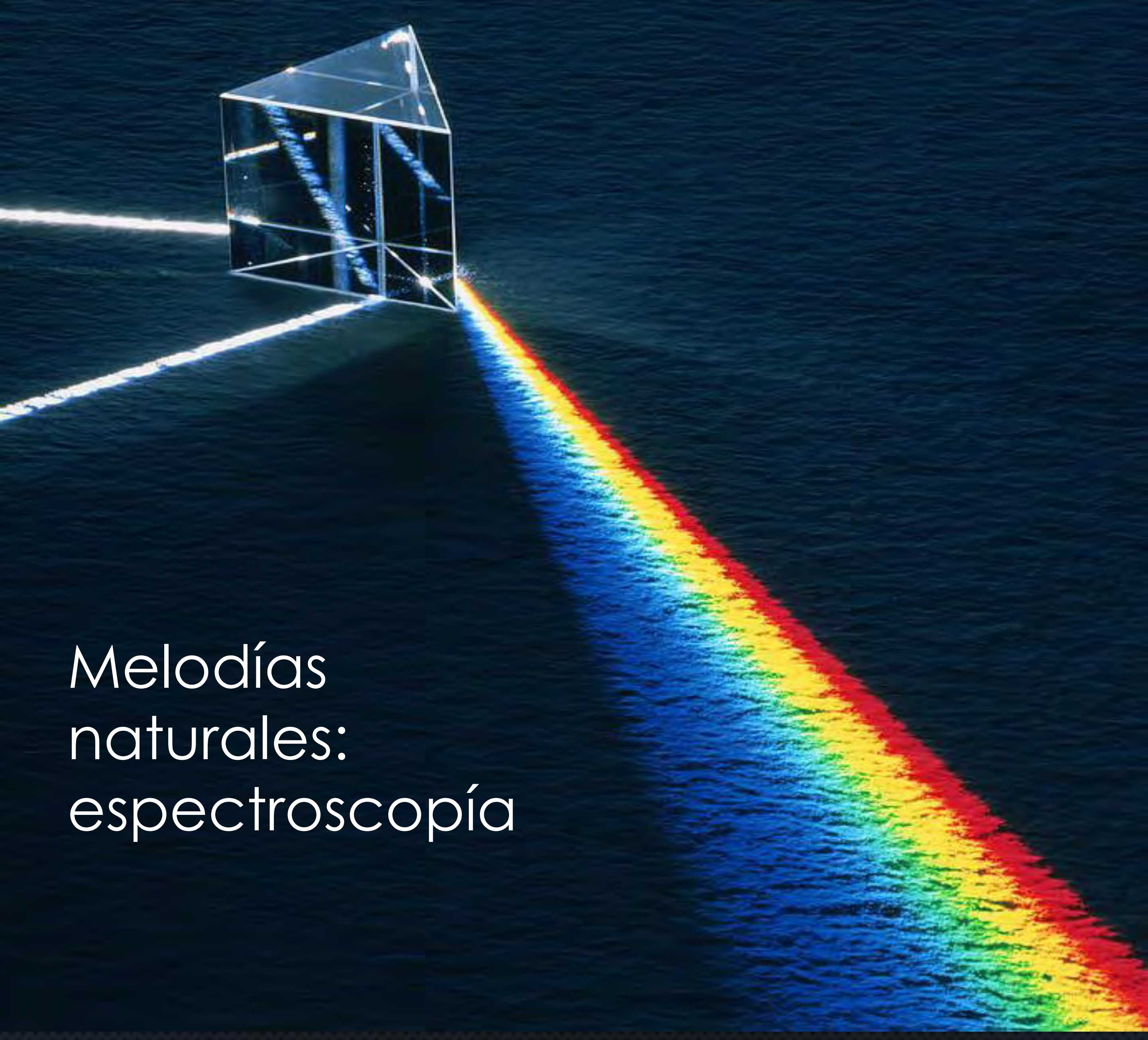
Con-Ciencia

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas B U A P

Estudiantil



Melodías naturales: espectroscopía

REVISTA ESTUDIANTIL DE DIVULGACIÓN CIENTIFICA/ Año 1 Núm. 2 – Primavera 2015

DIRECTORIO

COMITÉ EDITORIAL

AGRADECIMIENTOS

La impresión de este número ha sido posible gracias al apoyo de:

FCFM **IFUAP** **CIDS**

EDITORIAL

Después de la experiencia adquirida en la primera edición de Con-ciencia, sale a la luz este segundo número enriquecido por comentarios y observaciones de amigos y compañeros, pero principalmente de nuevos y entusiastas colaboradores. Cabe destacar que este número tiene la importante característica de que incorpora en su equipo de trabajo a compañeros de las tres instituciones que nos auspician.

Con esto, creemos que el contenido de este ejemplar será, sin duda, del agrado de todos ustedes. Pues contiene temas destacados e interesantes de las áreas teóricas y experimentales en las que se enfoca Con-ciencia, cuyo objetivo principal es el de transmitirles los temas de actualidad pero en términos sencillos y puntuales, sin tanto rollo.

Esperamos que el contenido sea presentado de tal forma que aunado a su curiosidad por profundizar en el tema, logre ampliarles el panorama acerca de las distintas disciplinas que dominan las tres sedes que patrocinan Con-ciencia. Ya que creemos fuertemente, que el desarrollo de la ciencia y tecnología está migrando a la multidisciplinariedad.

Agradecemos la entusiasta participación a todos nuestros colaboradores e invitamos a toda la comunidad estudiantil de los tres organismos , a participar en la elaboración de ulteriores ediciones. Para seguir haciendo de Con-ciencia una revista de todos.

Comité Editorial

Año 1 Núm. 2 – Primavera 2015

Tiraje de 88 ejemplares impresos.
Disponible en formato electrónico en:
http://www.fcfm.buap.mx/publicaciones/revistas.html

Con-Ciencia Estudiantil

Año 01 Núm. 02
Primavera de 2015

Contenido

Melodías naturales: espectroscopía

1. INTRODUCCIÓN

La mayoría de nosotros sabemos que la luz al pasar por un prisma crea los colores del arco iris, pero fué Isaac Newton quien afirmó que la luz blanca estaba compuesta por estos colores y no era un efecto agregado del prisma. La descomposición de la luz sucede debido a que el prisma refracta con un ángulo distinto a los haces con distinta longitud de onda. La dependencia del índice de refracción con la longitud de onda (color) de la luz es un efecto conocido con el nombre de dispersión[1].

2. DISPERSIÓN DE LA LUZ

Este fenómeno surge de la interacción de la materia con la luz y puede darse de dos formas. Partiendo del modelo de que la materia está compuesta por átomos, estos pueden reaccionar a la luz dependiendo del valor de la longitud de onda de ésta. Si su valor no es suficiente para llevar al átomo a un nivel energético mayor (excitación), la luz simplemente hará vibrar la nube electrónica con respecto del núcleo atómico, haciendo que ésta emita luz con la misma longitud de onda (*esparcimiento elástico*), cambiando la dirección del haz incidente pero sin alterar su energía. Por otra parte si la longitud de onda del fotón (luz) incidente es igual a la de alguno de los estados excitados del átomo, este absorberá dicha energía, la cual es muy probable que se disipe rápidamente en forma de calor, antes de que pueda emitirse algún fotón (*esparcimiento inelástico*), proceso llamado *absorción disipativa* [1].

3. ESPECTROSCOPÍA

Fue en 1814, cuando Joseph von Fraunhofer descubrió las líneas oscuras (absorción) en el espectro del sol e inventó la retícula de difracción, instrumento adecuado para medir la longitud de onda de la luz. La luz generada en laboratorio mediante el calentamiento de gases, metales y sales mostraba una serie de líneas estrechas, coloreadas y brillantes sobre un fondo oscuro. La longitud de onda de cada una de estas bandas era característica del elemento en consideración. Por otra parte, era sabido que si se calentaba un elemento lo suficiente (*incandescente*) producía una luz blanca continua, de todos los colores sin ningúna línea obscura en su espectro y se descubrió que si utilizábamos esta luz para iluminar una película delgada hecha de algún material desconocido, la luz que lo atravesaba generaba un espectro con líneas de absorción, características del elemento en cuestión [2].

4. CONCLUSIONES

Los elementos emiten y absorben luz de ciertas longitudes de onda características. A partir de este momento, se desarrolló el campo de la espectroscopía para identificar todos los elementos y compuestos conocidos.

REFERENCIAS

[1]Hetch, E., *Óptica* (2000) Ed. Pearson Addison Wesley.
[2]Requena A., and Zuñiga, J., *Espectroscopía* (2004) Ed. Pearson Prentice Hall.
[3]Parker, David. *Light passing through a prism*. Recuperado de *www.fineartamerica.com*

Con-Cienc√-1a
Estudiantil

Año 01 Núm. 02
Primavera de 2015
Páginas 3–8

Un relato conjuntista

Sergio Atayan García Balán

Bachillerato 5 de Mayo
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Av. del Trabajo # 6, San Juan B. Cuautlancingo, Puebla
C.P. 72700 MÉXICO
sgarciabalan@gmail.com

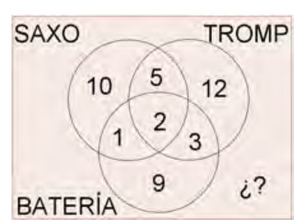
RESUMEN

Aquí se relatan de manera chusca y un tanto exagerada los encuentros que ha tenido el autor con la teoría de conjuntos a lo largo de una década. En la sección uno se presenta un problema mal resuelto usando diagramas de Venn y sus desastrosas consecuencias. La segunda sección versa sobre ciertos conjuntos de igual tamaño, los peligros que corre uno al creerle al internet, y un piropo cuya belleza o vulgaridad recae directamente en el tamaño del infinito. En la tercera sección se habla de una jerarquía de conjuntos infinitos cada vez más grandes y de los celos extremos del novio de Susana. La cuarta sección es la única seria, y el tema lo amerita: resultados independientes. Finalmente, el desenlace tiene un sabor a confesión.

