Prof. CARLOS ALBERTO LÓPEZ ANDRADE
Materia: TEORÍA DE ECUACIONES

Tarea # 10

1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, usando la regla de Cramer (si es posible).

   a)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \end{aligned}$$

   b)

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 &= 5 \\ 3x_1 + x_2 + 7x_3 &= 2 \end{aligned}$$

   c)

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

   d)

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 1 \end{aligned}$$

   e)

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 0x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

   f)

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 &= 2 \end{aligned}$$

g)

$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 2 \end{aligned}$$

h)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 - x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \end{aligned}$$

i)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ 0x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 &= -1 \\ x_1 + x_2 + 0x_3 + x_4 &= 2 \end{aligned}$$

2. Demuestre que si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ es una matriz invertible entonces A no es nilpotente.
3. Demuestre que: si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ y $k \in \mathbb{F}$ entonces $\det(kA) = k^n \det(A)$.
4. Demuestre que $\det(AB) = \det(BA)$.
5. Demuestre que: si $B \in M_n(\mathbb{F})$ es invertible entonces

$$\det(B^{-1}AB) = det(A).$$

6. Si $A \in M_n(\mathbb{F})$ es una matriz idempotente encuentra todos los posibles valores del $\det(A)$.
7. Si $A \in M_n(\mathbb{F})$ es una matriz nilpotente encuentra todos los posibles valores del $\det(A)$.

8. Si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ es una matriz invertible, muestre que $adj(A)$ también es invertible y que

$$(adj(A))^{-1} = \frac{1}{\det(A)} A = adj(A^{-1}).$$

Puebla, Pue., a 2 de abril de 2018