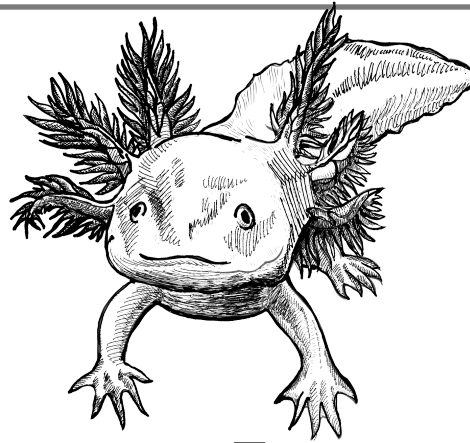


FCFM BUAP



# axolote'

Revista mensual de la Academia  
de Matemáticas

## *Editorial*

Resulta impactante encontrarnos ante la incapacidad de nuestra ciencia para controlar una enfermedad global; pero sobre todo encontrarnos ante una sociedad sin conciencia crítica para generar una explicación de las razones de esta pandemia. Los meses pasan, ya son más que una cuarentena, y la perspectiva de saber a dónde vamos resulta incierta, ¿cómo podemos hablar de un futuro si realmente lo hemos estado destruyendo con una contaminación afianzada en un presente enfermo, suicida e irresponsable? Parecería que la humanidad sólo somos nosotros y no nuestros herederos. Todo está en crisis, y parece que el confinamiento nos salva de todo, que es la llave mágica de todo el problema; sin atender a otras estrategias nos amarramos al confinamiento como único camino al retorno a la normalidad, como toda medicina improvisada, resulta tan nocivo el remedio como la enfermedad y no nos referimos al colapso financiero y económico como consecuencia del confinamiento sino a las consecuencias sociales y comunales que trae consigo el no tener contacto con los otros; nos encontramos con una verdadera hambruna de vida social.

Insistimos, la humanidad no ha tomado una actitud crítica de su normalidad y sólo quiere retornar a ella, pero ella es la misma que produjo la anormalidad. Las concepciones de ciencia, salud, organización social, naturaleza y humanidad deben revisarse y profundizarse en la mente de todos; necesitamos que emerjan nuevos planteamientos como verdaderas soluciones a probables nuevas situaciones. La vida social ante este confinamiento se ha reducido a expresiones virtuales, y esta reducción agiganta los hechos triviales de reunirse a platicar oliendo y percibiendo al otro, el ojo y los sentidos a plenitud rebasan y superan a cualquier cámara y la situación que se regenera y se redefine en todo momento dinamiza cualquier trivial reunión mucho más humana que cualquier videoconferencia. En una sequía debes decidir entre morir de sed o de infección por beber agua contaminada. Esa es la disyuntiva entre la pandemia y el confinamiento. Entre la videoconferencia o la reunión presencial, entre lo virtual o el contagio.

Como siempre ha sucedido, lo que propone el estado y lo que realiza el ciudadano distan mucho de converger, y esa es la única esperanza, de crear actividades más allá de un confinamiento, entre actuar más allá de un confinamiento acrítico y realizar algo más que quedarse en casa.

Todos debemos recuperar al otro mediante el consumo de arte. Literatura, cine, pintura, música, están al alcance de todo confinado, no debemos vivir el confinamiento como un ejercicio de aburrimiento, sino más

bien como un uso profundo de actividad en búsqueda de lo humano: consuma arte, aunque sea en forma virtual.

La salud, siempre ha sido terreno de los médicos y no de los enfermos, pero ya se ha insistido que el virus se ensaña con los que tienen pésima salud, y ésta es producto de las actividades sedentarias y mala alimentación; en este confinamiento debemos informarnos de cómo mejorar nuestra actividad física y nuestra alimentación, ponerse a régimen de salud, nos prepara para pasarla mejor en un contagio.

Pero sobre todo cambiar nuestra forma de consumo, ya que la actual justificó esta forma destructiva de producir; debemos informarnos qué productos son altamente contaminantes y evitar consumirlos. El plástico y el uso de los combustibles fósiles son la mancuerna más nociva que ha producido la humanidad. Pero también la agricultura y ganadería industriales, que se justifica diciendo que así se producen alimentos, es la gran fuente de pandemias. Como aprendiz de brujo, la humanidad ha producido alimentos de baja calidad bajo procesos altamente contaminantes, sin la intención de abatir el hambre, sólo abriendo el camino a las altas ganancias, generando pesadillas para la salud de la humanidad. Debemos redimensionar el arma del boicot, no al consumo de productos contaminantes, busquemos y consumamos productos orgánicos y reciclables. Y sobre todo mejoremos nuestro consumo de energía, usemos energías limpias, como una decisión personal o familiar. El problema, nos lo mostró la pandemia, es planetario, y todo el planeta debe buscar una nueva relación con la naturaleza, y esa nueva relación pasa por un abandono de los conceptos y valores actuales, el consumo a ultranza se puede evitar en estos días en que pasar al súper es un acto de valentía; nos mostró de manera colateral que podemos vivir con menos. Que la abundancia es abundancia de lo superfluo, que la abundancia es sólo para vender, mas no para satisfacer necesidades.

## ***La Colcha de la señora Perkins***

Dedicado a Kalina Perkins y a la memoria de J. H. Conway

*“Allí arriba hay mucho espacio libre”*

*J. H. Conway*

En junio solía celebrarse el día del padre. Pensé inmediatamente en ofrecer mi colaboración a la memoria de Euclides, “padre de la geometría”, como se le ha conocido a lo largo de los siglos, porque sus “Elementos”, constituyen la primera exposición axiomática exitosa, como texto y como arquetipo, durante casi dos mil años. Uno de los logros más reconocidos de Euclides en esta obra es su audaz decisión de incluir como axioma el “Quinto Postulado” o postulado de las paralelas, atreviéndose a transgredir el precepto aristotélico de que los axiomas debieran ser cortos y convincentes. Realización del hermoso cuento de Andersen, nació feo entre los axiomas, como el famoso patito entre los patos, mas terminó siendo cisne, el más importante axioma de la geometría, aquél que caracteriza a la geometría euclidiana, equivalente a cada uno de los teoremas más útiles de esta geometría, como el mismísimo Teorema de Pitágoras. A través de los 13 libros de los Elementos, la humanidad ha conocido: una teoría del área de polígonos, desarrollada en sus primeros cuatro libros, sin fórmulas numéricas ni semejanza, sólo basada en añadir o sustraer figuras congruentes, y en adecuadas disecciones, que fue formalizada posteriormente por la noción de contenido en la fundamentación de Hilbert; en el libro 6, la teoría de semejanza de triángulos de los pitagóricos, pero, ahora sí, con demostraciones completas, incluyendo el caso incommensurable, basadas en la teoría de las proporciones de Eudoxo, teoría reciente en la época de los “Elementos” (aprox. en el año 300 a. C.), que Euclides también expone en el libro 5, celebrado por los analistas del siglo XIX como el mejor de Euclides; en los libros 7, 8,