1. EL FLAUTISTA EXTRAVIADO

Hace casi doce años, mientras cursaba mi tercer año en una preparatoria de la Universidad Autónoma de Campeche, mi profesor del curso de probabilidad y estadística de apellido Puc (el apellido ha sido modificado para mantener la privacidad), nos enseñaba los famosos diagramas que él llamaba "Diagramas de Euler - Puc". Recuerdo un ejemplo que, flautistas más flautistas menos, decía lo siguiente (traducción libre del "Worked example 8.6" página 245 de [4]): *Hay 50 personas en una orquesta y el director quiere saber quién puede tocar el saxofón, quién la trompeta y quién la batería. Él descubre que: 2 personas pueden tocar los tres instrumentos, 5 personas pueden tocar el saxofón y la trompeta, 1 persona puede tocar el saxofón y la batería, 3 personas pueden tocar la trompeta y la batería, 22 personas pueden tocar la trompeta, 15 personas pueden tocar la batería, 18 personas pueden tocar el saxofón. ¿Cuántas personas no pueden tocar ninguno de estos instrumentos?*

El problema fue acompañado del siguiente dibujo:



que a decir verdad, el diagrama fue siendo completado en el pizarrón conforme se iba leyendo la información. Algunos ociosos, que en vez de ir resolviendo el ejemplo junto con el profesor lo hicimos de manera individual, nos encontramos con la siguiente pregunta después de haber anotado el 2 en la triple intersección y haber leído "*5 personas pueden tocar el saxofón y la trompeta*": ¿Si puedes tocar tres instrumentos entonces puedes tocar dos intrumentos? La interrogante se esfumó inmediatamente al leer la línea que continuaba "*1 persona puede tocar el saxofón y la batería*". Claro, la respuesta es NO, de lo contrario no podrían haber dos personas que sepan tocar los tres instrumentos. Con esa hipótesis en mente, la resolución del ejemplo no presentó mayor dificultad y la camarilla de ociosos no tuvo mayores cuestionamientos filosóficos, simplemente se resbalaron por sus sillas y esperaron plácidamente que el profesor terminara de explicar. La dificultad vino al siguiente día, cuando un problema que involucraba jugadores de básquetbol, vólibol y fútbol contenía frases como "*...12 juegan básquetbol y vólibol pero no fútbol*". Fue un día lamentable, muchos no se recuperaron jamás de dicha confusión, satanizaron a la matemática, se decidieron por estudiar Derecho o Literatura. Calcular la probabilidad de que al lanzar un par de dados honestos cayeran dos números primos era más temerario que describir detalladamente el Ciclo de Krebs.

Así fue mi primer encuentro con la teoría de conjuntos. Y más o menos es lo que viene a la mente de la mayoría de las personas (que no son matemáticos), cuando después de haberme preguntado "*¿Qué estudiaste*" (y haberles respondido que matemáticas), me hacen una segunda pregunta "*Ajá* (obvio tonto), *pero ¿Qué rama de las matemáticas?*" y yo les respondo que teoría de conjuntos: un rectángulo con dos o tres circulitos que se traslapan. En realidad no estoy seguro de la afirmación anterior, no puedo leer sus mentes, pero es lo que imagino porque más de una vez la tercera pregunta ha sido algo como "*¿Cuántos circulitos tenía el problema más dificil que has resuelto?*". Lo que les platico a aquellos preguntones que adquieren un interés por la conversación (y que me fue explicado intuitivamente en el primer semestre de la licenciatura), motiva la siguiente sección.

2. TIENEN UNA CORAZONADA

Hace casi una década, cuando estaba en el primer cuatrimestre (nótese que no eran semestres), mi profesor de la materia geometría analítica (aquí omitiré el uso de apellidos falsos y verdaderos), llegó un día preguntándonos "*¿qué hay* MÁS? *¿Naturales o Enteros?*". La respuesta obvia para todos es por supuesto que hay más números enteros que naturales. Los enteros constan de todos los números naturales y aparte está el cero y todos los negativos que son una infinidad. Además, si lo dice "Yahoo! Respuestas" debe ser cierto (el texto del siguiente cuadro fue tomado de [7]):

> *Existen infinitos mas grandes que otros?*
> es cierto que existen unos infinitos mas grandes que otros?
>
> *Mejor respuesta: CLARO QUE SI*
> *como un ejemplo estan los números? piensa en el conjunto de los numeros naturales (los que sirven para contar), el conjunto es infinito, ahora piensa en el conjunto de los numeros enteros, (todos los enteros positivos (naturales) y todos los negativos, este conjunto tambien es infinito,*
> *Y ES MAS GRANDE*
> *puedes comparar estos conjuntos con los racionales Q, o con los reales R,*
> *ASI QUE*
> *SI HAY INFINITOS MAS GRANDES QUE OTROS*
> *Calificación del solicitante:* *****

pero como dice E. T. Bell (ver [1]):

"Obvio" es la palabra más peligrosa en matemáticas.

Que parafraseando en nuestro contexto quedaría como "*hasta la internet podría estar equivocada*".

Ante la cara de malicia del profesor, varios empezamos a sospechar que esto fuera cierto. Y es que, pensándolo nuevamente, ambos conjuntos son infinitos ¿Cómo podría ser que uno tuviera MÁS elementos que otro? Los papeles se habían invertido, era ahora el profesor quien veía nuestras caras, más no eran de malicia, sino de duda, incredulidad, asombro, hasta en algunos casos perturbación. *Tienen una corazonada*, sentenció. Acto seguido en el pizarrón escribió lo siguiente:

$$\begin{array}{cccccccccc} \mathbb{N} & \ldots & 7 & 5 & 3 & 1 & 2 & 4 & 6 & \ldots \\ & & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \\ \mathbb{Z} & \ldots & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & \ldots \end{array}$$

No hizo falta que dijera algo más. Eso es algo muy elegante que tienen las matemáticas. En ocasiones bastan pocos números y unas cuantas flechas para trasmitirte una idea simple, y a la vez brillante, que resuelve (al menos de manera intuitiva), un problema que parece imposible de decidir. No perdamos de vista, sin embargo, que ahí dentro se esconde humildemente la noción de *función biyectiva*, un concepto tan poderoso que permite alejarnos de los confines "filosóficos" donde el lenguaje y sus ambigüedades nos juegan una mala pasada.

Bien, no es de mi primer cuatrimestre de lo que les platico a mis amigos preguntones que había dejado en la sección anterior. Más bien les pongo un problemita, muy conocido por cierto: *el hotel de Hilbert*, con sus infinitas habitaciones y sus infinitos huéspedes que no cesan en llegar. Un problemita que sirve para platicar de manera amigable que tanto el conjunto de los números naturales, como el de los enteros, y más sorprendente aún, el conjunto de los números racionales, tienen el mismo *tamaño*. No sólo eso, también sirve para ejemplificar que cuando se juega con conjuntos infinitos, no siempre aplica eso de que *el todo siempre es más grande que cada una de las partes*.

Después de haber respondido la última pregunta del *Hotel de Hilbert*, muchos de los pocos preguntones que aún quedan, se aventuran a concluir felices que todos los infinitos tienen igual tamaño, en este punto ya manejan la terminología "formar parejas". Se sienten satisfechos, por fin han comprendido la teoría de conjuntos. ¿Quién quiere volver la vista a aquellos circulitos que se traslapaban dentro de un rectángulo? Nadie, o al menos no ellos. No más. Antes de que se despidan y continúen alegres con sus vidas les deslizo la siguiente pregunta lenta y maliciosamente como mi profesor de primer cuatrimestre:

¿Qué sentirías si la persona que más quieres en el mundo te dijera: Mi amor por ti es tan grande como un infinito?

Transcribo aquí casi textualmente la respuesta de alguien:

Felicidad, naturalmente. Alegría ...(Se produce una pausa y un cambio de voz)... *¿Intranquilidad tal vez?, ¿Qué tal que también quiere a otra persona como al infinito?, entonces nos querría igual, eso no puede ser bueno. ...bien, al menos no es tan malo, no podría querer más a otra persona ya que dijimos que todos los conjuntos infinitos tienen el mismo tamaño ¿Cierto?*

La última pregunta se aleja muy despacio como no queriendo esfumarse sin escuchar una respuesta, al igual que la voz que la engendró. Las dudas son bien fundadas. En la siguiente sección se justifica por qué.

