BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Profr. CARLOS ALBERTO LÓPEZ ANDRADE
Materia: TEORÍA DE ECUACIONES

Tarea # 11

I) Demostrar que para cualesquiera números complejos z_1 y z_2

a) $Re(z_1 + z_2) = Rez_1 + Rez_2$

b) $Im(z_1 + z_2) = Imz_1 + Imz_2$

II) Encuentre la parte real y la parte imaginaria de los siguientes números complejos, donde $z = x + iy$:

a) $\frac{1}{z^2}$

b) $\frac{1}{3z+2}$

c) $\frac{z+2}{z-1}$

d) $\frac{z+1}{2z-5}$

III) Representar los siguientes números complejos en forma polar:

a) $1 + i\sqrt{3}$

b) $-1 + i\sqrt{3}$

c) $-1 - i\sqrt{3}$

d) $1 - i\sqrt{3}$

e) $\sqrt{3} - i$

f) $2 + \sqrt{3} + i$

IV) Encuentre las soluciones a:

a) $z^2 = 3 - 4i$

b) $z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

c) $z^2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

V) Hallar las raíces cuadradas del número complejo z dado

a) $z = 2i$

b) $z = 3 + 4i$

VI) Calcular lo siguiente:

a) $(\sqrt{3} - i)^6$

b) $(1+i)^{20}$

c) $(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i})^{30}$

VII) Demuestre que

a) $(-1+i)^7 = -8(1+i)$

b) $(1+i\sqrt{3})^{-10} = 2^{-11}(-1+i\sqrt{3})$

c) $(1+i)^n = 2^{n/2}(\cos\frac{n\pi}{4} + \sin\frac{n\pi}{4})$

d) $(\sqrt{3}-i)^n = 2^n(\cos\frac{n\pi}{6} - \sin\frac{n\pi}{6})$

VIII) ¿Cuál es el conjugado complejo de $\frac{(3+8i)^4}{(1+i)^{10}}$?

IX) Calcular

a) $\frac{(-1+i)^7}{(1+i\sqrt{3})^{-10}}$

b) $\frac{(1-i)^5-1}{(1+i)^5+1}$

X) Hallar las raíces cúbicas del número complejo z dado

a) $z = -i$

b) $z = -27i$

c) $z = -2+2i$

XI) Hallar las 4 raíces del número complejo z dado

a) $z = -1$

b) $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

XII) Encontrar las cuatro raíces de la ecuación $z^4 + 4 = 0$ y emplearlas para factorizar $z^4 + 4$ en factores cuadráticos con coeficientes reales.

XIII) Hallar las 5 raíces del número complejo $z = -4+3i$.

XIV) Hallar las 6 raíces del número complejo z dado

a) $z = 8$

b) $z = -8$

XV) Resolver $z^8 = 1$.

XVI) Sea ω una raíz n-ésima de la unidad, $\omega \neq 1$. Muestre que $1 + \omega + \omega^2 + \cdots + \omega^{n-1} = 0$.

XVII) Expresar $\cos 3\theta$ y $\operatorname{sen} 3\theta$ en términos de $\cos\theta$ y $\operatorname{sen}\theta$ usando el Teorema de Moivre.

XVIII) Resolver las ecuaciones:

a) $z^2 - (6 - i)z + (10 - 6i) = 0$

b) $z^2 - (6 - 4i)z + (-10 - 4i) = 0$

XIX) Demuestre que: $\forall n \in \mathbb{N} : \; |z_1 + z_2 + \cdots + z_n| \leq |z_1| + |z_2| + \cdots + |z_n|$.

Puebla, Pue., a 21 de mayo de 2020