FCFM Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

axolote'
Revista mensual de la Academia de Matemáticas

Editorial

En los tiempos actuales la crisis sanitaria sólo es considerada como eso, como crisis sanitaria; no se añaden otros parámetros a considerar. Sólo resulta crisis por la capacidad de contagio que implica este nuevo virus, y por los costos sociales que produce, llámese costos sociales al impacto en las costumbres de consumo y en ultima instancia a la reproducción del capital.

Reducir la crisis a la incapacidad de cura de nuestra ciencia y a la letalidad del virus es no pensar en que en realidad, está en crisis todo un sistema de vida.

Pocos insisten que la antigua normalidad produjo esta crisis y que superarla es construir nuevas formas sociales; la virtualidad, como opción a una nueva relación humana, olvida que con la virtualidad se asegura un distanciamiento oficial y necesario entre los seres humanos, cosa que, de cualquier manera, no puede ser opción para nuevas formas sociales; no se trata de tener otro medio para el mensaje, sino del mensaje mismo, y el mensaje conlleva una nueva forma de interpretar la realidad.

Poco se ha insistido en que nuestra forma de relacionarnos con la naturaleza, nuestra forma de comer y el concepto que tenemos de nuestro cuerpo y salud, también están en crisis. Como impactos colaterales de esta crisis también tenemos que nuestra ciencia, el cómo se construye y sus formas sociales de organización, se han impactado con esta crisis. Poco se piensa el como llegamos a esto, sólo se piensa que la maldad de un virus, o peor, que las costumbres alimenticias de un lejano, país no llevaron a esto. Con estas razones, la contaminación sale bien librada, la implacable destrucción de la naturaleza que implica el actual sistema de producción de bienes, con estas razones, queda ajena a esta crisis.

Pero es de vital importancia, poner en la mesa de discusión nuestra forma de alimentarnos, cómo concebimos a la naturaleza, cómo la conocemos, qué es salud y cómo nos curamos. La crisis mostró que es impostergable esta discusión. De los resultados de esta discusión resultarán estrategias sólidas, o se validarán algunas que ya existen; pero podemos adelantar que el eje de esta discusión debe ser concebido bajo la preocupación de proteger a la comunidad humana y no a la empresa o la utilidad.

Debemos tener por asentado que nuevos valores están por erigirse como eje de la vida social: La protección a la naturaleza, a la vida y la tolerancia a las diferentes formas de vida social, deberán enmarcar estos nuevos valores; una cultura de tolerancia a los diferentes saberes ancestrales de nuestros pueblos deberá redituar más que el vil confinamiento; el no mirar al otro nos hace peores como seres humanos, pero creer en la soberbia que solo nuestra cultura es la única válida es, aparte de estupidez, suicidio social.

Llegó la hora de pensar a la ciencia como un saber comunitario hecho por la comunidad para la comunidad y no como un quehacer especializado, avalado por pequeños grupos de escrutadores que dicen qué vale y qué no vale. Toda nuestra ciencia no puede parar a un pequeño virus ¿será que la medicina que no produce ganancia no es medicina? ¿será que a la medicina actual ya no le interesa la salud? ¿la demás ciencia también vive en el atavismo de ciencia que no da ganancia no es ciencia?

Como científicos debemos aceptar que llegó el momento de repensar los objetivos de la ciencia dentro de la esperanza de una humanidad nueva y con un proyecto suficiente para cada uno de sus miembros y no sólo para algunos.

Una prueba del pequeño Teorema de Wedderburn

Esaú Alejandro Pérez Rosales
Alexrosales1ymedio@gmail.com

La incertidumbre sobre la existencia de anillos con división que no son conmutativos fue resuelta en 1905 por el matemático escocés Joseph Wedderburn (1882-1948), quien dio una respuesta negativa, esto es, demostró que todo anillo con división finito es necesariamente conmutativo y, por ende, un campo.

La demostración aquí expuesta es debida al célebre algebrista alemán Ernst Witt (1911-1991), y para ello es preciso recordar, en los lemas previos, algunos resultados de la teoría de grupos y la teoría de anillos. A partir de ahora, *R* denotará un anillo con división finito y las notaciones empleadas en los lemas se conservarán para los lemas posteriores.

LEMA 1. *El centro de R es el conjunto* $Z = \{a \in R \mid \forall x \in R: ax = xa\}$. *Se tiene que Z es un subanillo conmutativo de R, es decir, es un campo.*

LEMA 2. *Si* $Z \subseteq R$, *con* $Z \neq R$, *entonces:*

(1) *La dimensión n de R como Z-espacio vectorial es finita y mayor o igual que 2.*

(2) $|R| = |Z|^n$.

Demostración. (1) Al ser Z un campo y $(R, +)$ un grupo abeliano, es posible considerar a *R* como un Z-espacio vectorial finito. Como Z ≠ R, existe a ∈ R tal que $a \notin Z$, en particular $a \neq 1$. Veamos que $n \geq 2$, para lo cual bastará probar que el conjunto $\{1, a\}$ es linealmente independiente sobre Z. Así, supongamos que existen $r_1, r_2 \in Z$ tales que $r_1 1 + r_2 a = 0$ y veamos que $r_1 = r_2 = 0$. Si $r_2 \neq 0$, entonces $a = -r_2^{-1} r_1 \in Z$, que es una contradicción. Por lo tanto, $r_2 = 0$ y luego $r_1 1 = r_1 = 0$. Así, 1 y a pertenecen a una base de *R* y por tanto $n \geq 2$.