3. HAS ESTADO MUY RARA ÚLTIMAMENTE

A mitad de la licenciatura tomé el curso de teoría de conjuntos (en aquella época era una materia optativa). Se me hizo un curso muy bonito. En teoría de grupos a uno le presentan los cuatro axiomas de grupo y trabaja con ellos, se demuestra que ciertos conjuntos acompañados de una operación peculiar cumplen los cuatro axiomas y por tanto pueden ser llamados grupos. Hasta cierto punto, los axiomas de grupo son fáciles de entender (ojo, eso no significa que siempre sea sencillo probar que algo es grupo). Pero en teoría de conjuntos, cuando a uno le van presentando los axiomas no siempre quedan claros en el primer intento, y el hecho de que más de un axioma sea en realidad un esquema de axioma (eso significa que algunos axiomas en realidad no son uno sólo sino una máquina de producir axiomas), viene a complicar aún más nuestro entendimiento. Sin embargo, poco a poco empieza uno a tener cierto dominio y claridad.

Mi clase era de 4 a 6 de la tarde, justo después de tomar mis sagrados alimentos, lo cual me producía una somnolencia terrible. Entre bostezos y breves pestañeos me fue presentado el siguiente teorema:

TEOREMA (Cantor): Para cualquier conjunto, ocurre que su conjunto potencia tiene una cantidad estrictamente mayor de elementos.

Recordemos que dado un conjunto A, su conjunto potencia es justamente el conjunto cuyos elementos son los subconjuntos de A. La demostración que me presentó el profesor (una demostración por contradiccón y que, por cierto, supongo es la demostración estándar), es relativamente corta y sencilla, pero de una elegancia extraordinaria. Son de esas cosas que te dejan marcado y que hacen que uno salga inmediatamente del sopor profundo en que se encuentra.

Es en esta parte de mi charla con los preguntones, después de haberles presentado este teorema, y hasta habérselo demostrado a los más incrédulos, cuando los más celosos y paranoicos empiezan a hacer llamadas telefónicas: *¿Bueno? ¿Susana, mi amor? Has estado muy rara últimamente, ¿No habrás estado estudiando teoría de conjuntos, cierto?, ¿No irás a querer a alguien más con el conjunto potencia de lo que me quieres a mí?* Cuando la tranquilidad regresa (y después de que Susana colgó el teléfono no sin antes incluir frases como "¿De qué demonios me hablas", "estás hecho un demente"), les cuento que este teorema tiene como resultado, entre otras cosas, una jerarquía infinita de conjuntos infinitos cada vez más grandes: pensemos que nuestro conjunto base son los números naturales $\mathbb{N}$, al pensar en el conjunto potencia de los números naturales, $\mathcal{P}(\mathbb{N})$, obtenemos un conjunto infinito de mayor tamaño. Después podemos pensar en el conjunto potencia del conjunto potencia de los naturales, $\mathcal{P}\big(\mathcal{P}(\mathbb{N})\big)$, y así podemos construir una cadena de conjuntos infinitos cada uno más grande que el anterior.

A los conjuntos que van "midiendo el tamaño" de cada conjunto (ya sea finito o infinito), se les llaman *números cardinales*. Mis preguntones sonríen de nuevo, no sé si porque instintivamente los asocian con los puntos cardinales (ante lo desconocido, las asociaciones con algo conocido son siempre buenas), o porque están convencidos de que sus respectivas parejas los quieren a ellos con el cardinal más grandote (cardinal que parece no existir, pero en este punto de la plática no tiene sentido matar ilusiones).

Aprovechando que he llegado con mis preguntones hasta este punto, en ocasiones, cuando más bohemio me siento, les hablo de la *Hipótesis del Continuo*, que en palabras comunes afirma que "*NO existe algún subconjunto de números reales cuyo tamaño sea mayor a los números naturales y menor a los números reales*". Los que se animan a pensarlo por un minuto, llegan a la valiosa conclusión de que esta hipótesis tiene como resultado que el cardinal que mide a los números reales es el cardinal que le sigue al que mide a los números naturales. No me seguiré extendiendo en

esta parte, pero brevemente mencionaré que cuando se afirma la negación de esta hipótesis ocurren cosas verdaderamente interesantes.
Cuando no estoy bohemio (cuando estoy sobrio), simplemente continúo con la siguiente sección.

4. ¿QUE ESTÁS FORZANDO QUÉ?

Georg Cantor, considerado el padre de la Teoría de Conjuntos, tuvo una vida muy compleja. Sufrió la pérdida de un hijo. También padeció una crítica terrible y constante a su teoría de los números transfinitos por aquellos de mente corta que se resistían a ver la matemática desde una nueva perspectiva. Como resultado de estas críticas empezó a padecer crisis mentales y estuvo internado en varias ocasiones en hospitales psiquiátricos. Vale la pena conocer más de su vida (ver [3]), y es digno de mencionarse que su fervor religioso no fue impedimento para el desarrollo de sus ideas y pensamientos.

Poco más de un siglo ha pasado desde que Cantor inició con estas ideas. El desarrollo actual de la teoría de conjuntos es enorme. Uno de sus objetivos iniciales fue el de fundamentar a toda la matemática, es decir, dar una serie de reglas o axiomas de los cuales toda la matemática se derivara. No pasó mucho tiempo para que Kurt Gödel nos indicara que esto es imposible (ver [5]). En la actualidad, gran parte del trabajo de la teoría de conjuntos se centra en estudiar distintos modelos, o en tratar de construir modelos donde se cumplan ciertas cosas en las que estemos interesados. Por ejemplo, estudiar un modelo donde la hipótesis del continuo es verdadera, o tratar de construir otro modelo donde la hipótesis del continuo sea falsa, etc. Justamente así fue como se dio un desarrollo increíble en la segunda mitad del siglo pasado. Paul Cohen en 1963 (ver [2]), para poder construir un modelo donde la hipótesis del continuo es falsa, desarrolla una técnica (la técnica de forcing), que tiene una eficacia enorme para producir modelos al gusto del cliente. A poco más de cincuenta años se dice fácil, pero han sido muchos matemáticos los que han ido colaborando para voltear, torcer, desfigurar, comprimir, o hacer completamente irreconocible (a primer vistazo), el uso de esta técnica para ir respondiendo muchas preguntas complejas en la misma teoría de conjuntos, pero también en topología y análisis.

Volvamos brevemente a la idea anterior sólo para fijarla, comenta uno de mis preguntones. En efecto, la hipótesis del continuo es independiente de los axiomas ZFE (axiomas de la teoría de conjuntos), ya que tenemos modelos de ZFE donde sí se cumple la hipótesis del continuo (ver [6]), y otros donde no (el modelo que construye Cohen en [2]). Así como la hipótesis del continuo, surjen muchas otras preguntas que pareciera que nuestros axiomas no pueden responder. Es ahí donde entra el forcing, intentas construir modelos donde la pregunta se responda positivamente (ahí dices que el resultado es consistente con tus axiomas), o construyes modelos donde la pregunta se responda negativamente (ahí dices que la negación del resultado es consistente con tus axiomas). Si puedes construir modelos para ambos casos, se dice que tu resultado es independiente, es decir, con tus axiomas no puedes probarlo ni refutarlo, como le ocurrió a la hipótesis del continuo que es independiente de los axiomas de ZFE. Entonces, si quieres usar ese resultado independiente, no te queda de otra más que axiomatizarlo y añadirlo a tu lista de axiomas.

Tratar de entender estas cuestiones (y hacer las pases con mi profesor de teoría de conjuntos que me decía que hacía justamente lo necesario para aprobar el curso sólo porque me veía dormitar en clase y sacaba 6 en los parciales), fue lo que me entretuvo en la maestría.

Hasta el día de hoy no he pasado de este punto con mis preguntones. Después de este punto las cosas se tornan un poco complicadas, hay que incluir muchas definiciones con cuidado, todos se quedan dormidos. Es por eso que creo que este es un buen punto para detener mi relato.

5. DESENLACE

No puedo dar por terminada esta historia sin hacer una confesión a los amables lectores que han llegado hasta este punto. Los preguntones no existen, jamás existieron, siempre fuí yo, siempre fueron voces en mi cabeza que me inundaban con dudas, ideas erróneas y, en algunas ocasiones, chispazos de luz y entendimiento. Pero han sido estas voces las que me han empujado por este arduo camino de las matemáticas y las que me continúan arrastrando hasta quién sabe dónde, ya las escucho acercarse. Ahí vienen:

"*Sergio, ¿Qué es eso de colapsar Cardinales?*".

Bien, pues verás, tómate un modelo transitivo y numerable de...

Este relato está dedicado a Manuel Ibarra Contreras, maestro de la FCFM-BUAP, docente entusiasta y amigo.

REFERENCIAS

[1]E. T. Bell. (s.f.). *Queen of the Sciences*. Recuperado el 15 de Mayo de 2015, de https://archive.org/details/queenofthescienc031537mbp

[2]P. J. Cohen (1963). *The independence of the continuum hypothesis I*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA 50, 1143-1148.

[3]J. W. Dauben. (1979). *GEORG CANTOR His Mathematics and Philosophy of the Infinite*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

[4]K. Dwamena, C. Meyrick. (2013). *Mathematical Studies, Standard level for the IB Diploma*. Cambridge: Cambridge University Press

[5]K.Gödel. (1931). *Sobre sentencias formalmente indecidibles de Principia Mathematica y Sistemas Afines*.

[6]K.Gödel. (1940). *The consistency of the axiom of choice and of the generalized continuum hypothesis with the axioms of set theory*. Annals of mathematics studies 3. Princeton: princeton University Press.