9 y 10, la teoría de números, también de los pitagóricos, con conceptos nuevos, como las irracionalidades cuadráticas, o demostraciones nuevas, como la de la infinitud de los números primos, también muy admirada. En los últimos libros de los Elementos, Euclides trata los sólidos platónicos, los prismas y las pirámides, y una teoría del volumen (o contenido) de estas figuras, pero lo hace, en el caso de las pirámides, apelando a la teoría de exhaustión de Eudoxo, lo cual equivaldría a usar argumentos de límite o el cálculo integral, como diríamos ahora. En cuanto al Quinto Postulado, Euclides, como miles de matemáticos posteriores a él, intenta demostrarlo para convertirlo en teorema, pero, a diferencia de éstos, no se queda en ese empeño, sino que lo acepta como el patito feo de los postulados. Sin embargo, la duda de si se puede quitar como axioma y deducirlo como teorema, se convirtió en uno de los problemas abiertos más importantes (junto con la cuadratura del círculo, la trisección del ángulo y la duplicación del cubo) hasta el siglo XIX, en que se resolvió con la aparición de las geometrías no euclidianas. Por otro lado, Euclides dejó otro problema abierto por milenios al no tratar la teoría del volumen de poliedros de manera análoga a la teoría del área de polígonos: con una teoría del contenido que pudiera resolverse por medio de disecciones, sin recurrir al cálculo infinitesimal (a las integrales). Gauss hizo notar que, si esto se lograra, se obtendría una teoría elemental del volumen de poliedros. Este problema quedó planteado por él desde 1844. Aún en su legendario comunicado en el Congreso de Matemáticas de París en 1900, David Hilbert preguntó –como el tercero de 23 problemas (simplificado por mí el enunciado)-: ¿Sería posible caracterizar los poliedros de igual volumen como aquéllos que pueden descomponerse en el mismo número de tetraedros iguales? En el mismo año 1900, Max Dehn, alumno de doctorado de Hilbert, respondió negativamente: existen dos tetraedros de igual base y altura (por tanto, de igual volumen) que, sin embargo, no son equidescomponibles (no es posible cortar el primero en un número finito de piezas tetraédricas que puedan ensamblarse de modo que quede armado el segundo). Esto mostró una vez más, como en el caso del Quinto Postulado, que, si Euclides no pudo lograr evitar el complicado método de exhaustión (lo que sí pudo en el caso del área de polígonos) para definir la noción de volumen, no fue por falta de capacidad matemática. Es simplemente que este paso al límite o uso del análisis, es imprescindible. Algo muy emocionante de este tercer problema de Hilbert es que, entender su solución no es nada difícil y casi se puede resumir en un comunicado como éste; es una bella introducción a la teoría de los invariantes topológicos en los que Dehn resultó ser un maestro. Ésa era mi intención original, pero una noticia en el Internet de un caso análogo desvió mi atención: “Una estudiante de doctorado, Lisa Piccirillo, en menos de una semana resolvió un famoso problema matemático que llevaba medio siglo sin respuesta”. Debo decir que me interesé en la noticia por dos razones: primero, por la analogía con el problema planteado por Hilbert: su alumno de doctorado lo resuelve en poco tiempo y de manera ingeniosa mediante la introducción de invariantes topológicos. Lisa Piccirillo, matemática que trabaja en geometría y topología de dimensiones bajas (como Max Dehn), resuelve rápidamente, de manera ingeniosa, y también usando invariantes topológicos, un problema abierto de teoría de nudos, planteado por John Horton Conway desde 1970 (Piccirillo, Lisa (2020). “The Conway knot is not slice”. *Annals of Mathematics* 191 (2): 581-591).



Fig. 1 El nudo de Conway

De nuevo dejaré la descripción de este problema y su solución para otra posible contribución. Debo confesar que no he logrado descargar el artículo de Piccirillo, así que si alguno de ustedes, queridos lectores lo descarga, ruégole que lo comparta conmigo. Lo que me causó conmoción, y ésta es la segunda razón de mi interés en la noticia, fue que en ella informaba que el gran matemático de la Universidad de Cambridge, John Horton Conway, murió el pasado 11 de abril ... ¡de Covid-19! ¡Qué horror! ¡Otra gran mente que se nos va durante y por esta pandemia!

Casi toda la obra de John H. Conway (1937-2020) está enmarcada en el ámbito de la matemática pura, principalmente en teoría de grupos, teoría de nudos, teoría de números, teoría de la probabilidad, teoría de juegos y teoría de códigos (él se consideraba un geómetra clásico. En este campo estudió las simetrías de redes de cristal). En 1967, por ejemplo, Conway descubrió un nuevo grupo, que algunos han llamado “Constelación de Conway” que contenía a todos, menos dos, de los “grupos esporádicos” entonces conocidos. Su hallazgo produjo apasionantes consecuencias, tanto en teoría de juegos como en teoría de números. El grupo de Conway está fuertemente ligado a un descubrimiento anterior de John Leech: un empaquetamiento extremadamente denso de esferas unitarias del espacio 24-dimensional, donde cada esfera está en contacto con otras 196560. Y es que, como Conway comentó entonces, “allí arriba hay mucho espacio libre” (ver Thompson T.M. (1983), *From error-correcting codes through sphere packings to simple groups* (Washington)).

Otro tema por el cual Conway es famoso, es el descubrimiento de los números surreales, alrededor de 1970. Conway no intentaba desarrollar otro sistema numérico, sino que estaba analizando el juego de “Go” de dos expertos internacionales y notó que cerca del final, el juego aparecía como la suma de juegos más pequeños. El nombre de números surreales no fue inventado por Conway, sino por Donald Knuth, que quedó muy impresionado por el descubrimiento de Conway, al extremo que escribió “Surreal numbers” en 1974 en la forma de una novela que pretende presentar las ideas de investigación matemática a los estudiantes (D. E. Knuth. *Surreal Numbers. How Two Ex-students Turned on to Pure Mathematics and Found Total Happiness. A Mathematical Novelette*. Addison-Wesley Publishing Company 1974.)

Uno de los inventos más famosos de Conway es su “Juego de Vida”, que pertenece a la clase de juegos de simulación, a causa de sus semejanzas con el surgimiento, decadencia y alteraciones, que experimentan los seres vivos (ver “Ruedas, Vida y otras diversiones matemáticas” de Martin Gardner, para una exposición detallada de dicho juego). Martin Gardner expresó: “El juego (de Vida) hizo a Conway inmediatamente famoso, pero también abrió un campo entero de investigación matemática, el campo de los autómatas celulares”. Es considerado uno de los más bellos modelos de computación.

Conway disfrutaba con la matemática recreativa y, a pesar de que fue muy productivo en este campo, sólo excepcionalmente publicó sus descubrimientos. Una excepción fue su artículo “La colcha de la señora Perkins” (J. H. Conway, *Mrs. Perkins’s quilt*, Proc. Cambridge Philos. Soc. 60 (1964) 363-368.), un problema de disección que describo a continuación:

La cuadratura del cuadrado es el problema que consiste en teselar o seccionar un cuadrado cuyo lado tenga por longitud un número natural (un “cuadrado entero”) usando otros cuadrados enteros de lados paralelos al original. Es una tarea fácil, a menos que se establezcan condiciones adicionales. La restricción más estudiada es que la cuadratura sea perfecta, es decir, que los tamaños de los cuadrados utilizados sean todos diferentes. El orden de la cuadratura de un cuadrado es el número de los cuadrados que la constituyen. La cuadratura de un cuadrado es simple, si ningún subconjunto del conjunto de los cuadrados que la constituyen forma un cuadrado o un rectángulo; en cambio, la cuadratura es compuesta si no es simple. En 1939, Roland Sprague



halló por primera vez una cuadratura perfecta de un cuadrado el lado del cuadrado grande medía 4205 unidades y su cuadratura tenía orden 55. (Towards a theory for combinatorial games. American Mathematical Society).

En 1978, el matemático e informático teórico holandés A. J. W. Duijvestijn logró una configuración de orden mínima para la cuadratura perfecta simple de un cuadrado; lo hizo en un cuadrado de lado 112, utilizando sólo 21 cuadrados. Su disección forma el logotipo de la Trinity Mathematical Society. Este investigador encontró otras dos cuadraturas perfectas simples de cuadrados de lado 110, pero cada uno tenía orden 22. Son las cuadraturas perfectas simples de cuadrados, mínimas en cuanto a la longitud del lado del cuadrado original.

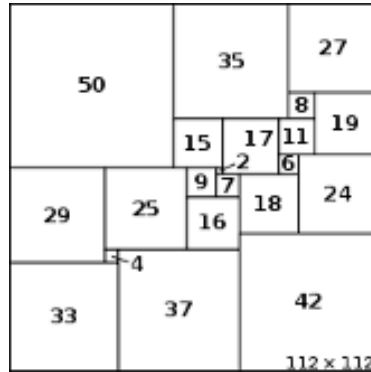


Fig. 2 Cuadratura perfecta simple mínima

Una colcha de la señora Perkins es una cuadratura de un cuadrado, no necesariamente simple ni perfecta, pero con la restricción de que las longitudes de los lados de los cuadrados utilizados en la disección, constituyan un conjunto de número primos relativos, es decir, que su máximo común divisor sea 1 (cuadratura prima). El problema de la colcha de la señora Perkins es encontrar la distribución de cuadrados con el menor número posible de piezas cuadradas. La primera vez que se planteó este problema como un pasatiempo matemático, se hizo para un cuadrado de lado 13. El nombre de “la colcha de Mrs. Perkins” vino de un problema en uno de los libros de Dudeney, donde él da una solución para  $n=13$ . Su orden es 11. Las longitudes de los cuadrados que forman esta cuadratura son 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 6, 6, 7.



Fig. 3 Solución de Dudeney para  $n=13$



Para  $n=1$  la única solución posible es el mismo cuadrado. En la figura 4 presentamos las colchas de la señora Perkins para cuadrados de lados 1 a 18. Conway fue quien probó que estas cuadraturas eran colchas de Perkins.