(2) Como $R \cong Z^n$, entonces $|R| = |Z^n| = |Z|^n$. ■

LEMA 3. *Sea* $s \in R$. *Definimos el centralizador de s como* $C_s = \{x \in R: xs = sx\}$. *Entonces*

(1) C_s *es un subanillo de R.*

(2) $Z \subseteq C_s$

(3) *Si* $|Z| = q$, *entonces* $|C_s| = q^{n_s}$ *para ciertos enteros positivos* n_s.

Demostración. *Sólo probaremos (3). Nuevamente, podemos considerar* a C_s como un espacio vectorial sobre Z. Si $dim C_s = n_s$, entonces $C_s \cong Z^{n_s}$, con lo cual $|C_s| = |Z^{n_s}| = |Z|^{n_s} = q^{n_s}$. ■

Observar que q = |Z| > 1 ya que $0{,}1 \in Z$.

LEMA 4. *Si Z ≠ R, existe $s \in R$ tal que $n_s < n$.*

Demostración. Existe $s \in R$ tal que $s \notin Z$; luego, existe un elemento $x \in R$ que no conmuta con s, es decir, $x \notin C_s$. Con esto, $C_s \neq$ R, por consiguiente $q^{n_s} = |C_s| < |R| = q^n$ y como q > 1, entonces $n_s < n$. ■

LEMA 5. *Definimos en $R^* = R \setminus \{0\}$ la relación: $u \sim v$ si y sólo si existe $x \in R^*$ tal que $u = x^{-1}vx$. Entonces $\sim$ es una relación de equivalencia en R^*.*

Esta relación de equivalencia da origen a una partición del conjunto $R^* = R \setminus \{0\}$ en clases de equivalencia, cuyas propiedades se estudian en el siguiente lema.

LEMA 6. $|[s]| = 1 \Leftrightarrow s \in Z$. *Además, si Z ≠ R, existe al menos una clase de cardinalidad mayor o igual que 2.*

Demostración. Supongamos que |[s]|=1, luego $x^{-1}sx = s$ para todo $x \in R^*$, es decir, sx=xs para todo $x \in R^*$, lo que nos dice que $s \in Z$.

Recíprocamente, si $s \in Z$ y $t \in [s]$, entonces existe $x \in R^*$ tal que $t = x^{-1}sx$ y como $s \in Z$, se tiene que $t = x^{-1}sx = x^{-1}xs = 1s = s$. Por lo tanto, |[s]|=1.

La segunda parte del lema se sigue del hecho de que existe $a \in R$ tal que $a \notin Z$. ■

LEMA 7. *Sean $x \in R^*$ y $C_s^*x = \{zx : z \in C_s^*\}$, donde $C_s^* = C_s \setminus \{0\}$. Sea $f_s : R^* \to [s]$ dada por $f_s(x) = x^{-1}sx$. Entonces*

(1) $f_s(x) = f_s(y) \Leftrightarrow y \in C_s^*x$.

(2) $\frac{|R^*|}{|C_s^*|} = \frac{q^n - 1}{q^{n_s} - 1} = |[s]|$.

Demostración. (1) Supongamos que $x, y \in R^*$ son tales que $x^{-1}sx = f_s(x) = f_s(y) = y^{-1}sy$, entonces $yx^{-1}sx = sy$, de donde $(yx^{-1})s = s(yx^{-1})$, lo que nos dice que $h = yx^{-1} \in C_s^*$, con lo cual $y = hx \in C_s^*x$. Para el recíproco se emplea esta serie de pasos en sentido contrario.

(2) Hay que observar que la función $g_x : C_s^* \to C_s^*x$ dada por $g_x(z) = zx$ es biyectiva, ya que x es invertible para cualquier $x \in R^*$. Esto implica que $|C_s^*| = |C_s^*x|$. Ahora bien, como cada elemento $f_s(x) = x^{-1}sx$ de la clase de equivalencia [s] es la imagen de todos los $y \in C_s^*x$, es decir, es la imagen de $|C_s^*x|$ elementos de R^*, se sigue la igualdad

$$|R^*| = |[s]||C_s^*x| = |[s]||C_s^*|,$$

donde

$$|[s]| = \frac{|R^*|}{|C_s^*|} = \frac{q^n - 1}{q^{n_s} - 1}. \blacksquare$$

Por el Lema 6 sabemos que, si Z ≠ R, existen clases de equivalencia de cardinalidad mayor o igual que 2. En el siguiente lema probaremos la ecuación de clase.

LEMA 8. *Si $Z \neq R$, sean $[s_1], \dots, [s_m]$ las clases que tienen más de un elemento. Entonces*

$$q^n - 1 = q - 1 + \sum_{k=1}^{m} \frac{q^n - 1}{q^{n_k} - 1}$$

con $\frac{q^n-1}{q^{n_k}-1} \in N \setminus \{1\}$. *Además, $n_k \mid n$ para todo $k \in \{1, \dots, m\}$.*

Demostración. Hay que recordar que las clases de equivalencia forman una partición de R^*. Además, las clases [s] con $s \in Z$ tienen cardinalidad uno. Así,

$$|R^*| = 1 \cdot |Z^*| + \sum_{k=1}^{m} |[s_k]|,$$

es decir,

$$q^n - 1 = q - 1 + \sum_{k=1}^{m} \frac{q^n - 1}{q^{n_k} - 1},$$

donde además $\frac{q^n-1}{q^{n_k}-1} = |[s_k]| \in N \setminus \{1\}$ para todo $k \in \{1, \dots, m\}$.