[7]YAHOO! RESPUESTAS (s.f.) *Existen infinitos mas grandes que otros?* Recuperado el 15 de Mayo de 2015, de https://mx.answers.yahoo.com/question/index?qid=20080715181321AAuNWjQ

M. C. Sergio Atayan García Balán

Nació y creció en la ciudad de Campeche. Realizó sus estudios de licenciatura y maestría en la FCFM-BUAP, finalizando en julio de 2014. En la actualidad es docente en matemáticas en el Bachillerato 5 de Mayo de la BUAP. Está interesado principalmente en teoría de conjuntos, topología de conjuntos y la enseñanza de las matemáticas.

Con-Ciencia Estudiantil
Año 01 Núm. 02
Primavera de 2015
Páginas 9–12

¿Qué forma tiene la Tierra?

Tania Paulina Huerta Flores[1], Luis Fernando Gómez Ceballos[2]

Facultad de Ingeniería, BUAP[1, 2]
Centro de Investigación en Dispositivos Semiconductores ICUAP (CIDS-ICUAP)[2]
C.U. 14 sur y Av. San Claudio,
Colonia San Manuel, Puebla, Pue.
C.P. 72570 MÉXICO
[1]taniahuerta.flores@gmail.com
[2]fgoceballos@gmail.com

RESUMEN

Entender a la Tierra como un cuerpo celeste, dinámico y con una forma geométrica sin simetría, no es fácil. Es por ello que, en este trabajo, se analizarán los conceptos básicos para comprender el aspecto superficial de la Tierra, entendiendo al geoide como su mejor aproximación. También, se dará un preámbulo de la ciencia que se encarga de su estudio y de la importancia que tiene para el desarrollo de algunas áreas del conocimiento, principalmente en las Ciencias de la Tierra.

1. INTRODUCCIÓN

Desde inicios de la humanidad el hombre se ha preguntado: ¿qué forma tiene la Tierra? En un principio, los griegos pensaron que la Tierra tenía forma de una esfera (235 a. c) y con esta hipótesis Eratóstenes midió el tamaño de la Tierra [1], mucho tiempo después, Newton hizo pública su Ley de Gravitación Universal en su escrito denominado *Principia* la cual manifiesta: *La fuerza entre dos partículas que tienen masas m_1 y m_2 y que están separadas por una distancia r es una atracción que actúa a lo largo de la línea que une las partículas y que tiene por magnitud:*

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{1}$$

donde G es la constante gravitacional [2]. Dicha ley se utiliza suponiendo masas de forma esférica pues como podemos observar sólo depende de la distancia radial.

Ahora bien, si calculamos el potencial de la ecuación 1, obtenemos :

$$\Delta U = -\int F dr \tag{2}$$

entonces, el potencial gravitacional tiene la forma:

$$U(r) = G\frac{m_1 m_2}{r} \tag{3}$$

Si las masas son conocidas, entonces el potencial sólo dependerá de la distancia, luego, graficando las superficies equipotenciales, es decir, aquellas curvas donde el potencial tiene el mismo valor [1], ($U = U_0$, U_0 constante,) obtenemos la figura 1.

Actualmente se sabe que la gravedad y la

[1] En cálculo de varias variables se les conoce como curvas de nivel en dos dimensiones o superficies de nivel en tres dimensiones

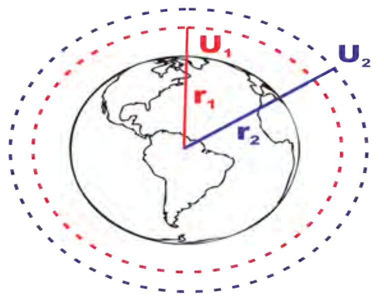


Fig. 1. Representacin gráfica de dos superficies equipotenciales U_1 U_2

rotación de la Tierra producen achatamiento en los polos y un ensanchamiento en el ecuador, por lo tanto, la Tierra no es redonda sino es parecida a un elipsoide o esferoide oblato, podemos pensar que tiene forma de una sandía.

2. GEOIDE O ELIPSOIDE

Para las Ciencias de la Tierra es primordial el estudio del planeta como un cuerpo celeste donde la forma y el relieve son importantes, así se dio inicio al estudio de su esfericidad y se predijo que no es uniforme, sino que, no tiene volumen con simetría esférica u elipsoidal, más bien tiene una forma irregular [3].

En 1687, Newton introdujo el concepto de geoide, que representa una superficie de referencia donde la superficie equipotencial es asignada al nivel medio del mar (nmm); esto sera exacto siempre y cuando los océanos fueran homogéneos, es decir, si la densidad del agua fuera la misma en todas partes (misma salinidad, temperatura, contenido mineral, etc.). Además no todos tienen el mismo nivel (recordemos el efecto gravitacional que ejerce la Luna sobre los océanos). Por ende, resulta ser la forma real o teórica de la Tierra, la que tiene dificultades para su representación matemática. En consecuencia surge lo que es la elipsoide (figura 2); observamos que el geoide tiene forma irregular pero tendiendo al elipsoide, entonces, aparece la cuestión sobre la verdadera forma de la Tierra y qué causa su irregularidad. Estas preguntas se contestan tomando en cuenta los siguientes puntos:

1. Efectos de la topografía (exceso o deficiencia de masa).
2. Variaciones de la densidad en la litósfera.
3. Probablemente las corrientes de convección producidas en el manto causan variaciones en la superficie terrestre.

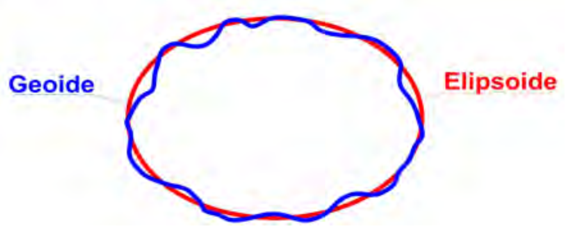


Fig. 2 Geoide y elipsoide

De modo que, la Tierra puede representarse geométricamente mediante un elipsoide, también llamado elipsoide de referencia que es la representación ideal (matemática) de la forma que tiene el planeta y es definida como la superficie equipotencial de una Tierra uniforme; este último término ha permitido facilitar los trabajos geodésicos.

3. GEODESIA

Para saber con precisión la curvatura que tiene la Tierra, se necesita conocer el campo gravitacional, la distribución de su masa, así como la deformación que presenta, por lo que se origina la Geodesia, como un área que se apoya de la Física, teniendo como objetivo determinar la figura y magnitud del globo terrestre, al igual que la representación de zonas menores de la Tierra llamados mapas. Entonces, vemos que entender la forma que tiene el planeta no es tan sencillo.

De manera didáctica, se puede representar el aspecto de la Tierra si se toma un pedazo de plastilina, se forma un tipo pelota y en seguida se manipula con las manos de manera que no se separe mucho de su forma esférica pero si su simetría resultando una apariencia similar al de la Tierra (figura 3).

Fig. 3 Representación de la Tierra.
Imágenes tomadas con giros de 60^0

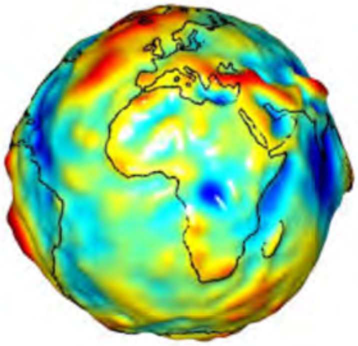


Fig. 4 Geoide. Forma real de la tierra [4]

Anteriormente se explicó la diferencia entre geoide y elipsoide pero, ¿cómo se obtienen? El elipsoide es obtenido mediante modelos matemáticos, es decir, está definido por ecuaciones y el geoide resulta ser la tarea difícil de los geodestas, ya que éste puede ser medido, mediante altímetros, GPS's o gravímetros.

Principalmente se realiza con gravímetros, mediante mediciones en la superficie terrestre con un gravímetro, obteniendo la variación de la fuerza gravitacional vertical del punto H. (figura 5); de modo que utilizando métodos numéricos se procede a eliminar las anomalías locales producidas por cambios de la densidad y, finalmente, se obtiene la variación de la masa en dicho punto.

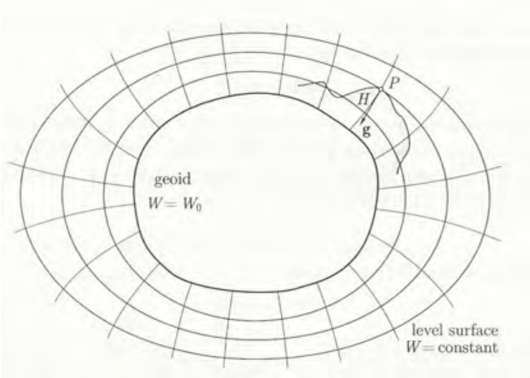


Fig. 5. Superficies de nivel Geoide y elipsoide [5]

4. CONCLUSIONES

El geoide es la verdadera forma de la Tierra, su definición es puramente física y se asemeja al elipsoide.

Los sistemas de referencia están basados en elipsoides de referencia como son: GWS84 (World Geodetic System 84), ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989), ED50 (European Datum 1950).

Con la ayuda de la Geodesia se han podido establecer los medios de posicionamiento como es el Sistema de Posicionamiento Global GPS.