Fig. 4 Colchas de la señora Perkins para  $n=1$  a 18

Cuando la longitud  $n$  del cuadrado original crece, el orden  $f(n)$  de la colcha de Perkins para dicha  $n$  no necesariamente crece. El primer ejemplo de esto es para  $n=40$ , para el cual  $f(n)=16$ , mientras que para  $n=41$ ,  $f(n)=15$ . Se sabe que, para  $n > 1$ ,  $\log_2 n < f(n) < 6 \log_2 n$ . La cota inferior se debe a Conway y la superior a Trustrum (G. B. Trustrum, *Mrs. Perkins's Quilt*, Proc. Cambridge Philos. Soc. 61 (1965) 7-11)

Para terminar, les recomiendo la lectura del hermoso libro “The book of Numbers” de John H. Conway y Richard K. Guy, de la colección Copernicus de la Springer-Verlag. Richard Kenneth Guy fue un matemático, británico como Conway, que trabajó frecuentemente con Paul Erdős y también con Conway, y colaboró mucho en la columna Mathematical Games de Martin Gardner. Falleció el 9 de marzo de este aciago año 2020, pero no de Covid-19, sino de vejez: tenía 103 años. De cualquier manera, dejo este pequeño escrito como un pequeño homenaje póstumo a estos grandes y divertidos matemáticos: Conway y Guy. Quién sabe a qué dimensión hayan arribado, pero ojalá se sigan divirtiendo juntos con las matemáticas; al fin y al cabo “allí arriba hay mucho espacio libre”.

**Agustín Contreras Carreto**

## Presentación Libro Teoría de la Medida



*El siguiente texto fue escrito por Rigoberto Vera Mendoza, actualmente Profesor del ITAM y Profesor jubilado de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (FCFM-UMSNH). Leído por él mismo el 5 de abril de 2019 en la presentación del libro **F. Hernández Hernández y M. Ibarra Contreras. Introducción a la Teoría de la Medida. Aportaciones Matemáticas. Textos 2018.***

*Uno de los autores, Fernando Hernández, es profesor de la FCFM-UMSNH, lugar donde ocurrió tal acontecimiento y el otro, Manuel*

*Ibarra, es profesor de la FCFM-BUAP. Esperamos que, como Rigoberto lo dice, esta reseña anime*



*a los lectores a leer este libro y tenerlo a la mano como una invaluable obra de lectura y consulta. Agradecemos a Rigoberto el aceptar publicar su escrito en nuestra revista de divulgación.*

**LIBRO DE FERNANDO HERNÁNDEZ HERNÁNDEZ Y MANUEL IBARRA CONTRERAS.  
“INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE LA MEDIDA”.**

Gracias por la invitación.

Teoría de la medida es el estudio de la generalización de los conceptos de longitud, área y volumen a contextos más amplios o más abstractos y, a partir de esto, generar familias de funciones que sean integrables, justificación inmediata de dicha teoría. De los primeros trabajos en esta dirección están, como ellos bien lo mencionan, las medidas de Jordan, Lebesgue, Borel y Radon, entre muchos otros.

De la forma en que está escrito el libro se percibe la sólida formación en topología y análisis de los autores y el resultado es una obra que refleja plenamente su estilo y pensamiento matemáticos.

El libro se ve enriquecido, además, con información amplia y oportuna sobre teoría de conjuntos y espacios topológicos, éstos, con diversas características, que reflejan claramente lo que los autores consideran importante y relevante y que es, a su vez, fuente de múltiples ejemplos, contraejemplos y ejercicios a resolver. Esto último, algo en lo que hacen mucho hincapié: por ejemplo, en la página 18 dicen: “se le encarga al lector que piense”; en la página 32 nos animan: “el lector con conocimientos rutinarios podrá”; uno más, en la página 71 conceden: “le damos al lector la oportunidad de manipular los siguientes ejemplos” (lectura interactiva).

El libro cubre temas tanto de un curso de licenciatura como de uno de maestría o de doctorado.

Por otro lado, este material corresponde a lo que llaman matemática moderna, que tiene sus raíces en la teoría clásica de funciones reales de variable real, de gran uso en muchas y diversas áreas de las matemáticas y fuera de ellas.

Justo en la introducción los autores nos indican, de manera precisa, sus metas y objetivos desarrollados a lo largo del libro. Desde luego, no podían faltar, el afortunado intercalado de las nociones de la Hipótesis del Continuo, Axioma de Martin, referencias al Sistema de Zermelo-Fraenkel de la teoría de conjuntos, tipos de orden, los cuales no sólo aparecen en el Capítulo 1, sino que lo hacen a lo largo de todo el libro.

Todo esto nos permite decir que aunque el libro se titula “Introducción a la teoría de la medida”, en realidad cubre una amplia y abundante gama de temas relacionados con las teorías (en plural) de medida e integración. Ciertamente está bastante más allá de una introducción; no obstante, y por esto mismo, hace al libro muy especial con respecto a otros tratados de su especie, ya que incluye medida y dimensión de Hausdorff. En el Capítulo 2 los autores nos dan más ejemplos de conjuntos medibles de Jordan y de Lebesgue y ejemplos de conjuntos no medibles, más de los que usualmente se mencionan en otros tratados. Los autores, Fernando y Manuel, se preocupan, a lo largo del libro, de hacer énfasis en la importancia que tienen los conjuntos de Borel en todas las teorías que presentan en el Capítulo 4 y siguientes.

Acertadamente los autores incluyen también el método de Caratheodory en el Capítulo 5, junto con medidas exteriores y extensión de medidas; en el Capítulo 6 tratan medidas en productos cartesianos de espacios, por casos; es decir, primero cantidad finita de factores, aleph cero factores y más de aleph cero. En el Capítulo 7, Fernando y Manuel, con agudeza, revisan también los espacios  $L_p$  como espacios de medida, tales como  $L_\infty(X)$ , la densidad de  $L_p(X)$  y el  $l_2(X)$  universal.



En el Capítulo 8 nos muestran lo que ellos llaman 4 importantes teoremas (y lo son), a saber: el teorema de Representación de Riesz, la derivada de Radon-Nikodym, el teorema de la densidad de Lebesgue y la diferenciabilidad de la integral de Lebesgue.

Finalmente, en el Capítulo 9, al cual titulan el teorema de isomorfismo de Borel, los autores nos hablan de temas bastante especializados, tales como los espacios topológicos localmente compactos, los espacios de Borel, los espacios polacos y del teorema de Kuratowski. Menciono esto sólo para resaltar la cantidad y la diversidad de temas que de manera muy conveniente (profunda y accesible), contiene su libro.

Pero además, el lector podrá darse cuenta, leyendo el libro, de la importancia que tiene, en general, la teoría de conjuntos, una de las herramientas actuales más relevantes dada su aplicación en la fundamentación de las matemáticas, y aunque sus inicios se ubican a finales del siglo XIX, esto no quiere decir que dicha teoría sea de fácil entendimiento, por decirlo eufemísticamente.

Diré que en cada capítulo, nos ofrecen temas *sui generis* y, no podía faltar, en este caso en el apéndice, el sistema de Zermelo-Fraenkel.

Todo esto, sin eludir, nunca, el darnos, en todo momento, ejemplos de funciones concretas, en lugar de referirse al frecuente y no muy didáctico recurso de hablar de clases de funciones.

Por otro lado, es claro que en aras de no hacer el libro demasiado extenso, los autores tuvieron que dejar fuera temas que seguramente también tenían ganas de incluir, tales como teoría ergódica, más teoría de probabilidad, medidas de Wiener, movimiento Browniano, teoría del potencial, etc.

... quizás lo dejaron para un segundo tomo, el cual también sería muy bienvenido.

Los autores nos deleitan con resultados muy interesantes que no siempre están incluidos en un sólo volumen de medida e integración, cuyas innovadoras técnicas de demostración, con todo y lo arduas que suelen ser, nos las detallan con la profundidad para expertos pero manteniendo su accesibilidad para los bisoños, sobre todo teniendo en mente al principal público al cual va dirigido este libro, los estudiantes, ya sean de una licenciatura o de un posgrado.

Contiene también una abundante y heterogénea bibliografía, muestra inequívoca del profundo conocimiento sobre los temas tratados y un legado de comentarios adicionales, que además de interesantes, son atractivos desde el punto de vista de una lectura con fines recreativos, para disfrutarla casi tanto como como disfrutaron Fernando y Manuel al escribir este libro.

Aquéllos que sientan que el material los rebasa un poco, no desechen por ello el libro, manténgalo a su alcance, cerca de ustedes, teniéndolo en mente como una invaluable lectura adicional, enriquecedora, como dije, en muchos aspectos, con el agregado, un “plus”, de datos históricos y anecdóticos a lo largo de todo el libro.