Para la segunda parte, sea $k \in \{1, \dots, m\}$. Usando el algoritmo de la división, existen enteros t y r tales que $n = tn_k + r$, donde $0 \leq r < n_k$. En virtud del Lema 4, $n_k < n$, así que t > 0. Además, como $\frac{q^n-1}{q^{n_k}-1} \in N$, se sigue que $q^{n_k} - 1 \mid q^n - 1 = q^{tn_k+r} - 1$. Luego, $q^{n_k} - 1 \mid (q^{tn_k+r} - 1) - (q^{n_k} - 1) = q^{n_k}\left(q^{(t-1)n_k+r} - 1\right)$. Como $q^{n_k} - 1$ y q^{n_k} son primos relativos, se tiene que $q^{n_k} - 1 \mid q^{(t-1)n_k+r} - 1$. Nuevamente, $q^{n_k} - 1 \mid \left(q^{(t-1)n_k+r} - 1\right) - (q^{n_k} - 1) = q^{n_k}\left(q^{(t-2)n_k+r} - 1\right)$ y por consiguiente $q^{n_k} - 1 \mid q^{(t-2)n_k+r} - 1$. Continuando este proceso, llegamos a que $q^{n_k} - 1 \mid q^{(t-t)n_k+r} - 1 = q^r - 1$, y como $0 \leq r < n_k$, sólo puede ocurrir que r=0. Por lo tanto, $n = tn_k$, es decir, $n_k \mid n$. ■

Encaminados a la prueba del Pequeño Teorema de Wedderburn, haremos uso del concepto de polinomio ciclotómico. Recordemos que un número complejo $a \in C$ es una raíz n-ésima de la unidad si $a^n = 1$, o equivalentemente, si a es raíz del polinomio $x^n - 1$. También recordemos que si $\lambda \in C$, entonces $ord\lambda = \text{mín}\{n \in N : \lambda^n = 1\}$.

DEFINICIÓN. *Sean $n \in N$ y $U_n = \{1, \xi, \xi^2, \dots, \xi^{n-1}\}$ el grupo cíclico multiplicativo de las raíces n-ésimas de la unidad en C, el campo de los números complejos. Para todos los divisores positivos d de n, llamaremos n-ésimo polinomio ciclotómico al polinomio*

$$\Phi_d(x) = \prod_{ord\lambda = d} (x - \lambda)$$

LEMA 9. (1) $x^n - 1 = \prod_{d \mid n} \Phi_d(x)$;

(2) $\Phi_n(x)$ *es un polinomio con coeficientes enteros.*

Demostración. (1) Dado que las raíces del polinomio $x^n - 1$ son todas las raíces n-ésimas de la unidad, entonces

$$x^n - 1 = \prod_{\lambda \in U_n} (x-\lambda) = \prod_{d|n} \left(\prod_{ord\lambda = d} (x-\lambda) \right) = \prod_{d|n} \Phi_d(x) . \blacksquare$$

El inciso (2) se prueba por inducción ¡inténtelo! En particular, este inciso implica que $\Phi_n(q)$ es un número entero, donde q = |Z|.

LEMA 10. *Si Z ≠ R, entonces $\Phi_n(q) \mid q-1$.*

Demostración. Sabemos por el Lema 8 que $n_k \mid n$, para cada $k \in \{1, \dots, m\}$. Usando (1) del Lema 9, se tiene que:

$$x^n - 1 = \prod_{d|n} \Phi_d(x) = (x^{n_k} - 1)\Phi_n(x) \prod_{d|n,\ d\nmid n_k,\ d\neq n} \Phi_d(x) .$$

Evaluando la igualdad anterior en x=q, obtenemos lo siguiente:

$$q^n - 1 = (q^{n_k} - 1)\Phi_n(q) \prod_{d|n,\ d\nmid n_k,\ d\neq n} \Phi_d(q).$$

De aquí se tienen las siguientes relaciones de divisibilidad en los enteros:

- $\Phi_n(q) \mid q^n - 1$
- $\Phi_n(q) \mid \frac{q^n-1}{q^{n_k}-1}$ para cada $k \in \{1, \dots, m\}$.

Por lo tanto, de la ecuación de clase del Lema 8 obtenemos:

$$\Phi_n(q) \mid q^n - 1 - \sum_{k=1}^{m} \frac{q^n-1}{q^{n_k}-1} = q - 1. \blacksquare$$

De este resultado, se tiene que $|\Phi_n(q)| \leq q-1$. En la prueba por *reductio ad absurdum* del Pequeño Teorema de Wedderburn se contradice este hecho, lo cual haremos a continuación.