REFERENCIAS

[1]Hewitt, Paul G. (2004) Física conceptual. (Novena edición) México: Pearson.

[2]Resnic R., Halliday D, y Krane K. S. (2013) Física Vol. 1. (quinta edición) México: Patria.

[3]Vanicek P. (1984) Geodesia Física Aplicada, Tomo 1. México: INEGI.

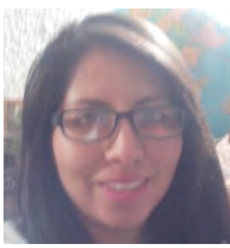
[4]Jet Propulsion Laboratory, NASA, California Institute of Technology.

http://www.jpl.nasa.gov/spaceimages
/details.php?id=PIA12104.

[5]Hofmann-Wellenhof B. and moritz H. (2006) Physical Geodesy(Second edition) springer. New York.

[6]Telford W. M., Geldart, L. P. and Sheriff R. E. (2004) Applied Geophysics (Second edition) New York. Cambridge University Press.

[7]Blakely, Richard J. (1996)Potential Theory in gravity and Magnetic Applications.New York: Cambridge University Press.




Ing. Tania Paulina Huerta

Estudió la Licenciatura en Ingeniería Geofísica en la FI-BUAP; actualmente está realizando su tesis.

M. C. Luis Fernando Gómez Ceballos

Realizó la Licenciatura en Física en la FCFM. la Maestría en Matemáticas en la FCFM-BUAP. Profesor Medio Tiempo en la Facultad de Ingeniería (FI-BUAP). Actualmente estudia el Doctorado en Dispositivos Semiconductores en el CIDS-ICUAP.

Año 01 Núm. 02
Primavera de 2015
Páginas 13–20

Dr. José Luis Carrillo Estrada

El Doctor José Luis Carrillo Estrada nació en la ciudad de Puebla en los años 50. Es físico egresado de la escuela de ciencias Físico-Matemáticas de la Universidad Autónoma de Puebla en 1976. Obtuvo sus grados de maestría y doctorado en ciencias (Física) en la Universidad Nacional Autónoma de México en 1980 y 1984 respectivamente. Actualmente es profesor investigador de tiempo completo en la Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Instituto de Física. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores desde 1985 (actualmente es SNI II). Sus áreas de investigación incluyen: Física de sistemas mesoscópicos y de dimensionalidad reducida; Fluidos coulombianos; Mecánica Estadística de Sistemas Complejos. Ha dirigido 5 tesis de licenciatura, 15 tesis de maestría, 9 tesis de Doctorado y 5 postdoctorados. Ha obtenido diversas distinciones: Premio estatal de Física Puebla, en los años 1984 y 1987 otorgado por el Consejo Estatal de Ciencia y Tecnología del estado de Puebla. Premio estatal de ciencia y tecnología 2004 otorgado por el gobierno de Puebla. Fue nombrado Ciudadano Distinguido por el cabildo del Municipio de Puebla en 1990. Premio al saber otorgado por la Asociación Mexicana de Ingenieros Mecánicos y Electricistas AMIME (1976) entre otras distinciones.

¿Qué lo motivó a estudiar una carrera científica?

Tengo que decir que nunca fue una decisión consciente. Creo que fue un conjunto de circunstancias porque, en la época cuando yo tuve que tomar la decisión de estudiar física, la información con la que se contaba era muy limitada y si bien, la escuela de física era una de las más desarrolladas dentro de la universidad no era muy conocida al exterior. El acercamiento hacia la física fue un poco casual, como respuesta de un afán mío de separarme un poco de mi hermano, porque desde muy niño estuve con él en la misma escuela, desde el kínder hasta la secundaria y después de muchos años se creó un afán de querer una propia personalidad, una etiqueta diferente a la del hermano pequeño de Fausto Antonio. Cuando salimos de la secundaria tuvimos que enfrentar la cuestión ¿qué van a hacer?, él dijo - yo voy a estudiar la preparatoria - y yo dije de inmediato - voy a estudiar la vocacional. Entonces surge el primer encuentro con algo más técnico. La formación de la vocacional era más enfocada hacia la ingeniería y ahí oí hablar de la escuela de física, no de la escuela de física de la Universidad Autónoma de Puebla sino de la escuela de física del Politécnico. Durante la etapa de primaria a vocacional no era buen estudiante en las materias que no fueran física y matemáticas, entonces surgió como posibilidad el estudiar física. Cuando decidí entrar a la Facultad de Físico-Matemáticas simultáneamente me inscribí a ingeniería química, después de cierto tiempo me convencí de que me atraía más la física y abandone la otra carrera. La decisión de estudiar física no fue muy consciente, fue más casual el asunto.

¿Hay alguna anécdota que recuerde con gusto sobre su época de estudiante?

Pues muchas. Con particular gusto recuerdo que en una ocasión, en el que estábamos probablemente en el séptimo semestre y éramos muy pocos, tomábamos el curso de filosofía de la ciencia con el entonces rector de la universidad, el ingeniero Luís Rivera Terrazas. Íbamos a tomar clase en rectoría y entramos cuatro o cinco en la sala previa a su oficina, estábamos esperando y vimos que él estaba discutiendo intensamente con una persona, lo estaba regañando, entonces sale este señor y entramos nosotros muy cohibidos pensando que estaba enojado, pero nos recibió con muchísimo gusto y como si no hubiese pasado nada. Era una persona con una capacidad increíble para separar sus asuntos y sus emociones, he visto muy poca gente que tiene la capacidad para estar discutiendo con alguien y en tres segundos pasar a otra cosa con un estado de ánimo diferente. Fue impresionante e interesante.

Fuimos una generación muy activa, porque desde muy jóvenes comenzamos a dar clases y esa es la razón por la que todos los de mi generación tenemos tantísimos años de antigüedad en la universidad. Yo acabo de cumplir 42 años de antigüedad. Comencé a dar clases en la universidad cuando tenía 18 años en la preparatoria Benito Juárez, estaba iniciando el tercer semestre, una época en la que hubo un necesario recambio de profesores porque por ejemplo, médicos daban física o ingenieros estaban dando probablemente filosofía. Era más bien como una escuela un poco descuidada, la universidad estaba en esas condiciones. Fue pues necesario un cambio no del todo suave en la planta de profesores y ahí entramos, pues era necesario que ayudásemos porque no había profesores para la preparatoria y era mejor que un estudiante de tercer semestre de la facultad iniciara dando clases ahí que dejar eso desierto. Así comenzamos muchos. Es obvio que en esas condiciones vivimos épocas turbulentas, complicadas, algunas veces muy emocionantes y gratificantes y otras veces deprimentes. Tengo muchísimas anécdotas que contar.

¿Es verdad que el estudio de la ciencia está destinado sólo a unos pocos?

Yo diría que hay gente con actitudes para diferentes áreas del conocimiento, que no tiene mucho que ver con la inteligencia. Existen predisposiciones, a lo mejor de origen social o familiar que influyen muchísimo, pero también creo que algunos nacen con cierto gusto para dedicarse a la ciencia. Me parece que la ciencia como muchas otras actividades requiere de una gran voluntad, esfuerzo y una consistencia. Cuando ya hablamos de un grupo de científicos necesariamente hablamos de una elite, en el buen sentido de la palabra, porque el constituirse como el grupo avanzado de esa actividad siempre requiere un esfuerzo y consistencia. Entonces la respuesta a esta pregunta es que no. No en el sentido de que esta predeterminado para cierta gente que tiene ciertas cualidades específicas. Quien quiera estudiar ciencia y desee alcanzar ciertos niveles, necesariamente debe prepararse.

¿Cuál es su área de investigación y en qué consiste?

Una manera de describir lo que hago, no muy detallada, sería: Estudiar las metodologías que corresponden al área de la mecánica estadística de sistemas complejos, fundamentalmente de sistemas complejos en materia condensada. También hago algunas aplicaciones de la mecánica estadística a sistemas no muy ortodoxos dentro de la física tradicional, como podría ser lo que se conoce como econofísica o ecolofísica. Éste tipo de áreas de la ciencia que son emergentes y que en ellas concurren especialistas de diferentes disciplinas. En los últimos tiempos he puesto especial atención hacia los fluidos complejos y hacia las propiedades colectivas de sistemas mesoscópicos.

¿Cómo decidió especializarse en esta área?

Bueno, quisiera pensar en que mi área no es tan especializada. Tengo muchos años trabajando en física y he tenido la fortuna de poder cultivar varias cosas que han sido de mi interés. Ciertamente, he hecho trabajo en cuestiones de estado sólido, sobre teoría de los fundamentos de la mecánica estadística (más matemático el asunto), sistemas no ortodoxos en problemas interdisciplinarios. Tengo algunas colaboraciones en las que he comenzado a utilizar las técnicas de la física para tratar de entender algunos fenómenos demográficos. Creo que no he tratado de especializarme, de hecho, mi consejo hacia mis estudiantes es que no se ultra especialicen. La ciencia de aquí hacia adelante cambiará notoriamente y rápidamente. Se van a combinar diversas áreas de la ciencia y se van a definir nuevos campos emergentes.