Con toda seguridad su preparación y escritura no fue trabajo fácil y sí muy arduo y laborioso, con el firme propósito de hacer un buen libro, un “bonito libro” como me dijo Fernando; la satisfacción que les queda a los autores y a nosotros, los lectores, es que lo lograron.

i...Muchas felicidades!

**Rigoberto Vera Mendoza**



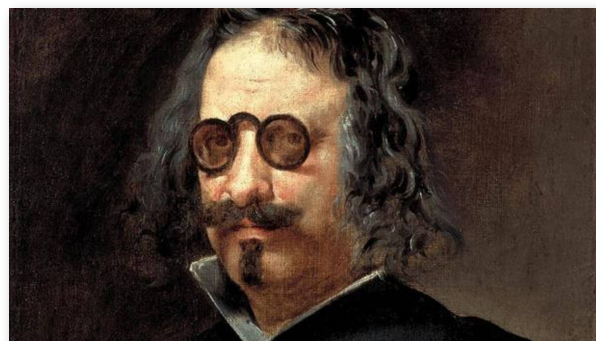


## *Poesía de junio-julio*

**Francisco de Quevedo:** (Madrid, 1580-Villanueva de los Infantes, 1645) Fue un escritor español del Siglo de Oro. Se trata de uno de los autores más destacados de la historia de la literatura española, conocido especialmente por su obra poética, aunque también escribió narrativa, teatro y diversos opúsculos filosóficos, políticos, morales, ascéticos, humanísticos e históricos.

### *Definición del amor*

Es hielo abrasador, es fuego helado,  
 es herida que duele y no se siente,  
 es un soñado bien, un mal presente,  
 es un breve descanso muy cansado.  
 Es un descuido que nos da cuidado,  
 un cobarde con nombre de valiente,  
 un andar solitario entre la gente,  
 un amar solamente ser amado.  
 Es una libertad encarcelada,  
 que dura hasta el postrero paroxismo;  
 enfermedad que crece si es curada.  
 Éste es el niño Amor, éste es su abismo.  
 ¡Mirad cuál amistad tendrá con nada  
 el que en todo es contrario de sí mismo!



## *Crítica de la educación apolítica*

### *Resumen*

Las teorías de la enseñanza que no explicitan su concepción del hombre tal vez encubren una vergonzante concepción. Pero además de una muy discutible omisión metodológica se exhibe una carencia ética. Tal vez el peor de los escudos que se eligen, para justificar esta omisión, sea la imparcialidad de su discurso respecto a una concepción del hombre, pero tal imparcialidad no puede existir cuando se reflexiona acerca del fenómeno humano de la educación, así que afirmamos que es fundamental iniciar toda teoría de la educación con la explicitación de la concepción de lo humano desde donde se desarrolla tal teoría. La enseñanza de la ciencia parecería un terreno ajeno a divagaciones filosóficas acerca de la esencia de lo humano, pero tal creencia se basa en una ideológica separación entre lo humano y la naturaleza; esta separación está profundamente relacionada con la hegemónica ideología capitalista que pregona al hombre como dominador de la naturaleza y le concede la prerrogativa de hacérsela suya para su beneficio y explotación. Veremos que estos ejes marcan las limitaciones de ciertas teorías educativas y proporcionan nuevas posibilidades a otras.

#### 1. Lo humano

Al fin de cuentas los educadores sólo transmitimos lo que somos, lo que hemos vivido: algo de sabiduría y algunas virtudes venerables que no pasan de moda: un poco de compasión y solidaridad; respeto, veracidad, sensibilidad a lo bello, lealtad a la justicia, capacidad de indignación y a veces de perdón; y algunos estímulos para que nuestros alumnos descubran su libertad posible y la construyan.



*Pablo Latapí Sarre [1]*

Para hablar de lo humano es necesaria una actitud poética, no basta el pensamiento analítico que desmenuza y particiona, más bien la audacia de la imaginación, con sus enlaces sorpresivos, resulta ser una mejor arma para comprender el sorprendente fenómeno de lo humano. Por ello no es extraño que sea en los terrenos del arte donde se encuentre la mejor fuente de comprensión de las aspiraciones del ser humano.

Hay una idea preponderante que siempre ha afirmado que la razón y su capacidad de establecer relaciones entre distintas partes de un fenómeno es la única manera de crear conocimiento, negando que otro tipo de actividad humana participe en la generación del conocimiento.

“Permítaseme también cuestionar esta gloriosa bandera de la sociedad del conocimiento que se hace ondear como ideal obligatorio de toda institución de educación superior, no porque no sea un ideal válido sino porque es incompleto y equívoco. El conocimiento que requieren las sociedades no es sólo el vinculado a la economía; son otros muchos tipos de conocimiento. Las Universidades no existen sólo para crear y promover el conocimiento económicamente útil sino todas las formas de conocer que requiere una sociedad. Por esto sostenemos que ellas son el hogar legítimo de la Filosofía y las Humanidades, de la Historia, del Teatro, la Poesía y la Música; defendemos también el profundo sentido humano de las ciencias naturales; y afirmamos el valor de lo inútil y de lo gratuito como parte de la misión de la Universidad. Por esto también creemos en lo valioso de la convivencia de los diferentes en las comunidades universitarias, tan propia de nuestras universidades públicas. Por tanto, decimos sí a la sociedad del conocimiento que incluya la universalidad de los saberes humanos, y advertimos contra la trampa de convertir a las Universidades en fábricas de inventos prácticos; ellas son creaciones del homo sapiens, no las reduzcamos a talleres del homo faber.”

*Pablo Latapí Sarre [1]*

Así que, para no incurrir en reduccionismos, consideraremos que el hombre es materia con las capacidades reproductivas de la vida y las propiedades únicas de la autogeneración del ser social. ¿Cómo la materia, el ser humano, se vuelve conciencia para devenir en pensamiento que se sabe pensamiento? Aún es un misterio, lo cierto es que esto es un hecho. Sin embargo, aunque no podamos explicar este proceso, si debemos al menos, capturar una descripción lo más minuciosa posible para no generar simplificaciones.

Queremos proponer como hipótesis básica de trabajo una visión tridimensional del hombre, en cuyos ejes están los siguientes tres aspectos esenciales:

1. El hombre social.
2. El hombre naturaleza.
3. El hombre universo.

Con esta idea, comentamos a manera de descripción cada una de estas formas de lo humano.

#### 1.1. El hombre social:

La actividad humana siempre se realiza desde una sociedad histórica particular, bajo ciertas formas culturales y con ciertas herencias ideológicas, así como ciertas formas organizativas, plasmadas en una organización política (Estado), con todas sus instancias sociales. En el marxismo, la actividad humana y su relación con su producto es el hilo conductor que nos devela la forma objetiva en que podemos ver la estructura de una instancia social. En el texto Manuscritos económico-filosóficos de 1844, Carlos Marx apunta algunas de las características del trabajo, de la actividad humana, cuando ésta se convierte en mercancía y a su vez, analiza la actividad humana y su relación con sus productos.

“El trabajador se convierte en una mercancía tanto más barata cuantas más mercancías



produce. La desvalorización del mundo humano crece en razón directa de la valorización del mundo de las cosas. El trabajo no sólo produce mercancías; se produce también a sí mismo y al obrero como mercancía, y justamente en la proporción en que produce mercancías en general.

Este hecho, por lo demás, no expresa sino esto: el objeto que el trabajo produce, su producto, se enfrenta a él como un ser extraño, como un poder independiente del productor. El producto del trabajo es el trabajo que se ha fijado en un objeto, que se ha hecho cosa; el producto es la objetivación del trabajo. La realización del trabajo es su objetivación. Esta realización del trabajo aparece en el estadio de la Economía Política como desrealización del trabajador, la objetivación como pérdida del objeto y servidumbre a él, la apropiación como extrañamiento, como enajenación....

Todas estas consecuencias están determinadas por el hecho de que el trabajador se relaciona con el producto de su trabajo como un objeto extraño. Partiendo de este supuesto, es evidente que, cuanto más se vuelca el trabajador en su trabajo, tanto más poderoso es el mundo extraño, objetivo que crea frente a sí y, tanto más pobres son él mismo y su mundo interior, tanto menos dueño de sí mismo es.”

*K. Marx [2]*

Así que la actividad humana, en un mundo de mercancías, tiene el doble fin de crear al hombre y disminuirlo; ya que sin esta actividad el hombre no puede existir, pero al realizarla se construye de principio disminuido y empobrecido.