TEOREMA (PEQUEÑO DE WEDDERBURN): *Cualquier anillo con división finito R es un campo.*

Demostración. Si Z = R, en virtud del Lema 1, se sigue la conclusión, así que supongamos que Z ≠ R. Luego, por el Lema 2, $n = dim\,_Z R > 1$. Sea $U_n = \{1, \xi, \xi^2, \dots, \xi^{n-1}\}$ el grupo cíclico multiplicativo de las raíces n-ésimas de la unidad en C y consideremos el polinomio ciclotómico $\Phi_n(x) = \prod_{ord\lambda=n}(x-\lambda)$. Observemos que cada $\lambda \in U_n$ con $\lambda = a + bi \neq 1$ satisface que a<1. Además, si $|| \cdot ||$ es el módulo complejo, se cumple que

$$||q-\lambda||^2 = ||q-a-bi||^2 = (q-a)^2 + b^2$$

$$= q^2 - 2aq + a^2 + b^2 = q^2 - 2aq + 1$$

$$> q^2 - 2q + 1 = (q-1)^2,$$

de donde $||q-\lambda|| > q-1$ para toda $\lambda \in U_n \setminus \{1\}$. Así,

$$|\Phi_n(q)| = ||\Phi_n(q)|| = ||\prod_{ord\lambda=n}(q-\lambda)||$$

$$= \prod_{ord\lambda=n}||q-\lambda|| > \prod_{ord\lambda=n}(q-1) > q-1,$$

porque q ≥ 2, pero esto contradice lo obtenido en el Lema 10. De este absurdo concluimos que Z = R, es decir, R es conmutativo y, por lo tanto, R es un campo. ■

Este resultado, conocido como el Pequeño Teorema de Wedderburn, cobra importancia no sólo en álgebra, sino también en ramas como la geometría proyectiva, al trabajar con planos proyectivos sobre anillos con división. El adjetivo de "pequeño" distingue este resultado del Teorema de Artin-Wedderburn en la teoría de anillos.

Cabe mencionar que esta no es la única prueba conocida. Además de Wedderburn y Witt, otros matemáticos que demostraron este resultado en el siglo pasado son Leonard Eugene Dickson (1874-1954) y Theodore Kaczynski (1942-). Alternativamente, el teorema de Wedderburn es consecuencia del Teorema de Skolem-Noether.

Referencias

Gómez, D. (2015). *Polinomios sobre cuerpos finitos*. En Cuerpos finitos (pp. 40-44). España: Universidad de Murcia.
Jacobson, N. (1985). *Algebras over a field*. En Basic Algebra I (pp. 453, 454). New York: W. H. Freeman and Company.
Revilla, F. (2017). Teorema de Wedderburn. noviembre 12, 2020, de Fernando Revilla Sitio web: http://fernandorevilla.es/blog/2017/11/22/teorema-de-wedderburn/

La senda Cartesiana

J. Juan Angoa Amador
jangoa@fcfm.buap.mx

Uno de los primeros filósofos que se preocupa por encontrar un método genérico para desarrollar la ciencia es R. Descartes. Es de subrayar que el problema de encontrar un método general de la ciencia es nuevo, en ese momento de la filosofía y en general del pensamiento humano; el nacimiento de esta problemática tiene sus raíces en la esperanza de un conocimiento racional, de un mundo conocible y en la certeza de una ciencia posible, con la cual el dominio de la naturaleza sea completo, lo cual, a su vez, es expresión de un mundo en el que se están engendrando nuevas relaciones sociales, las capitalistas.

Así que Descartes aparece como un profeta de una ciencia nueva unificada y racional. En su búsqueda, debe suprimir lo que hereda de la filosofía de su tiempo, y antes que nada advierte que su resultado no debe tomarse como un método sino como un informe de lo logrado, en el que la introspección es una actividad básica, el universo en el que se da esta nueva forma de saber es el del individuo enfrentándose a sus sensaciones, como primeras nociones del universo, desde donde se alza un discurso racional organizado desde nociones simples.

Medroso, no acepta lo rebelde de su método y más bien advierte lo precavido que se debe ser al abrazar cualquier modificación profunda; la incipiente burgesía que no quiere enfrentar totalmente a las viejas estructuras, al paso del tiempo, enterrará para siempre estas advertencias, quedando sólo su profunda raíz revolucionaria, pese a Descartes.

Si, habiéndome gustado bastante mi obra, os enseño aquí el modelo, no significa esto que quiera yo aconsejar a nadie que me imite. Los que hayan recibido de Dios mejores y abundantes mercedes, tendrán, sin duda, más levantados propósitos, pero mucho me temo que este mío no sea ya demasiado audaz para algunas personas. Ya la mera resolución de deshacerse de todas las opiniones recibidas anteriormente no es un ejemplo que todos deban seguir. Y el mundo se compone casi sólo de dos especies de ingenios a quienes este ejemplo no conviene en modo alguno, y son, a saber: de los que, creyéndose más hábiles de lo que son, no pueden contener la precipitación de sus juicios ni conservar la bastante paciencia para conducir ordenadamente todos sus pensamientos; por donde sucede que, si una vez se hubiesen tomado la libertad de dudar de los principios que han recibido y de apartarse del camino común, nunca podrán mantenerse en la senda que hay que seguir para ir más en derechura, y permanecerán extraviados toda su vida; y de otros que, poseyendo bastante razón o modestia para juzgar que son menos capaces de distinguir lo verdadero de lo falso que otras personas, de quienes pueden recibir instrucción, deben más bien contentarse con seguir las opiniones de esas personas que buscar por sí mismos otras mejores (***R. Descartes, El discurso del método***).

