1,-1,1,1),(2,2,1,2),(0,1,0,0)\}$.

b) $\{(1,0,0,1),(0,1,1,0),(1,0,1,0),(0,1,0,1)\}$.

c) $\{(1,0,0,1),(0,1,0,1),(0,0,1,1),(1,1,1,1)\}$.

d) $\{(1,2,3,3),(-2,1,4,-11),(2,-2,-6,12)\}$.

e) $\{(1,1,2,4),(2,-1,-5,2),(1,-1,-4,0),(2,1,1,6)\}$.

IV) Mostrar que el conjunto dado es una base para $\mathbb{R}^3$. Expresar a cada uno de los vectores de la base canónica como combinación lineal de los vectores de la base dada.

a) $\{(1,1,0),(1,0,1),(0,1,1)\}$.

b) $\{(1,0,-1),(1,2,1),(0,-3,2)\}$.

c) $\{(1,0,-1),(1,1,1),(1,0,0)\}$.

V) Mostrar que los vectores $u_1=(1,1,0,0), u_2=(0,0,1,1), u_3=(1,0,0,4)$ y $u_4=(0,0,0,2)$ forman una base de $\mathbb{R}^4$.

VI) ¿ $\{(1,1,0,0),(0,0,1,1),(1,0,1,0),(0,1,0,-1)\}$ es una base de $\mathbb{R}^4$?

VII) Sea $\mathcal{U}$ el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$\begin{aligned}
-2x_1+3x_2+x_3+4x_4 &= 0\\
x_1-x_2+2x_3+3x_4 &= 0\\
2x_1+x_2+x_3-2x_4 &= 0
\end{aligned}$$

Encontrar una base para $\mathcal{U}$.

VIII) Sea $\mathcal{V}$ el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$\begin{aligned}
2x_1-4x_2+3x_3-x_4+2x_5 &= 0\\
3x_1-6x_2+5x_3-2x_4+4x_5 &= 0\\
5x_1-10x_2+7x_3-3x_4+x_5 &= 0
\end{aligned}$$

Encontrar una base para $\mathcal{V}$.

IX) Sea $\mathcal{W}$ el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$\begin{aligned}
2x_1-x_2+\frac{4}{3}x_3-x_4+0x_5 &= 0\\
x_1+0x_2+\frac{2}{3}x_3+0x_4+x_5 &= 0\\
9x_1-3x_2+6x_3-3x_4-3x_5 &= 0
\end{aligned}$$

Encontrar una base para W.

X) Sean $u,v,w\in\mathbb{R}^n-\{0\}$. Si $u\cdot v=u\cdot w$ entonces mostrar mediante un ejemplo que no necesariamente se tiene que $v=w$.

XI) Sea $u\in\mathbb{R}^n$ fijo. Muestre que: si $u\cdot v=0$ para todo $v\in\mathbb{R}^n$ entonces $u=0$.

XII) Sean $u_1, ..., u_r$ vectores en $\mathbb{R}^n$ y sea

$$W = \{v \in \mathbb{R}^n : v \cdot u_i = 0 \text{ para todo } i \in \{1, ..., r\}\}.$$

Mostrar que W es un subespacio de $\mathbb{R}^n$.

XIII) Sean $u_1, ..., u_r \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ mutuamente perpendiculares. Probar que los vectores $u_1, ..., u_r$ son linealmente independientes.

Puebla, Pue., a 29 de agosto de 2014