“Hasta tal punto aparece la realización del trabajo como desrealización del trabajador, que éste es desrealizado hasta llegar a la muerte por inanición. La objetivación aparece hasta tal punto como pérdida del objeto, que el trabajador se ve privado de los objetos más necesarios no sólo para la vida, sino incluso para el trabajo. Es más, el trabajo mismo se convierte en un objeto del que el trabajador sólo puede apoderarse con el mayor esfuerzo y las más extraordinarias interrupciones. La apropiación del objeto aparece en tal medida como extrañamiento, que cuantos más objetos produce el trabajador, tantos menos alcanza a poseer y tanto más sujeto queda a la dominación de su producto, es decir, del capital.”

*K. Marx [2]*

La forma enajenada de la actividad humana en nuestra sociedad es imposible de evitar si el trabajo y lo que produce es mercancía. Nuestra sociedad como un inmenso mundo de mercancías es la forma natural y válida que tiene de existir toda sociedad, civilizada, moderna, según sean los adjetivos que usemos para hacer su apología. Es más, la barbarie aparece cuando un recurso natural no se ha convertido en mercancía o su ritmo de masificación de conversión de él como mercancía es muy lento, así que en realidad lo civilizado no es una connotación cultural sino económica.

De cualquier forma, lo social, sea como se manifieste, es esencial para comprender lo humano y así construir la utopía que deseamos, el proyecto de sociedad que queremos. La educación es la actividad humana que se nutre de los proyectos humanos basados en un ideal, pero si estos ideales esconden una complaciente aceptación de los fundamentos de la sociedad actual, la educación se volverá adiestramiento.

“Es una perversión inculcar a los estudiantes una filosofía del éxito en función de la cual deben aspirar al puesto más alto, al mejor salario y a la posesión de más cosas; es una equivocación pedagógica llevarlos a la competencia despiadada con sus compañeros porque deben ser triunfadores. Para que haya triunfadores – me pregunto- ¿no debe haber perdedores pisoteados por el ganador? ¿No somos todos necesariamente y muchas veces perdedores, que, al lado de otros perdedores, debemos compartir con ellos nuestras comunes limitaciones? Críticas semejantes habría que hacer al concepto de líder que pregonan los idearios de algunas Universidades, basado en la autocomplacencia, el egoísmo y un profundo menosprecio de los demás. Una educación de calidad, en cambio, será la que nos estimule a ser mejores pero también nos haga comprender que todos estamos necesitados de los demás, que somos seres-en-el-límite, a veces triunfadores y a veces



perdedores.”

*Pablo Latapí Sarre [1]*

Pero aún más cruda la realidad, explica Latapí, cuando la educación se convierte en las universidades en apología de los valores del capitalismo:

“En esta etapa extrema del capitalismo, la globalización está llevando a la mercantilización del mundo. Hoy se consideran mercancías muchos bienes primarios que condicionan la existencia; se vende el agua que nos es indispensable y viene del cielo, se la industrializa, exporta y anuncia; pronto seguirán el aire y el sol. La salud hace mucho que se comercia en un mercado altamente tecnificado. Hoy se venden los conocimientos tradicionales, patentados por laboratorios transnacionales que se los apropian sin dar crédito a su origen; y se habla con todo rigor de industrias culturales, reduciendo obras del espíritu y de la creatividad humana a la categoría de simples mercancías....

Ante esta era de la mercancía total, ante este intento mundial de convertirnos a todos en mercaderes, la Universidad, creo, tiene una misión: no dejarse llevar acríticamente por el juego de las complicidades del mercado –en las carreras que abre, en las investigaciones que emprende o en los servicios que presta- sino alertar contra los abusos de este proceso: las rapacidades que están acabando con la naturaleza y con el planeta y amenazan la maravilla de la vida, las perversiones psicológicas de la publicidad, el poder incontrolado de la TV, y –lo que está en el fondo de todo esto- el afán de lucro por arriba de todo. La Universidad debe promover el rescate de nuestra humanidad disminuida.”

*Pablo Latapí Sarre [1]*

## 1.2 El hombre naturaleza:

El hombre es naturaleza, ya que su cuerpo y sus funciones vitales se realizan como tales; sin embargo, en el mundo actual el enfrentamiento con la naturaleza es común, el temor a la naturaleza asesina e incontrolable se convierte en tema de muchas películas de terror. El hombre viviendo con la naturaleza es una de tantas formas de ‘barbarie’ que caracterizan a las sociedades pobres e incultas. Marx nos dice al respecto que la relación con la naturaleza es un nuevo capítulo del trabajo enajenado. Sin la comodidad de una sociedad civilizada no entendemos cómo se pueda vivir; nos dañan el sol, el agua, el aire; funciones vitales como sudar, caminar, digerir, son anuladas con inhibidores artificiales. Los seres humanos en nuestra sociedad no entienden que la relación con la naturaleza también nos construye como seres humanos

“El trabajador no puede crear nada sin la naturaleza, sin el mundo exterior sensible. Ésta es la materia en que su trabajo se realiza, en la que obra, con la que produce.

Pero así como la naturaleza ofrece al trabajo medios de vida, en el sentido de que el trabajo no puede vivir sin objetos sobre los que ejercerse, así, de otro lado, ofrece también víveres en sentido estricto, es decir, medios para la subsistencia del trabajador mismo.

En consecuencia, cuanto más se apropia el trabajador del mundo exterior, la naturaleza sensible, por medio de su trabajo, tanto más se priva de víveres en este doble sentido; en primer lugar, porque el mundo exterior sensible cesa de ser, en creciente medida, un objeto perteneciente a su trabajo, un medio de vida de su trabajo; en segundo término, porque este mismo mundo deja de representar, cada vez más pronunciadamente, víveres en sentido inmediato, medios para la subsistencia física del trabajador.”

*K. Marx [2]*

Es decir, el inevitable problema de enfrentamiento con la naturaleza, así como sus consecuentes crisis ecológicas, no es un problema de maldad humana, sino de un trabajo o



**axolote**  
Revista mensual de la Academia  
de Matemáticas

actividad humana que sólo ve a la naturaleza como una fuente inagotable de material a convertir en mercancía y, si básicamente la naturaleza puede proveer al hombre de alimentos, al crearlos se enfrenta a ellos ya que en su forma de mercancías son extraños a él e inalcanzables; es el hambre en medio de montañas de alimentos destruidos. Es más, la parte natural del hombre también se empobrece por su trabajo ya que se reduce a funciones simples de ingesta y evacuación.

Así que, en general:

“La enajenación del trabajador en su objeto se expresa, según las leyes económicas, de la siguiente forma: cuanto más produce el trabajador, tanto menos ha de consumir; cuanto más valores crea, tanto más sin valor, tanto más indigno es él; cuanto más elaborado su producto, tanto más deforme el trabajador; cuanto más civilizado su objeto, tanto más bárbaro el trabajador; cuanto más rico espiritualmente se hace el trabajo, tanto más desespiritualizado y ligado a la naturaleza queda el trabajador.”

*K. Marx [2]*

Notemos que Marx, siguiendo la cultura del siglo XIX, enfrenta naturaleza y espiritualidad. Nosotros creemos que la relación naturaleza hombre es complicada y plena de espiritualidad, el empobrecimiento al que se refiere Marx, es cuando el hombre reduce estas funciones, como decíamos antes, a funciones básicas de alimentación, y estas funciones se reducen a una relación básica con la naturaleza, cuando la naturaleza es sólo vista como proveedora de materias primas y la relación con ella se reduce a usar un trabajo enajenado que reduce y empobrece a sujeto y objeto. El amor a la tierra, el respeto al agua y a los bosques se logrará en la medida en que superemos este proceso universal de producción de mercancías.

### 1.3 El hombre universo

En la cultura occidental, no existe una connotación energética del hombre; en la cultura de oriente es común entender al hombre como un ente energético que recibe y da energía al universo. En últimas fechas, la cultura occidental está arribando a nuevas expresiones de este pensamiento, sin embargo, estas expresiones, empobrecidas por ajustes mercantilistas, no logran sintetizar, como nosotros insistimos, las tres vertientes que hemos marcado, ya que el misticismo que no mueve es lo más socorrido para los falsos caminos a la espiritualidad. En un primer acercamiento, la espiritualidad es lo contrario a la materialidad, y es punto de partida de muchas sectas, que olvidan el sustrato social del hombre. Tan erróneo es olvidar al hombre como parte del universo, como olvidar el sustrato social de él.

