

Tarea # 10

1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, usando la regla de Cramer (si es posible).

a)

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 0$$

$$4x_1 - x_2 + x_3 = 4$$

b)

$$x_1 - x_2 + x_3 = 0$$

$$-x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$$

$$3x_1 + x_2 + 7x_3 = 2$$

c)

$$x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 0$$

d)

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1$$

e)

$$3x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$0x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

f)

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0$$

$$4x_1 - 3x_2 + x_3 = 2$$

g)

$$\begin{aligned}4x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 0 \\2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 0 \\x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 2\end{aligned}$$

h)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 &= 0 \\2x_1 + x_2 - 4x_3 - x_4 &= 1 \\x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 4\end{aligned}$$

i)

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &= 1 \\x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\0x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 &= -1 \\x_1 + x_2 + 0x_3 + x_4 &= 2\end{aligned}$$

- Demuestre que si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ es una matriz invertible entonces A no es nilpotente.
- Demuestre que: si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ y $k \in \mathbb{F}$ entonces $\det(kA) = k^n \det(A)$.
- Demuestre que $\det(AB) = \det(BA)$.
- Demuestre que: si $B \in M_n(\mathbb{F})$ es invertible entonces

$$\det(B^{-1}AB) = \det(A).$$

- Si $A \in M_n(\mathbb{F})$ es una matriz idempotente encuentra todos los posibles valores del $\det(A)$.
- Si $A \in M_n(\mathbb{F})$ es una matriz nilpotente encuentra todos los posibles valores del $\det(A)$.

-
8. Si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ es una matriz invertible, muestre que $\text{adj}(A)$ también es invertible y que

$$(\text{adj}(A))^{-1} = \frac{1}{\det(A)} A = \text{adj}(A^{-1}).$$

Puebla, Pue., a 9 de mayo de 2020