Mas, cuando hube pasado varios años estudiando en el libro del mundo y tratando de adquirir alguna experiencia, resolvime un día estudiar también en mí mismo y a emplear todas las fuerzas de mi ingenio en la elección de la senda que debía seguir; lo cual me salió mucho mejor, según creo, que si no me hubiese nunca alejado de mi tierra y de mis libros (***R. Descartes, El discurso del método***).

Sorprende la precaución que exige para no deambular en consecuencias demasiado rebeldes al usar su método, no lo recomienda, ni recomienda el dudar de la eficacia de lo anterior y si se es demasiado ineficaz en la ciencia, lo mejor es buscar la sombra de alguien lúcido que nos enseñe. Nos quedamos vedados de una consecuencia política de este método, el poder es intocable, sólo el fundamento filosófico de la ciencia es terreno propicio a la violencia conceptual, a la duda y a la refundación; es de comprender que esta precaución será superada cuando la naciente burguesía decida tomar el poder. Debemos esperar la Revolución Francesa para encontrar la versión política de esta nueva filosofía.

Adelante enunciamos los postulados heurísticos de su método (ver R. Descartes El discurdo del Método), así como las razones que los llevaron a tales principios; en otros textos deberán buscarse los términos básicos con los que se describe el mundo fenoménico (***véase el "El tratado de la luz"***).

Fue el primero no admitir como verdadera cosa alguna, como no supiese con evidencia que lo es; es decir, evitar cuidadosamente la precipitación y la prevención, y no comprender en mis juicios nada más que lo que se presentase tan clara y distintamente a mi espíritu, que no hubiese ninguna ocasión de ponerlo en duda.

Esta propuesta tiene su razón de ser, ante la hegemonía de una cultura dogmática y prepotente: la escolástica, el espíritu de la época. La búsqueda de una libertad absoluta en el proceso de conocer, ajeno a todo tipo de principios heredados, llegará para quedarse en la construcción de ciencia.

El segundo, dividir cada una de las dificultades que examinare en cuantas partes fuere posible y en cuantas requiriese su mejor solución.

En esta parte, la división de la información en las partes más simples es fundamental, sin embargo, es de notar que este análisis es subordinado a la necesidad del problema.

El tercero, conducir ordenadamente mis pensamientos, empezando por los objetos más simples y más fáciles de conocer, para ir ascendiendo poco a poco, gradualmente, hasta el conocimiento de los más compuestos, e incluso suponiendo un orden entre los que no se preceden naturalmente.

En esta parte, ya se insinúa, en este método, el carácter activo del sujeto, dice "e incluso suponiendo un orden entre los que no se preceden naturalmente", lograr una estructura lineal de las deducciones, de tal manera que el discurso explicativo este en un orden lineal de los más simple a lo más complejo, y las partes oscuras de conectar pueden imponérseles tal orden por necesidades de claridad expositiva.

*Y el último, hacer en todos unos recuentos tan integrales y unas revisiones tan generales, que llegase a estar seguro de no omitir nada (**R. Descartes, El discurso del método**).*

En la última regla, se propone tener cuidado de siempre estar subordinado a la expresión fenoménica del problema, de tal manera que debemos incluir todos los datos del problema en el discurso explicativo y de no ser así realizar periódicos recuentos hasta tener todos incluidos.

De la segunda regla deviene esta reflexión, en la cual se explicita su aspiración matemática:

Y no me cansé mucho en buscar por cuáles era preciso comenzar, pues ya sabía que por las más simples y fáciles de conocer; y considerando que, entre todos los que hasta ahora han investigado la verdad en las ciencias, sólo los matemáticos han podido encontrar algunas demostraciones, esto es, algunas razones ciertas y evidentes, no dudaba de que había que empezar por las mismas que ellos han examinado, aun cuando no esperaba sacar de aquí ninguna otra utilidad, sino acostumbrar mi espíritu a saciarse de verdades y a no contentarse con falsas razones (***R. Descartes, El discurso del método***).

Se nos aclara que de las matemáticas como ciencia demostrativa sacará para la ciencia ese espíritu: la deducción de nociones simples a las más complejas, también sacará algunas nociones de la matemática como nociones de la misma ciencia. El tratamiento de la proporción entre entes de diferente naturaleza, será llevado directamente de la matemática a la ciencia fenoménica. Sin embargo, lo particular de la matemática limita este claroscuro de la universalidad. Pero el sujeto conocedor tiene una libertad de elección, la cual sólo es justificada por su omnipresente individualidad, respecto a las nociones que mejor describen su fenómeno.

Mas no por eso concebí el propósito de procurar aprender todas las ciencias particulares, denominadas comúnmente matemáticas, y viendo que, aunque sus objetos son diferentes, todas, sin embargo, coinciden en que no consideran sino las varias relaciones o proporciones que se encuentran en los tales objetos, pensé que más valía limitarse a examinar esas proporciones en general, suponiéndolas sólo en aquellos asuntos que sirviesen para hacerme más fácil su conocimiento, y hasta no sujetándolas a ellos de ninguna manera, para poder después aplicarlas tanto más libremente a todos los demás a que pudieran convenir (***R. Descartes, El discurso del método***).

