BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Prof. CARLOS ALBERTO LÓPEZ ANDRADE
Materia: TEORÍA DE ECUACIONES

Tarea $\# 1$ *(Inducción Matemática)*

Demuestre que:

1. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 2n + n^3$ es divisible por 3.
2. $\forall n \in \mathbb{N}:\ n(n^2+5)$ es divisible por 6.
3. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 3^{2n+2} - 8n - 9$ es divisible por 64.
4. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 7^n - 2^n$ es divisible por 5.
5. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 4^n - 1$ es divisible por 3.
6. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 11^n - 4^n$ es divisible por 7.
7. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ es divisible por 7.
8. $\forall n \in \mathbb{N}:\ n + n^2$ es par.
9. $\forall n \in \mathbb{N}:\ a^n - b^n$ es divisible por $a - b$.
   [Sugerencia: $a^{n+1} - b^{n+1} = a^n(a-b) + (a^n - b^n)b$]
10. $\forall n, m \in \mathbb{N}:\ (a^n)^m = a^{nm}$.
11. $\forall n \in \mathbb{N}:\ n < 2^n$.
12. $\forall n \in \mathbb{N}:\ a > 1 \Rightarrow a^n > 1$.
13. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 1 + 2n \leq 3^n$.
14. $\forall n \in \mathbb{N}:\ n \geq 4 \Rightarrow 2^n \geq n^2$.
15. $\forall n \in \mathbb{N}:\ n \geq 4 \Rightarrow 2^n < n!$.
16. $\forall n \in \mathbb{N}:\ n > 6 \Rightarrow 3^n < n!$.
17. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 1 + 4 + 7 + \cdots + (3n-2) = \frac{n(3n-1)}{2}$.
18. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 2 + 5 + 8 + \cdots + (3n-1) = \frac{n(3n+1)}{2}$.
19. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 1$.
20. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}$.
21. $\forall n \in \mathbb{N}:\ 1 + 3 + 9 + 27 + \cdots + 3^n = \frac{3^{n+1}-1}{2}$.

22. $\forall n \in I\!N: \ 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \cdots + (-\frac{1}{3})^n = \frac{3}{4}[1 - (-\frac{1}{3})^{n+1}].$

23. $\forall n \in I\!N: \ \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$

24. $\forall n \in I\!N: \ \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}.$

25. $\forall n \in I\!N: \ \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \cdots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}.$

26. $\forall n \in I\!N: \ 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \cdots + n3^n = \frac{(2n-1)3^{n+1}+3}{4}.$

Puebla, Pue., a 11 de enero de 2018