En la cultura occidental y su más respetable pensamiento, la ciencia, no se tienen propuestas y metodologías para estudiar al hombre energía, pero en culturas marginales se está dando, entre inexactitudes y vulgarizaciones, la reflexión acerca del hombre como energía. El manejo de la energía así como la meditación, paradójicamente, ya que el punto de partida es aceptarnos como materia (energía), nos retorna a la espiritualidad. En el fondo, en la concepción del hombre universo se reencuentra la reconstrucción del individuo, no ya como el solitario triunfador, el líder que encabeza, el que decide sobre todos, sino el hombre que puede estar consigo mismo en esa soledad de la meditación que le permite mirarse hacia adentro. Es importante subrayar que estas prácticas de introspección, que son la negación del utilitarismo, son, o bien devaluadas, o insertadas de manera fraudulenta como lucha contra el estrés. Muchos son los empresarios que practican chi kung con un experto, pero nunca tal práctica les dará espiritualidad mientras que el fin de sus vidas sea producir capital.

Aceptando nuestra triadidad humana, nos damos cuenta que reducir el fenómeno humano a una sola de éstas es sumamente empobrecedor y que la teoría que emane de esta reducción tendrá irremediamente esa característica, la de ser muy pobre. Dualmente, buscar la armonía con la naturaleza y el universo nos permite comprender nuestra espiritualidad. Si a estas reflexiones añadimos la potencia de tener al otro en este proceso, podremos construir actividades lúdicas colectivas, fuera de un trabajo mercancía.



## 2. La ciencia

En la siguiente cita notamos los ingredientes más importantes para entender el fenómeno Ciencia. Marx insiste en la profunda relación entre ciencia e industria, así como el que la ciencia es la forma histórica en que entendemos la naturaleza, y que esa interpretación de la naturaleza, tan profundamente humana, se convierte en la verdadera naturaleza, al menos así es reconocida, pero al ser producida en forma enajenada, la emancipación humana que pudiera producir la ciencia, es postergada.

“... Pero en la medida en que, mediante la industria, la Ciencia natural se ha introducido prácticamente en la vida humana, la ha transformado y ha preparado la emancipación humana, tenía que completar inmediatamente la deshumanización. La industria es la relación histórica real de la naturaleza (y, por ello, de la Ciencia natural) con el hombre; por eso, al concebirla como develación esotérica de las fuerzas humanas esenciales, se comprende también la esencia humana de la naturaleza o la esencia natural del hombre; con ello pierde la Ciencia natural su orientación abstracta, material, o mejor idealista, y se convierte en base de la ciencia humana, del mismo modo que se ha convertido ya (aunque en forma enajenada) en base de la vida humana real.”

*K. Marx [2]*

Por un lado la ciencia, como la estructura conceptual que, al menos en nuestra sociedad se acepta como la más abocada a pensar el universo, y por otro la actividad mediante la cual la naturaleza es apropiada como fuente de recursos para producir mercancías, marca de manera definitiva, tanto el quehacer científico, como la naturaleza de este tipo de pensamiento.

Sin embargo, en toda forma de apropiación del mundo, aun en forma enajenada, está el germen de una esencia del hombre reivindicada en este actividad. Así, la ciencia es la forma suprema del pensamiento racional, es decir, la actividad humana que produce conceptos y tiene, como principal objetivo, diseñar y proyectar actividades con resultados predecibles. Tan sólo cumplir esta tarea podría reivindicarla, pero la justeza de estas tareas impide observar su otra cara. El ropaje de la ciencia, con el que esconde su importancia estratégica para el desarrollo del capitalismo, es mucho más eficaz por sus aspectos liberadores, su presencia civilizadora, y sobre todo por su supremacía respecto a cualquier tipo de actividad, esto es aceptado de manera universal. Sin embargo, la relación íntima entre la ciencia y la guerra, la violencia diseñada científicamente para convencer, el mercado diseñado con estrategias científicas que aplastan maneras más humanas de consumir, son aspectos negros de la ciencia, por mencionar algunos. Así que, con toda nuestra ciencia, aún resultamos bárbaros:

“De esos hombres rapaces que aprendieron a sobrevivir a través del ejercicio de la fuerza, el poder, la insensibilidad y la astucia somos nosotros descendientes por más que nos vanagloriemos de nuestra condición civilizada. Sólo recientemente ha comenzado a entenderse que no somos más que bárbaros que han aprendido a autoidealizarse, encubriendo su barbarie al celebrar la grandeza de su cultura...”

...la civilización no sólo ha entrañado una sobrevaloración de la violencia a expensas de la ternura, sino también una oposición al placer... está claro que si queremos alcanzar la salud de nuestro mundo...debemos recuperar ante todo el amor hacia nuestra propia naturaleza instintiva.”

*C. Naranjo [3]*

Debemos encontrar, a través de una reconstrucción del concepto de hombre, un justo lugar para la ciencia; ya que actualmente su sobrevaloración impone devaluaciones de otros tipos de actividades diferentes a la racionalidad. Como consecuencias se tiene una identificación enferma entre racionalidad y sabiduría, sin embargo:

“Los seres humanos nos hemos autodesignado como homo sapiens, pero el haberlo hecho tal vez sea un signo de nuestra escasa sabiduría, pues difícilmente nos proclamaríamos sabios si



nos diésemos cuenta de nuestra trágica ignorancia.”

*C. Naranjo [3]*

Después se aclara:

“Preguntarse por lo que podría ser una educación para la sabiduría es, naturalmente, abordar el meollo del tema de una educación para el espíritu, que irónicamente se ha vuelto un asunto tan polémico como el de que la educación se deba interesar en el mundo emocional...Puede encaminarse uno hacia el meollo de ese conocimiento del espíritu por el espíritu que llamamos sabiduría, a través de una conjunción de ejercicios de autoconocimiento con prácticas de meditación orientadas hacia el cultivo del desapego y de la paz interior...”

*C. Naranjo [3]*

Así que una reconsideración profunda acerca de la cultura, que incluya a la ciencia como parte de ella, y del concepto de hombre, es básico para la búsqueda del justo lugar de la ciencia, en nuestras vidas y en particular en la educación.

### 3. La política

En nuestra sociedad, la política es el sistema de estrategias que permiten acceder a la toma de decisiones en el que se involucran colectivos. Nuestra capacidad de tomar decisiones para un colectivo mide el grado de poder que detentamos. Para poder acceder a la toma de decisiones colectivas debemos tener un grado de aceptación. Tal grado de aceptación se construye mediante un discurso, en el que se justifican las bondades de nuestras propuestas por medio de un sistema de valores universales, al menos válidos en nuestra sociedad, que en el caso de la nuestra, se desprende del hecho medular de producir mercancías. Cuando este hecho medular se encubre, ya que es eficaz no exhibirlo, el sistema de conceptos encubridores se mueven entre falsedades e imprecisiones.

La magia de una política exitosa, se mide en la desproporción de lo que se promete y lo que se cumple, y en estos diseños exitosos, el auxilio de la ciencia es fundamental. Resulta que acceder a la toma de decisiones tiene un alto valor social y es síntoma de éxito. Se deja de lado el proyecto de enriquecerse como seres humanos ya que esto sólo tiene que ver con la creación de actividades ajenas a la producción de mercancías y no en asegurar las condiciones sociales y culturales que lleven a la reproducción del capitalismo.

### 4. La educación

Una de las tareas de la educación es atender el compromiso y cumplir con la responsabilidad de formar seres humanos libres, sensibles, críticos y creativos, solidarios y comprometidos con su comunidad y dispuestos a enriquecer la cultura en la que están inmersos. Sin embargo:

“No ha cumplido el humanismo ese propósito original de que fuese una transmisión de humanidad,...es grande la preferencia que aquéllos que deciden sobre políticas educacionales le dan a que se prepare a la gente para el pensamiento estratégico que se requiere en la producción y en las empresas comerciales... (Tal política) Ni favorece tampoco el verdadero conocimiento, ni la verdadera comprensión de las cosas, que sería el verdadero comienzo de la sabiduría.”

*C. Naranjo [3]*

“La sabiduría es algo más complicado que la sagacidad”

*C. Naranjo [3]*

Las organizaciones sociales que basan la apropiación del mundo natural en la conversión del trabajo humano en mercancía, como consecuencia de tal punto de partida, generan las



siguientes tendencias:

1. El mundo humano se minimiza ante un creciente mundo de mercancías.
2. La visión preponderante, sobre todo de las personas que viven en estas organizaciones sociales, de que lo único válido y posible para los seres humanos es crear mercancías y consumirlas.

Así que, connotaciones universales como cultura, civilización y educación, están enmarcados por esta visión. La cultura existe en tanto es pensamiento que permite producir y consumir mercancías; la civilización es todo entorno recreado por mercancías, la ausencia de ellas es barbarie y la educación es todo adiestramiento que permita producir mercancías.