Hay campos que surgen como moda, como algo urgente, como algo necesario y que rápidamente crecen y luego decaen. Actualmente oímos la palabra nanociencia o nanotecnología, pero yo les pues asegurar que en diez años casi no vamos a oír de eso, pero sí vamos a oír de algunas otras cosas. Vamos a oír de algunos campos emergentes donde se combina la biología, la física, la química y probablemente alguna disciplina como medicina. Por ejemplo, se hablará de cosas que tienen que ver con el funcionamiento del cerebro: ¿Qué es el pensamiento? ¿Qué es la memoria? ¿Cómo la usamos?, porque en ese tipo de cuestiones nuestro cerebro es muy eficiente. Eso es lo que creo que va a dominar en nuestras áreas del conocimiento en el futuro. Las otras que son más de interés tecnológico crecen, pero rápidamente desaparecen cuando ya se tiene conocimiento acumulado y aplicaciones tecnológicas abundantes. Por allá de los fines de los ochenta se descubrieron los superconductores de alta temperatura critica, en ese entonces se desato un boom sobre esa área, se invirtió mucho dinero, se hizo investigación y después de unos 15 años decayó. De la misma manera podemos ver muchas áreas que son de moda o de interés pasajero, aunque hay otras áreas que se mantienen durante muchos años, pero la tendencia es definitivamente la multidisciplinaria.

¿Qué aspectos de su trabajo son los que más le agradan y cuáles no?

Me agrada muchísimo la etapa de trabajo con mis colaboradores y mis estudiantes, cuando uno ya sobrepaso este preámbulo que significa el explorar la literatura y la metodología existente, ya la pregunta que uno se hizo comienza a abordarse creativamente. Esa etapa en la que cada sesión de trabajo se convierte en descubrimiento de cosas y de nuevas ideas. Eso es de lo más gratificante, probablemente lo que mantiene la ilusión de llegar a eso y lo que mantiene al científico activo.

Me gusta ver como se han desarrollado mis estudiantes después de un periodo de clases en un curso. Cuando uno comienza a trabajar con un grupo, el tratar de hacerles ver que no sólo es aprender de algo de lo que viene en un libro, es intentar crecer una estructura mental en la que uno pueda crecer los conceptos. Esas estructuras es necesario que los estudiantes las desarrollen por sí mismos. No que el profesor le imponga la forma de pensar al estudiante, sino que lo anime y le dé la guía para que él mismo vaya armando su propia forma de entender las cosas. Entonces la evolución que se da, de cuando uno comienza un curso hasta que uno termina, en algunos casos es fabulosa. Me gusta ver mucho eso.

Me gusta el hecho de que tenemos la posibilidad de relacionarnos de inmediato con cualquier otro investigador en cualquier otra parte del mundo. Nuestro lenguaje tan común de la ciencia es increíble. Si estamos estudiando problemas físicos semejantes o cercanos entonces nos entendemos de inmediato y sin ambigüedades. Creo que esa experiencia no es comparable con ninguna otra área del conocimiento. Podemos hablar con gente de muy diferente origen, culturas, en fin, eso es muy satisfactorio.

¿Qué no me gusta? A lo mejor, al sentirnos una especie de elite, mucha gente lo confunde como si fuera solamente la ciencia una tarea de iniciados y a veces suelen sentirse superiores en algún sentido. Eso causa una ruptura, fricciones o rompimiento en el tejido social entre los científicos. Esas personalidades disfuncionales no se notan muchas veces, pero en otras ocasiones son capaces de obstaculizar un desarrollo importante. No me gusta mucho cuando estoy en un grupo de científicos donde hay personas de este tipo.

No me gusta la precariedad en el medio nacional científico y en algunas universidades de provincia. No estoy describiendo la situación propia del instituto, que tiene una infraestructura aceptable y algunas cosas muy buenas. La precariedad económica que se manifiesta en el medio nacional científico, como la falta de infraestructura que ocasiona que nuestra formación como científicos se enfoque básicamente hacia la parte teórica (y debemos ser conscientes de que la física es una ciencia experimental, la parte teórica sin la contrapartida experimental le cuesta más trabajo desarrollarse), es la situación con nuestro país y muchos otros países no desarrollados. Es una limitante importante, sin embargo, no quiere decir que no seamos capaces alcanzar una condición competitiva. Lo que si quiere decir es que, aunque en número son muy pocos científicos para las necesidades del país (comparados con países muy desarrollados tenemos un factor de cien en el número de científicos vía la proporción óptima con respecto a la población, la diferencia es enorme), son bastante buenos, la mayoría son muy competitivos.

¿Cuáles son sus proyectos actuales?

Sobre mis proyectos en cuanto a ciencia, estoy muy interesado a comenzar a abordar algunos problemas que tiene que ver con la auto-organización en sistemas biológicos. Un problema de la física que quisiera llevar adelante en los próximos años es estudiar los sistemas fuera de equilibrio donde las preguntas que me hago tendrían relevancia para explicar fenómenos biológicos. Por otro lado pretendo avanzar en conjunto con dos de mis estudiantes con dos temas que serían el antecedente de lo que quiero hacer. Actualmente hemos llegado a una condición en la que tenemos muchas preguntas interesantes y las posibilidades de dar respuestas satisfactorias, muy bonitas y muy gratificantes. Los dos temas a los que me refiero son dos grandes áreas. Por un lado, fenómenos colectivos en sistemas mesoscópicos y por otro lado, fenómenos de auto-organización en sistemas formados por partículas que dan origen a fenómenos de agregación y auto-ensamblado.

Otro proyecto es contribuir, como lo he hecho desde muchos años, con el progreso de nuestro instituto, de nuestra sociedad y participar en algunas comisiones en las que tengo alguna opinión. En CONACYT participé durante muchos años y tuve la oportunidad de dejar plantadas ideas que eventualmente se desarrollaron. En las organizaciones en las que he participado, como la academia mexicana de ciencias o la academia poblana de ciencias, se tienen planes para posibilitar una penetración mayor de la ciencia en la cultura en nuestro medio, para que deje de verse a los científicos o la inversión en ciencia como un mal necesario. No solamente es una inversión sino que es parte del desarrollo de la cultura, de las tradiciones, de la identidad, de lo que le da una cimentación a nuestra sociedad para sentirse a sí misma dueña de su futuro. Suena muy ambicioso pero en algo se puede contribuir.

¿Cuáles son las posibles aplicaciones de su línea de investigación?

Entre los sistemas que estudio que tienen que ver con materia condensada compleja, estamos estudiando unos sistemas compuestos por laminas (se les llaman compositos laminares) donde podríamos predecir cómo habría que crecer laminas delgadas (que contienen ciertos materiales que uno pudiera modelar mediante la aplicación de campos) para modular su conductividad térmica en un amplio rango, disminuir la termodifusividad y el transporte térmico.

Una teoría más general que puede tener aplicaciones en nuestra concepción de la estructura de diversos sistemas, tiene que ver con cómo es que una estructura que no es ordenada, en el sentido cristalino de la palabra, sino que tiene un orden no trivial (estructura multifractal), se refleja en las propiedades físicas del sistema, como de transporte, mecánicas, ópticas y muchas otras. Las aplicaciones serían muy diversas, desde hacer propuestas para mejorar la extracción de petróleo residual en pozos aparentemente ya terminados, hacer filtros, hacer sistemas de tratamiento de aguas contaminadas, se me ocurren muchas más cosas que tienen que ver con el control y comprensión de estructuras con orden no trivial.

¿Sólo la ciencia que se aplica sirve?

Por supuesto que no, mucho menos actualmente y mucho menos en el futuro. La ciencia es una. Las aplicaciones surgen a veces de donde uno menos piensa. Hay gente que se dedica a hacer desarrollo científico pero completamente aplicado y eso está muy bien, pero la mayoría de esos desarrollos científicos, fuera de los que realmente causan un gran efecto en la sociedad y en la industria, siguen una secuencia de cosas que son de menor valía o impacto, entonces para que se posibiliten nuevas aplicaciones que realmente revolucionen las cosas, es necesario que se desarrolle otro aspecto de la ciencia y eso es el aspecto fundamental. Hace rato hablábamos de la interdisciplina. Una pregunta muy relevante sería por ejemplo ¿Cómo nosotros en nuestro cerebro somos capaces de manejar tantos niveles de memoria? Tenemos para comenzar una concepción bastante equivocada de lo que es la memoria, si entendiésemos nosotros como funciona nuestro cerebro para guardar información, recobrarla y procesarla, entonces nuestras computadoras podrían ser diseñadas de manera más eficiente. Nuestras preguntas que hacemos y que tendrán relevancia en el futuro e impacto en lo aplicado ahora tienen que ver con la ciencia básica, preguntarnos desde el mero fondo porqué los fenómenos son como son, porqué todavía no entendemos cómo en el ribosoma se van ensamblando aminoácidos de una manera tan precisa, esas cosas tan complejas requieren de un avance en lo fundamental, cuando entendamos eso, también haremos aplicaciones. En el futuro no habrá ciencia aplicada si no hay ciencia básica.

¿Por qué es importante hacer ciencia en México?