En lo que sigue tenemos un extraño ejemplo, que da luz acerca de la verdad y su universo discursivo, el comentario es casi cercano a la certidumbre de una verdad en un sistema axiomático particular. Aunque el tratamiento de la verdad es aun finalista y absoluto, no deja de expresar su esperanza de alcanzarla descubriendo las secuencias deductivas que la exhiben.

En lo cual, acaso no me acusaréis de excesiva vanidad si consideráis que, supuesto que no hay sino una verdad en cada cosa, el que la encuentra sabe todo lo que se puede saber de ella; y que, por ejemplo, un niño que sabe aritmética y hace una suma conforme a las reglas, puede estar seguro de haber hallado acerca de la suma que examinaba todo cuanto el humano ingenio pueda hallar; porque, al fin y al cabo, el método que enseña a seguir el orden verdadero y a recontar exactamente las circunstancias todas de lo que se busca contiene todo lo que confiere certidumbre a las reglas de la aritmética (***R. Descartes, El discurso del método***).

Ahora, subraya cómo un método inspirado en la matemática retorna a a la mismísima matemática, dada su universalidad.

Sin contar con que, aplicándolo (el método)*, sentía que mi espíritu se iba acostumbrando poco a poco a concebir los objetos con mayor claridad y distinción, y que, no habiéndolo sujetado a ninguna materia particular, prometíame aplicarlo con igual fruto a las dificultades de las otras ciencias, como lo había hecho a las del álgebra.* (***R. Descartes, El discurso del método***)

Sin embargo, es necesario un método general o al menos en los principios de las ciencias nacido de un proceso filosófico; así se construyen, desde una filosofía, los principios de la ciencia, que en cada ciencia se apersonan de diferentes maneras.

.. ; pero habiendo advertido que los principios de las ciencias tenían que estar todos tomados de la filosofía, en la que aún no hallaba ninguno que fuera cierto,.. (***R. Descartes, El discurso del método***).

En este mismo tono:

Y además seguía ejercitándome en el método que me había prescrito; pues sin contar con que cuidaba muy bien de conducir generalmente mis pensamientos según las citadas reglas, dedicaba de cuando en cuando algunas horas a practicarlas, particularmente en dificultades de matemáticas, o también en algunas otras que podía haber casi semejantes a las de las matemáticas, desligándolas de los principios de las otras ciencias, que no me parecían bastante firmes; todo esto puede verse en varias cuestiones que van explicadas en este mismo volumen (***R. Descartes El discurso del método***).

Y finalmente, el razonamiento que lleva de lo metodológico a lo ontológico, que tal vez siempre se queda en lo metodológico, lo que me hace ser es el pensar, la razón como esencia del existir.

Pero advertí luego que, queriendo yo pensar, de esa suerte, que todo es falso, era necesario que yo, que lo pensaba, fuese alguna cosa; y observando que esta verdad: «yo pienso, luego soy», era tan firme y segura que las más extravagantes suposiciones de los escépticos no son capaces de conmoverla, juzgué que podía recibirla, sin escrúpulo, como el primer principio de la filosofía que andaba buscando (***R. Descartes, El discurso del método***).

Pero ya en claro, el alma, es lo que permite realizar al conjunto de actividades racionales, puede prescindir de la materia, la subjetividad, creando la objetividad como mera actividad de la razón:

...conocí por ello que yo era una sustancia cuya esencia y naturaleza toda es pensar, y que no necesita, para ser, de lugar alguno, ni depende de cosa alguna material; de suerte que este yo, es decir, el alma por la cual yo soy lo que soy, es enteramente distinta del cuerpo y hasta más fácil de conocer que éste, y, aunque el cuerpo no fuese, el alma no dejaría de ser cuanto es (***R. Descartes, El discurso del método***).

En cuanto al mundo fenoménico, siempre existe una intermediación entre nuestros sentidos y la razón que se crea ante estas sensaciones:

…quiero advertiros en primer lugar que puede existir alguna diferencia entre el sentimiento que tenemos de ella –es decir, la idea que se forma en nuestra imaginación por la mediación de nuestros ojos– y lo que existe en los objetos que produce en nosotros este sentimiento –es decir, lo que hay en la llama o en el sol que se llama con el nombre de la luz– (***R. Descartes, El mundo, Tratado de la luz***).

El lenguaje también es mensajero del mundo fenoménico y es parte de él:

Sabéis perfectamente que las palabras, sin tener ningún parecido con las cosas que significan, nos permiten concebirlas e incluso, a menudo, sin que nos apercibamos del sonido de los términos ni de sus sílabas, de modo que puede ocurrir que, después de haber oído un discurso cuyo sentido hemos comprendido muy bien, no podamos decir en qué lengua se ha pronunciado.

Pero el conocimiento es lectura de la naturaleza, es construir un lenguaje en el cual hable la naturaleza:

¿por qué la naturaleza no podrá también haber establecido cierto signo que nos produzca el sentimiento de la luz, a pesar de que este signo no tenga nada en sí que sea parecido a este sentimiento? ¿No es acaso así como ha establecido las risas y las lágrimas para que leamos la alegría y la tristeza en el rostro de los hombres? (***R. Descartes, El mundo, Tratado de la luz***).