Por supuesto lo anterior es una visión simplificada de sociedades como la nuestra, pero insistir que la esencia de nuestra sociedad es que la fuerza de trabajo es una mercancía para producir mercancías, marca los límites de nuestra sociedad. Pero si estas reflexiones presentan a nuestra sociedad presa de un destino manifiesto, es en este momento en que se están dando las posibilidades de crear un nuevo proyecto social, una nueva educación, una nueva moral, una nueva esperanza.

Las falsas esperanzas en estrategias que no enfrentan la médula del problema, pero que se presentan como la total solución, son más nocivas que la represión cínica a la búsqueda de nuevas posibilidades.

Ninguna reforma educativa que implique el despido masivo de profesores y el olvido del Estado de proporcionar condiciones adecuadas para la enseñanza podrán resolver los problemas educativos y de desigualdad social en los que vivimos.

## 5. Educación matemática

Cuando una teoría educativa pregona como objetivo principal el acceso rápido al conocimiento matemático, debemos entender que está olvidando el espíritu matemático y está atendiendo sólo el manejo de algoritmos aplicables en situaciones predecibles y con resultados también predecibles. La especialización simplifica, minimiza en nombre de la facilidad, la aprehensión del conocimiento. La matemática es un pensamiento vivo y ancestral; por tal razón ha sido la compañía de todos los tiempos del hombre haciéndose hombre; es tan íntima la relación del hombre con la matemática como la del hombre con el arte. Ante tan profunda relación, su enseñanza no ha ido a la par de tal importancia. Se usa la memorización o los usos misteriosos de modelos visuales que sustituyen, evitando el trabajo, la profunda e instintiva práctica de los matemáticos, que imaginan, fantasean y construyen sin regla los conceptos o los planes para idear soluciones. Se olvida lo que hace habitualmente un matemático cuando las preguntas o las respuestas son difíciles: busca ejemplos e intenta modificar las preguntas para tratar de modificar las respuestas.

La educación debe ser esencialmente emancipadora, es decir, guía y compañera de la creación de nuevos hombres. Si nos quedamos en los algoritmos simplificadores estaremos adiestrando, pero no educando, estaremos informando, pero no formando, o estaremos formando en esencia productores y consumidores de mercancías, y no seres humanos emancipados ni sabios.

Por lo pronto comentamos algunos proyectos de estrategias que podrían cambiar un poco las condiciones de la educación. En un principio todo esto es un malestar, una preocupación, y lo ideal sería generar una discusión más amplia.

### 5.1. Insistir en el carácter instintivo del conocimiento matemático y no sólo en el carácter formal.

Si los matemáticos, y en particular los educadores de las matemáticas, no reinterpretan la matemática como resultado de una actividad total, en donde la imaginación y el instinto participan de forma definitiva, sus estrategias educativas serán reductivas. El matemático, y de hecho el profesor de matemáticas, practica la matemática por introspección, dando rienda suelta a la fantasía y a la emoción, permitiendo que éstas fluyan y muestren su poder sobre el pensamiento humano. ¿Cómo llegar al descubrimiento si no es a través de muchos intentos y fracasos? El





producto final, generalmente después de un largo camino, es la formulación precisa de esas ideas a través de conceptos y de demostraciones elegantes, geniales. ¿Por qué mostrar únicamente esta última parte a los estudiantes?, ¿por qué no estimular ese instinto creativo, propio de los seres humanos, en los estudiantes?, ¿por qué no instigarlos a perfeccionar su raciocinio, a que aprendan a componer cada detalle de sus descubrimientos?

Con mucha frecuencia, por ignorancia o incapacidad, sobre todo en el aula, a los matemáticos se nos olvida que un acercamiento entre creatividad, sueño, imaginación y matemática nos ayudaría bastante para establecer ese puente de comunicación entre profesor y alumno. A final de cuentas, ¿no es cierto que el origen de la creatividad está en la capacidad o disponibilidad para soñar, para imaginar cosas, mundos diferentes y combinarlos en la propia imaginación de una manera distinta a como se ha hecho antes? Ahora bien, para poder mostrar todo esto en el aula, para poder comunicarlo como un recurso de aprendizaje, se necesita en principio, conocimiento del lenguaje y de los procesos internos de la matemática que permitan construir, comprender, transmitir y valorar ese conocimiento matemático. También hay que analizar y estudiar distintas condiciones que permitan establecer puentes de transición entre los conceptos para que los alumnos hagan sus propias construcciones. Y claro, no se debe olvidar la gran diversidad de problemas de tipo social que con frecuencia impiden o dificultan estos procesos.

Las lecturas en aula de textos donde se revalúe el carácter azaroso e instintivo de la creación del conocimiento matemático, y sobre todo donde se muestre al matemático inquisitivo creando conjeturas y hurgando nuevas posibilidades en el discurso, usando todo tipo de fuentes culturales, se pueden convertir en fuente de inspiración para el alumno. Este tipo de lecturas se pueden buscar en los escritos en donde, de viva voz, los matemáticos reflexionen, recuerden sus esfuerzos inventivos. La búsqueda de estos textos o aún más, la redacción de estos textos por autores actuales en donde, basada en documentación suficiente, se recreen estos momentos, seguramente se convertiría en una aportación fundamental a la educación matemática, que pueden hacer literatos e historiadores.

## 5.2. Subrayar que la matemática es parte de una cultura humanística.

En el anterior punto insistimos en el carácter totalizador de la actividad matemática; tal carácter marcará de manera definitiva a sus productos; un teorema es un enunciado en donde se explicitan propiedades de entidades matemáticas, pero detrás del producto existe toda una historia de aciertos y frustraciones, una génesis, donde los autores del teorema, se alimentan del pasado y la esperanza, propia de todo proceso creativo.

Aunque sabemos que es posible construir la matemática a través de métodos axiomáticos partiendo sólo del conjunto vacío y sin información externa alguna, lo cierto es que este tipo de construcciones será completamente ininteligible para todos aquellos que aún desconocen cómo se construye la matemática. Por esta razón, nunca será suficiente sólo definir un concepto y empezar a hacer demostraciones de las propiedades que posee. Hay que propiciar una cantidad suficiente de ejemplos, de ser posible dentro de la experiencia personal de los alumnos, que expliquen qué se puede ver y qué se puede hacer con él. En la medida que el alumno se vaya apropiando de una buena cantidad de conceptos, estará con mayores posibilidades de irlos refinando a un nivel más sofisticado.

Un concepto matemático es, en general, un esquema organizado de ideas que, de alguna manera, están relacionadas entre sí y que está basado en la experiencia de conceptos ya establecidos. ¿Qué matemático no ha pasado a través de este complejo proceso de construcción de los conceptos matemáticos? Cuando nos enfrentamos por primera vez a un problema, a un concepto nuevo, ¿qué hacemos?; hurgamos en nuestra mente para ver si se parece a alguna de nuestras experiencias personales, a algo que ya conocemos. Esta primera fase exploratoria es todo lo que uno se pueda imaginar, menos lógica. Sin embargo es una etapa que frecuentemente se olvida en el aula y se deja de lado esta parte importante del proceso de aprendizaje. Es una etapa que va acompañada de estados o momentos de confusión y sabemos que es imposible aprender matemáticas sin



confundirse, sin tener dudas. Estos estados de confusión son el prelude de otros de profunda reflexión, y esto es una de las partes que hace a la matemática esencialmente humana.

Una vez que la confusión se va aclarando, se comienza a tener la sensación de que las distintas piezas del problema empiezan a acomodarse, que empieza a emerger cierto orden entre ellas. Hasta entonces es que llega el momento de formular las definiciones de manera precisa. Hasta puede ser posible, mediante el uso de los hechos esenciales que hemos descubierto, que podamos obtener algunas pruebas ordenadas y cortas de todo el cúmulo de proposiciones que hemos obtenido en el proceso de esta auscultación profunda del problema. Este sentimiento de armonía es lo que hace que la matemática nos lleve, en general después de un gran esfuerzo, a un estado de profunda satisfacción estética, propia de la especie humana.

La matemática, como la poesía, la pintura, la literatura, la música, son actividades esencialmente humanas que nos hacen ser mejores personas, más tolerantes, más respetuosas del disenso de los demás.

### 5.3. Insistir en el carácter emancipador de la educación.

Si el educador le devela al educando el proceso de creación de un conocimiento tal vez pueda seducir al educando a imitar estas aventuras del espíritu humano, ya que estas aventuras son el germen de una emancipación, es decir crean caminos para la construcción de la libertad.

### 5.4. Distinguir claramente aquellas estrategias que son para cumplirle al estado, de las que construyen territorios libres de mercancías, ¡esto es posible!