Porque el conocimiento en todos los aspectos en los que tiene que ver el ser humano es parte de la cultura, la cultura no es la música clásica, no es nuestra identidad, no es nuestras tradiciones, es cómo concebimos el universo y cómo se modifica, cómo nos sentimos como pueblo, como nación, como semejantes de otras naciones y de otros pueblos, cómo contribuimos al desarrollo de la humanidad, cómo absorbemos también el conocimiento ajeno, cómo lo incorporamos al nuestro y creamos nuevas cosas. En la actualidad, un país que no tenga investigación en todas las áreas del conocimiento tiene un serio problema, tendería a desaparecer porque simplemente las condiciones económicas serían muy adversas, hay que comprar todo, la mercancía más cara en la actualidad es el conocimiento, entonces si no tienes ese conocimiento desarrollado y es propio, tienes que comprarlo y te lo venden cuando quieren y como quieren. Si nosotros hubiésemos seguido haciendo investigación en cuanto el petróleo desde que se crea el Instituto Mexicano del Petróleo, ahora México sería una potencia tecnológica en cuanto a petróleo. No le pusieron importancia a eso y al contrario frenaron ese desarrollo, ahora nos encontramos con muchas cosas que podríamos estar haciendo y eso pasa. La falta de desarrollo de la ciencia se refleja en una precariedad económica, en infraestructura, entonces una sociedad en esas condiciones se va deprimiendo, no desaparece nuestro orgullo y nuestro cultura antigua, eso está ahí y va a estar ahí, pero cada vez seríamos menos capaces de mantenerla y acrecentarla, porque la cultura no son recuerdos, es algo vivo es con lo que uno se relaciona y transforma cosas. Entonces esa es la razón, no es ni un lujo, ni tampoco una inversión con un sentido puramente económico.

¿Cuál es su perspectiva del desarrollo científico en la BUAP y en el estado? ¿Cuáles son los principales desafíos que se deben enfrentar?

Es una pregunta compleja e interesante. Pienso que la BUAP está pasando por una etapa de transición. De unos 17 años para acá, el sistema de investigación de la BUAP se ha consolidado bastante bien. Las medidas que tomaron las autoridades, en general, han permitido un buen desarrollo. La BUAP ya concibe a su sistema de investigadores como algo bien establecido, como algo que merece cuidado. En ese sentido lo que se consiguió en los pasados 18 años es importante. Hay algunas cosas que han estado evolucionando desde entonces, no todas la áreas de la universidad han crecido de la misma manera, la dinámica de una población universitaria ahora refleja nuevos retos que no sé hasta qué punto seamos capaces de abordarlos con éxito. Me refiero a algo como lo siguiente: podemos decir que el desarrollo de la BUAP está razonablemente bien, sobre todo en el aspecto científico, habría que dar un paso que tiene que ver con darle mayor visibilidad real a los grupos desarrollados de la BUAP, a los grupos de investigación en todas las áreas, internacionalizarnos a la buena, no con publicidad sino con acciones, inversiones con actividad rica, con actividad de esa que requiere una gran dedicación, de un gran esfuerzo por parte de muchas personas y cuyos beneficios se notan después de varios años. Estamos en esa etapa, estamos en una etapa de transición, si hacemos las cosas bien podríamos dar un paso muy significativo hacia adelante, en caso de no darlo bien nos estancaríamos. Algunas otras instituciones ya están dando ese paso, lo están haciendo pues bastante bien. En ese sentido mi perspectiva tiene cierto grado de incertidumbre.

La perspectiva en el país es más complicada. Yo creo que siempre hemos estado en una condición en la que si se hicieran las cosas bien, si hubiese un grupo mayor de científicos planeando el desarrollo científico, con posibilidades de decidir, si hubiese un grupo de intelectuales para hacer planes de desarrollo para diferentes aspectos de lo que pueden hacer las universidades (el medio educado del país), entonces tendríamos por supuesto mejores perspectivas. No necesariamente nuestras autoridades, federales y estatales, toman las mejores decisiones. La mayoría de las veces no están preparadas para ver las características complejas de un medio educativo o científico.

En cuanto a la educación, ahí todavía lo veo con mayor pesimismo. Necesitamos mejorar la infraestructura desde muy abajo, recobrar el empuje que tenía la educación mexicana hace unos 50 años, era de avanzada en muchos aspectos, se ha ido corrompiendo, se ha ido cambiado lo importante y lo fundamental porque nos ha ganado el aumento poblacional, entonces la inversión se hace solamente en lo urgente y no en lo importante. Las cosas no las veo muy fáciles de cambiar. Así es como veo el desarrollo de la ciencia en nuestro estado, en nuestra institución, en nuestro país.

¿Cuál es su mayor satisfacción a nivel profesional?

Tendría que ver con algunas cosas que creo que los que nos dedicamos a esto siempre tenemos presente. Siento que lo que he hecho con relación a mis colaboradores y estudiantes, ha sido muy importante para mí. He aprendido mucho de ellos y creo que he tenido la enorme suerte de encontrarme con excelentes personas, todos ellos desde muy chavitos comenzaron a crecer cerca de mí y muchos de ellos son ahora excelentes científicos independientes. Tuve el gusto de contribuir a la fundación del Doctorado en Física del instituto, dirigí la primera tesis doctoral en física del estado, no solo de la BUAP. La primera doctora en física egresada de una institución del estado fue una de mis alumnas, en una época en la que había que hacer todo con respecto a los posgrados, hacer reglamentos, conseguir infraestructura, someter proyectos, tratar de que nos comprendieran al interior de la universidad, de que no podíamos vivir aislados, de que teníamos que exponernos al exterior para poder aspirar a un desarrollo más internacional en el sentido científico, hubo que hacer muchas cosas pero salieron bien. A los pocos años de la fundación del instituto se comenzó a hacer el análisis de los posgrados en el país y me tocó participar en la primera comisión del CONACYT, estaba recién graduado, uno de mis profesores era el encargado por CONACYT del área de física y me invito a participar en la comisión. Hicimos un análisis del estado de todos los posgrados de física en el país y había cuatro posgrados considerados como consolidados, el posgrado en física de la UNAM, CINVESTAV, Politécnico y Puebla. Desde entonces, el posgrado no ha salido de esa consideración. Creo que pudimos habernos desarrollado más rápidamente en los últimos años, pero lo cierto está en que el posgrado en física sigue siendo un referente. Junto con mis compañeros propusimos la creación del posgrado en ciencias de materiales, ahora también un muy buen posgrado. Una de mis grandes satisfacciones es haber contribuido en ese sentido.

¿Cuáles son sus proyectos a futuro?

Es difícil, no me quiero ver como predicador, en nuestro medio eso es muy peligroso. La experiencia me dice que la ciencia cambia cada vez, cambia más rápido, crece de forma rápida, es el último periodo de unas cuantas decenas de años donde el crecimiento es increíblemente rápido, pero eso implica que las áreas cambian extraordinariamente rápido y cada vez más. Uno puede incorporarse a esa tendencia siempre que esté preparado para esto. No es mala idea el tener una formación general básica muy bien cimentada, pues de ahí para adelante eso posibilita abordar cualquier tema de física. Cuando nuestros estudiantes terminan con una buena formación básica pueden dedicarse a lo que quieran. Se pueden dedicar en su doctorado y su postdoctorado a hacer cierto tipo de investigación, pero si les aburre o las cosas cambian, podrían sin mucho problema abordar otros temas o abordar estos campos que son muy diversificados, con participación de otras disciplinas. Están capacitados para eso, eso es lo que yo vería como deseable. Mi experiencia indica que los que han hecho eso bien, tienen una libertad enorme para incorporarse en lo que ellos quieren y eso es una de las cosas que los profesionales de la investigación más valoran, yo diría, esa libertad, porque uno tiene la capacidad de hacer lo que a uno le atrae y no sentirse atado por desarrollar una línea estrecha de la investigación.

Uno disfruta que los estudiantes sean activos y organicen seminarios, como el Seminario de Estudiantes del IFUAP, el oírse, el también asistir al seminario Jesús Reyes Corona, les va a desarrollar el gusto por oír conferencias de muy diversos campos del conocimiento. Para eso se requiere cierta capacidad y cierta apertura, una mentalidad abierta, como uno no es especialista en los temas que se dan en los seminarios, uno va a entender los elementos más importantes, lo básico de la plática y apreciar la importancia, la relevancia, el impacto de esa investigación sin ser especialista.

El comité editorial agradece al Dr. José Luis Carrillo Estrada la amabilidad que ha tenido al dedicar parte de su valioso tiempo a esta entrevista y a los Maestros en Ciencias Josué Ramírez Hernández y José Roberto Nicolás Carlock quienes realizarón esta entrevista.

Seminario de estudiantes del IFUAP.

Su propósito es fomentar el intercambio de ideas acerca de diversos temas que competen a la ciencia y de este modo motivarnos a desarrollar un mayor conocimiento de diversas áreas científicas. Te invitamos a participar, las charlas son los martes a las 15:00 Hrs. en el auditorio del IFUAP. Contacto: *seminario_estudiantes@ifuap.buap.mx.*

Con-Ciencia Estudiantil

Año 01 Núm. 02
Primavera de 2015
Páginas 21–25

Paradojas

Armando Romero Morales

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
C.U. Avenida San Claudio y 18 Sur,
Colonia San Manuel, Puebla, Pue.
C.P. 72570 MÉXICO.
romero2013@gmail.com

RESUMEN

En este escrito hacemos una breve recopilación de la información existente en la literatura referente a paradojas, mencionaremos algunas de ellas y una aplicación.