En resumen, debemos resaltar en el trabajo de Descartes las siguientes características:

1. La filosofía es la encargada de construir y fundamentar los principios de la ciencia.

2. Cuando la filosofía no cumple con fundamentar la ciencia, es deber del interesado en la ciencia construir desde los cimientos una filosofía capaz de cumplir la tarea postergada.

3. Conocer es construir los parámetros racionales en los que quepan las nociones fenómenicas que recibimos por nuestra experiencia.

4. Conocer es leer en la naturaleza, o sea nuestras sensaciones, la estructura del universo.

5. Conocer es racionalizar la experiencia.

6. Como la matemática es un pensamiento prototipo con tales características, a saber va de lo simple a lo complejo por medio de un discurso deductivo-expositivo, puede ser la inspiración para tales principios de la ciencia.

7. Pero la matemática es insuficiente para construir tales principios y precisa una metafísica para construir tales principios.

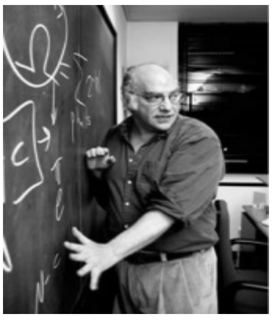
Para plantear el conocimiento de la naturaleza una vez que ésta es tamizada por nuestra razón, añade como principio fundamental el movimiento; pero el movimiento que él conocía, es el simple cambio de posición.

No me detengo a buscar la causa de estos movimientos, ya que basta con pensar que estas partículas empezaron a moverse tan pronto como el mundo comenzó a existir. De ahí que, según mis razonamientos, es imposible que sus movimientos cesen nunca, ni siquiera que cambien más que de sujeto, esto es, que la virtud o potencia de moverse a sí mismo que se halla en un cuerpo puede pasar ¿toda o en parte? a otro dejando de estar en el primero, pero nunca puede dejar de estar del todo en el mundo. (***R. Descartes, El mundo, Tratado de la luz***).

Queda como herencia de Descartes para los matemáticos, la noción de que éstos, los matemáticos, proveen al resto de la ciencia la inspiración o al menos el modelo de su discurso. Pero al no tener la matemática una teoría de cómo se hace teoría científica, el mundo fenoménico, la matemática se convierte en una ciencia particular.

Para Pensar: Frases célebres

Gregory Chaitin (25/06/1947, edad 73 años): Nació en Chicago en 1947. Sus padres eran inmigrantes argentinos. En 1965 regresó a Buenos Aires donde estudió matemáticas en la Universidad de Buenos Aires. Luego de recibirse trabajó para IBM y como docente en la Facultad de Ciencias Exactas. El trabajo de Chaitin en la teoría algorítmica de la información continuó con el trabajo anterior de Kolmogóro en varios respectos.



Las matemáticas son una disciplina maravillosa, alocada, llena de imaginación, de fantasía y de creatividad que no se ve limitada por los pequeños detalles del mundo físico: su único límite es la fuerza de nuestra luz interior

217570764@alumnos.facfm.buap.mx

Para sonreir, divertirse y reflexionar

TE SABES UN CHISTE DE MATEMÁTICOS

-MÁS O MENOS, POR?

¿QUÉ LE DIJO LA CALCULADORA AL ESTUDIANTE DE MATEMÁTICAS?

PUEDES CONTAR CONMIGO

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_2x^2 + \cdots$$

¿TE GUSTAN LOS POLINOMIOS?

-SÍ, PERO SÓLO HASTA CIERTO GRADO

Poesía de Octubre-Noviembre

Gabriela Mistral (7 abril 1889- 10 enero 1957): *Fue una de las principales figuras de la poesía chilena. En 1945 consiguió el Premio Nobel de Literatura. Fue el primero para las letras latinoamaericanas.*

PIECECITOS

La preocupación social era común en la intelectualidad latinoamericana de la primera mitad del siglo XX. Más aún en Gabriela Mistral, quien, además de poeta, fue una educadora insigne y colaboró con el diseño educativo de su país y con el de México.

En este poema, Mistral se pasea por la mirada compasiva hacia los niños pobres y abandonados de los que sus piececitos, pequeños y desnudos, son imagen. La poeta se pregunta cómo es posible que nadie los note, que nadie haga nada por ellos...

Piececitos de niño,
azulosos de frío,
¡cómo os ven y no os cubren,
Dios mío!

¡Piececitos heridos
por los guijarros todos,
ultrajados de nieves
y lodos!

El hombre ciego ignora
que por donde pasáis,
una flor de luz viva
dejáis;

que allí donde ponéis
la plantita sangrante,
el nardo nace más
fragante.

Sed, puesto que marcháis
por los caminos rectos,
heroicos como sois
perfectos.

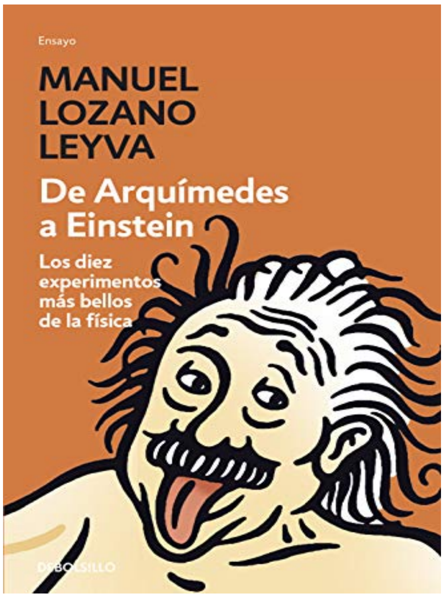
Piececitos de niño,
dos joyitas sufrientes,
¡cómo pasan sin veros
las gentes!