El aula puede convertirse en territorio de la creatividad. La burocracia educativa no puede supervisar todos los instantes del proceso educativo, así como el Estado político no puede vigilar toda nuestra vida, nuestros sueños, nuestras esperanzas, los momentos en que estamos con nosotros mismos; ahí es donde podemos ir gestando esos territorios libres de mercancías.

### 5.5. La creatividad y la innovación deben ser el síntoma.

### 5.6. Establecer relaciones audaces entre un discurso matemático y otras formas artísticas, filosóficas o de lo que sea.

Sobre todo establecer un diálogo constante con los estudiantes y en general con toda comunidad que nos permita transferir información y noticias que son escondidas o segregadas del mundo. En la actualidad los maestros de matemáticas creen en la autosuficiencia del pensamiento matemático y desdeñan la utilidad, al menos para enseñar matemáticas, de otro tipo de expresiones culturales generadas dentro o fuera de la Universidad.

En pocas palabras, entender que la educación sólo es posible cuando es parte de la creación de un mundo diferente. Enseñar matemáticas es de por sí, una aventura.

### ***Agradecimientos***

***Por ahora, agradecemos a nuestros estudiantes su insustituible presencia en todos estos años de ser maestros.***

#### *Bibliografía*

[1] Latapí Sarre Pablo, Conferencia Magistral al recibir el Doctorado Honoris Causa de la Universidad Autónoma Metropolitana, Foro Latinoamericano de Políticas Educativas (FLPE), Boletín Referencias, número 21, Año 4, Mayo 2007.

[2] Marx Karl, Manuscritos Económico-filosóficos de 1844, Ed. Grijalvo, México, Colección 70, n. 29, 1970.

[3] Naranjo Claudio, La revolución que esperábamos, Ed. La llave, Barcelona, España, 2013.

***Juan Angoa, Agustín Contreras, Manuel Ibarra***



***Para sonreír, divertirse y reflexionar***



El árbol matemático se cayó... porque no tenía raíces reales.



***Para Pensar: Frases célebres***



**Nikolai Lobachevski (1792-1856) matemático ruso**

No hay rama de la matemáticas, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real.

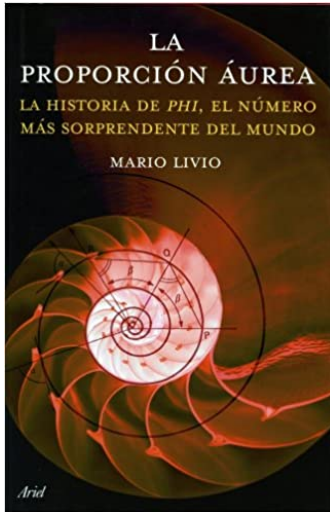


**Daniel Bernoulli (1700-1782) matemático y físico suizo**

No hay filosofía que no esté basada en el conocimiento de los fenómenos, pero para obtener algún beneficio de este conocimiento, es absolutamente necesario ser un matemático.



## Recomendación de libro



**Libro:** *La proporción áurea*  
*La historia de phi, el número más sorprendente del mundo*

**Autor:** *Mario Livio*

**Editorial:** *Ariel*

## Sinopsis: libro del mes de Mayo

**Título:** *El lenguaje de las Matemáticas : Historias de sus símbolos*

**Autores:** *Raúl Rojas González*

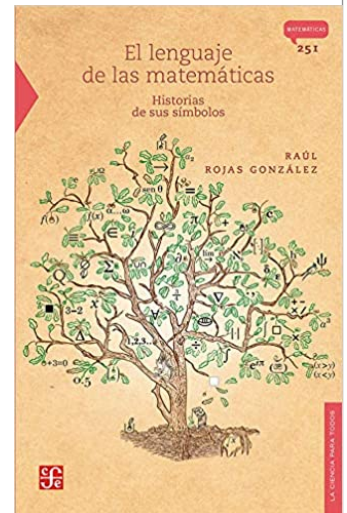
**Editorial:** *Fondo de Cultura Económica*

No asombra que las letras ocupen tanto espacio en una expresión matemática: las utilizamos para indicar variables y constantes. Los números siempre estaban ahí, de alguna forma, ya que nos ayudan a especificar el problema. Las letras latinas y las griegas junto con los números representan, por sí solas, 55% de los caracteres de una expresión matemática. De las letras latinas y griegas las más frecuentes en los textos matemáticos son  $x, n, i$ . La letra  $i$  es utilizada en expresiones con subíndices y sucesiones.

El libro *El lenguaje de las Matemáticas: Historia de sus símbolos* es una compilación de cultura, historia y referencias matemáticas. Con 54 capítulos, como cápsulas de diversas extensiones, narra la procedencia de algún símbolo o concepto matemático, de caracteres como la raíz cuadrada, el uso de números arábigos y letras latinas y griegas en el lenguaje del álgebra, así como el surgimiento del símbolo de adición, entre muchos otros fascinantes componentes del lenguaje de esta disciplina.

Liga para presentación del libro por Raúl Rojas González

<https://www.youtube.com/watch?v=MoXr51KuyZc>



## ***Actividades de Matemáticas en la FCFM del mes de Junio-Julio***

Suspendidas por la contingencia sanitaria, hasta nuevo aviso.

### ***Congresos***

#### **Congreso de Matemáticas de la SMM**

El 53 Congreso de Matemáticas de la SMM que se llevaría a cabo este año en nuestra universidad ha sido aplazado para octubre de 2021 por la contingencia sanitaria.

#### **Congreso Internacional 7CIMA**

### ***Conferencias Plenarias***

**Lunes 31 Agosto 13:00 hrs Renato G. Iturriaga Acevedo CIMAT**

**Martes 1 Sep. 12:00 hrs Michael Porter, CINVESTAV**

**13:00 hrs Sergio Rubio Pizzorno,  
Instituto Geogebra Internacional**

**Miércoles 2 Sep. 13:00 hrs José Manuel Corcuera Valverde  
Universidad de Barcelona**

**Jueves 3 Sep. 13:00 hrs Humberto Vaquera Huerta, COLPOS**

**Viernes 4 Sep. 13:00 hrs Ángel Tamariz Mascarúa, UNAM**

***Las ponencias serán en línea, se pondrá la liga en la página de la FCFM, BUAP***



## ***Publicaciones de la Academia de Matemáticas***

### ***Libro de Matemáticas y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP***

Publica capítulos expositivos y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

***Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2021.*** Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: David Herrera Carrasco [dherrera@fcfm.buap.mx](mailto:dherrera@fcfm.buap.mx) y Fernando Macías Romero [fmacias@fcfm.buap.mx](mailto:fmacias@fcfm.buap.mx)

*Los trabajos recibidos después del 6 de enero (del año en curso) se tomarán en cuenta para un año después.*

### ***Libro de Topología y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP***

Publica capítulos expositivos y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

***Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2021.*** Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: José Juan Angoa Amador [jangoa@fcfm.buap.mx](mailto:jangoa@fcfm.buap.mx), Raúl Escobedo Conde [escobedo@fcfm.buap.mx](mailto:escobedo@fcfm.buap.mx), Manuel Ibarra Contreras [mibarra@fcfm.buap.mx](mailto:mibarra@fcfm.buap.mx), Agustín Contreras Carreto [acontri@fcfm.buap.mx](mailto:acontri@fcfm.buap.mx)

*La publicación del libro es anual, según sean las condiciones económicas del cuerpo académico de topología y sus aplicaciones.*

***Se invita a la comunidad a enviar trabajos de divulgación, problemas matemáticos para resolver, comentarios, etc., al e-mail [axolote.fcfm@gmail.com](mailto:axolote.fcfm@gmail.com)***

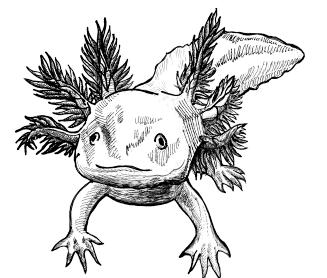
***Las contribuciones deberán estar escritas en word con letra times de 12 puntos***

*Compiladores: Docentes de la Academia de Matemáticas, véase lista de docentes en [www.fcfm.buap.mx/academiam/](http://www.fcfm.buap.mx/academiam/)*

*Responsables de la Edición: José Juan Angoa Amador, Patricia Domínguez Soto, Manuel Ibarra Contreras, Agustín Contreras Carreto*

*Colaboradores Estudiantes: Josué Vázquez Rodríguez , Emilio Angulo Perkins, Jesús González Sandoval*

*Diseño logo: Santiago Sienna y Guillermo Sienna*



**axolote'**  
Revista mensual de la Academia  
de Matemáticas