Nota 2 $2 = 1 \Leftrightarrow$ "Salinas fue un presidente muy honrado".

es una bicondicional verdadera, evidentemente, aunque no es tautología. ¿Por qué?

Nota 3 La proposición:

"Si don Próspero Torres es dueño de una parcela, entonces voto por el tricolor".

es de la forma $p \Rightarrow q$, donde p: "Don Próspero Torres es dueño de una parcela" y q: "Don Próspero Torres voto por el tricolor" y es equivalente a su **contrarecíproca** ($\neg q \Rightarrow \neg p$, ver ejercicio 7,b) de Ejercicios 2), es decir:

"Si Don Próspero Torres no vota por el tricolor entonces no será dueño de una parcela"

La misma proposición se puede escribir como:

"Es necesario que Don Próspero Torres vote por el tricolor para que sea dueño de una parcela"

Por otro lado, hemos sabido que Don Próspero Torres sigue gritando: "Yo soy campesino y no tengo tierra" (ver "Matemáticas Básicas" UAP 1991 ***La Comisión***), y eso que ha votado por el tricolor, es decir q es condición necesaria pero no suficiente para que ocurra p.

Así que, en general una bicondicional, $q \Leftrightarrow p$, suele leerse "p es condición necesaria y suficiente para q" o "q es condición necesaria y suficiente para p" (al fin y al cabo son equivalentes $p \Rightarrow q$ y $q \Rightarrow p$.

Ejercicios 1.

1. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son proposiciones lógicas?

a) ¿Come o fuma?
b) ¡Come o fuma!
c) 3 es mayor que 4.
d) Todos los triángulos son equilateros.

2. Clasifique las siguientes proposiciones de acuerdo a nuestras definiciones. En las negaciones, aclare cuáles son las proposiciones negadas.

   a) El carro de Pedro es tan bueno como el de Juan.
   b) No es posible que exista Transporte barato y cómodo.
   c) Aunque 3 no es par, sí es primo.
   d) Si los precios aumentan, los salarios aumentan.
   e) Es falso que la natalidad disminuya en los países pobres.
   f) Es falso tanto que México es una potencia como que es un país pobre.
   g) Sólo si David trabaja podrá dejar el vicio.
   h) Alguno de los dos casos sucede: si 3 es par entonces $3 + 2$ es impar o si 3 es par entonces $3 + 2$ es par.
   i) es falso que todo triángulo es equilátero y es escaleno, pero es verdad que algunos triángulos son equiláteros y otros no.
   j) Sólo cuando estemos organizados será posible cambiar el Estado.

3. En las siguientes condicionales diga cuál es el antecedente y cuál el consecuente.

   a) Queda claro que siempre que Pedro ha resuelto los problemas, Luis se los ha copiado.
   b) Si fuera 3 no primo, tendría otros divisores distintos de 1 y 3.
   c) Resulta que si usas automóvil, inmediatamente tienes problemas cardíacos.
   d) Al menos cada vez que tu maestro me ha explicado el tema de funciones, a mí no me ha quedado claro.

¿No se ha cansado todavía? Aúpe su existencia con estos otros.

Ejercicios 2.

1. Denote con s la proposición "yo estudio", y con p la proposición "yo pasaré el curso". Exprese simbólicamente las siguientes proposiciones:

    a) No estudio.

    b) Si estudio pasaré el curso.

    c) Pasaré el curso solamente si estudio.

    d) Pararé el curso si estudio.

    e) Estudio o no pasaré el curso.

    f) Si estudio no pasaré el curso.

    g) Ni estudio ni pasaré el curso.

    h) Pasaré el curso si y solamente si estudio.

2. Suponga que l es la proposición "la lógica es fácil" y que m es la proposición "las matemáticas son fáciles". Exprese con palabras las siguientes proposiciones:

a) $l \wedge m$	b) $\neg l$	c) $\neg m \wedge \neg l$
c) $l \Rightarrow m$	d) $l \Leftrightarrow m$	e) $\neg l \Rightarrow \neg m$

3. Calcule el valor de verdad de las siguientes proposiciones, suponga que p es verdadera y q es falsa.

a) $p \wedge q$	b) $p \wedge \neg q$	c) $\neg(p \vee q)$
d) $p \vee (\neg p \wedge q)$	e) $q \Rightarrow p$	f) $\neg q \Rightarrow (p \vee q)$
g) $\neg(q \Rightarrow (p \vee q))$	h) $\neg(p \Leftrightarrow q)$	i) $p \Rightarrow (\neg p \wedge q)$

4. Calcule el valor de verdad de las siguientes proposiciones, usando los conocimientos matemáticos que hasta la fecha posea.

a) 3 es mayor que 2 o 3 es igual a 2.

b) Si 2 fuera mayor que 4 entonces 3 sería mayor que 4.

c) Si 2 fuera mayor que 4 entonces 3 sería igual a 2.

d) Ni 3 ni 7 son pares.

e) Si 3 fuera par, 3 + 2 también lo sería.

f) 4 u 8 son pares.

g) Es falso que: 8 y 2 son impares.

h) 3 no es par o 7 es par.

5. ¿Cuáles de las siguientes formas dan lugar a tautologías:
a) $(p \wedge q) \Rightarrow p$ b) $(p \vee q) \Rightarrow q$ c) $(p \wedge \neg p) \Rightarrow r$ d) $p \Rightarrow \neg p$
e) $[(p \wedge (q \Rightarrow q)) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow r$ f) $(p \wedge \neg p \Rightarrow (r \wedge \neg r)$
g) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$ h) $[(p \vee q) \wedge ((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r))] \Rightarrow r$
i) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(p \wedge \neg q) \Rightarrow (r \wedge \neg r)]$

6. ¿Cuáles de los siguientes pares de proposiciones son equivalentes?:

a) Ni 3 ni 7 son pares.
Es falso que: 3 o 7 son pares.

b) 3 es par pero 7 es impar.
Es falso que: 3 par implica que 7 es par.

c) Si 3 es par entonces 5 es par.
Si 5 es impar entonces 3 es impar.

d) Sólo si lavas los platos vas al cine.
Si lavas los platos vas al cine.

7. Demuestre que las siguientes formas dan lugar a tautologías:

a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(p \wedge \neg q) \Rightarrow (r \wedge \neg r)]$

b) $(\neg q \Rightarrow \neg p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

c) $\neg(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

d) $\neg(p \wedge q) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

e) $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$

f) $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

g) $[p \vee (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \vee r]$

h) $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

i) $[p \wedge (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \wedge r]$

j) $[p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

k) $[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

l) $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$

§4

1.4. Cuantificadores

Analicemos las siguientes proposiciones:

1) Todos los automóviles son enfriados por agua.

2) Hay mujeres solteras.

3) Algún estudiante de la BUAP es millonario.

Estas proposiciones tienen en común que son afirmaciones acerca de un conglomerado o conjunto de objetos. Así, la primera es una afirmación sobre el conjunto de automóviles, la segunda sobre el conjunto de las mujeres, etc. . .

Ahora toca discutir algún método para calcular el valor de verdad de este tipo de proposiciones. Así pues, para el primer ejemplo, concluir que es verdadera tal proposición, sería sólo cuando hubiéramos investigado **todos y cada uno** de los automóviles y además supiéramos que **todos y cada uno de ellos** son efectivamente enfriados por agua. Sabemos que existe un automóvil de conocida marca que no es enfriado por agua; entonces podemos concluir que la proposición 1) es falsa. Sin embargo, para la segunda proposición, para ser verdadera se necesitará sólo que,