Recomendación de libro

Libro: *De Arquímedes a Einstein*

Autor: *Manuel Lozano Leyva*

Editorial: *Debate*

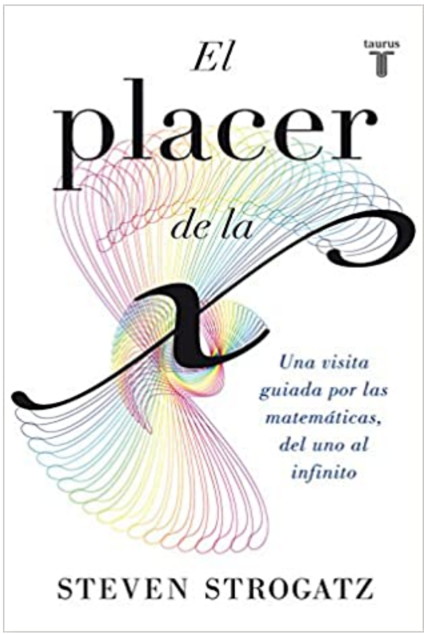


Reseña de libro

Título: *El placer de la x*

Autores: *Steven Strogatz*

Editorial: *Taurus*



Un matemático de primer nivel y prestigioso divulgador del *New York Times* nos invita a una visita guiada por las grandes ideas de las matemáticas y sus sorprendentes conexiones con la literatura, la filosofía, la medicina o el arte.

Las matemáticas están en la base de todo lo que hay en el cosmos, incluidos nosotros mismos, y, sin embargo, muy pocos entienden lo suficiente este idioma universal como para gozar de su sabiduría, su belleza… y sus placeres. Este libro lo traduce para convertirlo en algo inteligible y apasionante.

Cada capítulo ofrece inesperados momentos de revelación: desde la explicación de por qué los números son tan útiles (y tan eficaces para describir el mundo) hasta los escondidos encantos del cálculo, las elipses y el teorema de Pitágoras. Steven Strogatz solo pide a sus lectores curiosidad y sentido común. A cambio, *El placer de la x* les ofrecerá explicaciones claras e ingeniosas de los principios esenciales de esta disciplina y de su extraordinario poder para responder a muchas de las preguntas de la vida cotidiana.

El autor, premiado y elogiado por sus ensayos y artículos en múltiples medios de comunicación como *The New York Times, New Yorker, Discover* o *Science*, es reconocido internacionalmente por su manera didáctica de abarcar y exponer las matemáticas y otras disciplinas relacionadas.

¿Por qué estudiar matemáticas?¿Qué nos tienen que ofrecer?

Este libro, basado en una serie de artículos independientes, viaja por todas las Matemáticas, explicándonos el motivo o la idea que subyace. Es ideal para todos los que nos preguntamos por qué es importante el teorema de Pitágoras o para qué estudiar cálculo.

Strogatz presenta en su libro un manejo de conceptos básicos matemáticos con profundidad, mostrando ideas matemáticas esenciales con una sencillez y maestría asombrosa.

Libro de lectura muy recomendable independientemente del nivel de conocimientos que tengamos de matemáticas.

Actividades Presenciales de Matemáticas en la FCFM

Suspendidas por la contingencia sanitaria del COVID-19, hasta nuevo aviso.

Publicaciones de la Academia de Matemáticas

Libro de Matemáticas y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP
Publica capítulos expositorios y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2022 Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: David Herrera Carrasco dherrera@fcfm.buap.mx y Fernando Macías Romero fmacias@fcfm.buap.mx
Los trabajos recibidos después del 6 de enero (del año en curso) se tomarán en cuenta para un año después.

Libro de Topología y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP
Publica capítulos expositorios y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2022. Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: José Juan Angoa Amador jangoa@fcfm.buap.mx, Raúl Escobedo Conde escobedo@fcfm.buap.mx, Manuel Ibarra Contreras mibarra@fcfm.buap.mx, Agustín Contreras Carreto acontri@fcfm.buap.mx

La publicación del libro es anual, según sean las condiciones económicas del cuerpo académico de topología y sus aplicaciones.

Se invita a la comunidad a enviar trabajos de divulgación, problemas matemáticos para resolver, comentarios, etc., al e-mail axolote.fcfm@gmail.com
Las contribuciones deberán estar escritas en word con letra times de 12 puntos

Compiladores: Docentes de la Academia de Matemáticas, véase lista de docentes en www.fcfm.buap.mx/academiam/

Responsables de la Edición:
José Juan Angoa Amador,
Patricia Domínguez Soto,
Manuel Ibarra Contreras,
Agustín Contreras Carreto
Colaboradores Estudiantes:,Emilio Angulo Perkins,
Jesús González Sandoval
Diseño logo: Santiago Sienra y Guillermo Sienra

axolote'
Revista mensual de la Academia de Matemáticas