1. INTRODUCCIÓN

En el lenguaje coloquial, el concepto de paradoja puede tener diversos significados: enigma, misterio, ambigüedad, absurdo y por qué no, también disparate, pero en todos los casos con cierto sentido enfocado al análisis del tema en cuestión.

En ocasiones, invertir tiempo en resolver una paradoja, nos incita a buscar resolver una con mayor complejidad aceptando un reto mayor a nuestro razonamiento o bien por simple curiosidad natural. En la historia de la Matemática las mentes brillantes de sus protagonistas han estado constantemente ejercitándose en la resolución de paradojas de varios tipos y niveles, como actividad inseparable de las crisis y revoluciones científicas o bien como lecturas de ocio.

Las paradojas siempre han constituido un importante reto desestabilizador para concepciones vigentes, convirtiéndose así en un incentivo inmejorable para el esclarecimiento de las nociones y resultados básicos. De esta forma las paradojas son una de las mayores fuentes de estimulación para el surgimiento de nuevos conceptos, proposiciones e incluso teorías matemáticas. Una buena parte de las ideas más revolucionarias en la Matemática han nacido de situaciones profundamente ambiguas, en la confrontación de numerosas contradicciones y paradojas.

A continuación presentamos algunos ejemplos de paradojas. La lista no es exhaustiva, es tan solo una pequeña muestra, que pretende estimular la curiosidad del lector.

2. ALGUNAS PARADOJAS

Los universitarios de ciencias exactas deben estudiar Análisis Matemático y su primer encuentro en esta área se da en los cursos de Cálculo. Es por eso que tomamos algunos ejemplos de esta disciplina matemática, no obstante, ideas semejantes sin duda podrán elaborarse en otras ramas de la Matemática. En el proceso del aprendizaje de conceptos matemáticos, nos encontramos que no se trata de un proceso de sustitución de significados, sino más bien de adecuación, de reconocer en el enunciado matemático las distintas particularidades, el porqué es necesario y el porqué es más preciso; en la mayoría de los estudiantes esta tarea no es inmediata y para muchos es completamente imposible. Por tanto, consideramos indispensable una introducción gradual del rigor y abstracción, preparando previamente al estudiante para enfrentarse a un concepto nuevo.

A menudo se llegan a paradojas cuando se contradice el denominado principio del tercero excluido que afirma:

Cualquier enunciado proposicional es verdadero o es falso, pero no se pueden dar ambas cosas simultáneamente.

Uno de los obstáculos fundamentales en la asimilación del análisis está relacionado con la noción de límite, en un principio esta noción es compleja y una causa radica en su estrecho vínculo con la noción de infinito, más precisamente, con cantidades infinitamente grandes e infinitamente pequeñas. Según Galileo los razonamientos con estas magnitudes conducen a paradojas porque nuestra mente finita no puede entenderlos debido a la inmensidad de unos y la pequeñez de los otros.

La noción de proceso infinito en los razonamientos matemáticos se remonta al menos a la famosa paradoja de Zenón de Elea (486 a. C.). Se puede demostrar que un corredor muy veloz es incapaz de rebasar a otro más lento y que de hecho el movimiento mismo es imposible.

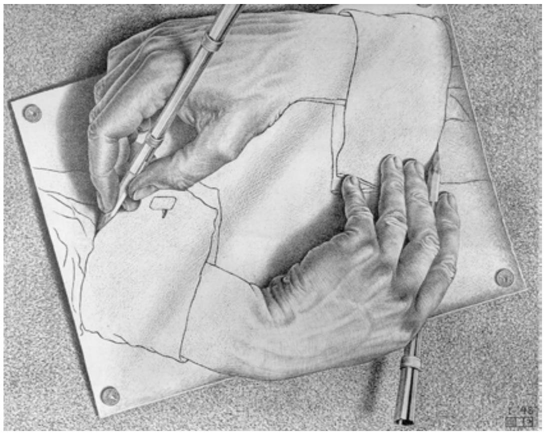
La paradoja de Zenón

Supongamos que queremos ir desde el punto A hasta el B, por tanto antes debemos pasar por el punto medio $\frac{(A+B)}{2} = A_1$, y después tendremos que pasar por el punto medio del segmento restante $\frac{(A_1+B)}{2} = A_2$ y así sucesivamente. Como para todo $A_n,\ A_n < B$ y existe el punto medio del segmento que los une $A_{n+1} = \frac{A_n + B}{2} < B$, entonces nunca llegaremos a B, cualesquiera sean A y B. Luego ¡el movimiento es imposible! Sin embargo, la experiencia física nos dice que si el caminante se desplaza con velocidad uniforme, entonces recorrerá la distancia total en el doble del tiempo que necesitó para la primera mitad del camino. La esencia de este absurdo radica en que, para recorrer cada uno de los infinitos segmentos en que se ha dividido AB, se necesitará un tiempo finito y la suma de infinitas cantidades finitas nuestra intuición nos sugiere que debe ser infinita.

Algo debe ser falso en este argumento, la paradoja aparece debido a la noción equivocada de que cualquier sucesión infinita de intervalos de tiempo debe sumar toda la eternidad.

La discusión de esta paradoja contribuye a que se exterioricen las ideas intuitivas de los estudiantes acerca de los procesos infinitos, ofrece la posibilidad de explicar, con razonamientos heurísticos sencillos, que una suma de infinitos números puede conducir a un valor finito.

Paradoja de Russell



Manos que dibujan

Obra creada por M. C. Escher en 1948, proporciona una analogía visual de la paradoja de Russell, así llamada en recuerdo al matemático británico Bertrand Russell quien planteó a sus contemporaneos de principios del siglo XX este problema lógico, que más tarde inspiraría los trabajos de Kurt Gödel, de Alan Turing y del autor sobre los límites de las matemáticas.

Una de las formas que toma la paradoja de Russell es el par de enunciados: “La oración siguiente es falsa. La oración anterior es verdadera”. Cada proposición, por separado, parece razonable; en cambio no es posible evaluar su verdad o falsedad al tomarlos conjuntamente. Es su combinación la que origina la paradoja, lo mismo que las dos manos del dibujo de Escher.

Las paradojas que Russell descubrió, atrajeron la atención de varios matemáticos, pero curiosamente solo una de ellas acabó llevando su nombre. No se puede postular la existencia de un conjunto que contenga a todos los conjuntos. Preguntemos entonces: ¿Es este conjunto elemento de sí mismo? Si fuera elemento de sí mismo, no lo sería, y recíprocamente. Esto se puede explicar rápidamente de este modo: observemos que los conjuntos más usuales en los que podemos pensar no son elementos de sí mismos. Por ejemplo, el conjunto de todos los números naturales no es ninguno de los números naturales. El conjunto de todos los árboles no es un árbol. Pero pensemos ahora por un momento en el conjunto de todos los conceptos. El conjunto de todos los conceptos sí es en sí mismo un concepto. O sea que, aunque un poco más rara, cabe la posibilidad de que un conjunto sea elemento de sí mismo. Si yo postulo la existencia del conjunto de todos los conjuntos, éste, por ser en sí mismo un conjunto, tendría que ser elemento de sí mismo. En definitiva, hay conjuntos que son elementos de sí mismos, y otros que no. Consideremos ahora el conjunto de todos los conjuntos que no son elementos de sí mismos. Si Ω fuese este conjunto entonces el conjunto $\mathbb{P}(\Omega)$ de todos los subconjuntos de Ω sería un elemento de Ω, es decir: $\mathbb{P}(\Omega) \in \Omega$ y también $\mathbb{P}(\Omega)$ es un subconjunto de Ω. Entonces existe m tal que $2^m \leq m$, lo cual es una contradicción.

El conjunto de todos los conjuntos mencionados en la paradoja de Russell encuentra un símil en la paradoja del Barbero.

Paradoja del Barbero

El barbero de un pueblo pequeño y apartado, presumiendo de no tener competencia se anuncia diciendo: que él afeita a aquellos hombres que no se afeitan a sí mismos. Tal descripción parece francamente razonable hasta que un buen día alguien le pregunta si él debería afeitarse a sí mismo.

Se afeita a sí mismo si, y solamente si, no se afeita a sí mismo, entonces por la primera parte de su afirmación, no debería afeitarse a sí mismo; pero si no se afeita a sí mismo, entonces por la segunda parte, debería afeitarse a sí mismo. Desde luego, se podría decir: ¿Y a quién le importa ese hipotético barbero? ¡Todo eso no es más que un absurdo juego de palabras! Pero cuando lo que se está dilucidando es el concepto matemático de conjunto no resulta tan fácil dejar de lado un problema lógico.

Paradoja de Burali-Forti

Se sabe en teoría intuitiva de conjuntos, que todo conjunto bien ordenado tiene un número ordinal; en particular, como el conjunto de todos los ordinales es bien ordenado, entonces debe tener un ordinal, digamos σ, pero el conjunto formado por todos los ordinales agregándole σ, tiene ordinal $\sigma + 1$, que es mayor que σ, por lo tanto no puede ser el número ordinal del conjunto de todos los ordinales ya que σ y $\sigma + 1$, no cumplen la ley de tricotomía.

La paradoja del Abuelo

La paradoja del abuelo es una paradoja física muy utilizada en la ciencia ficción, ya que tiene su base en los viajes en el tiempo. Es muy conocida y se ha utilizado en muchas obras, como por ejemplo *Terminator*, *Volver al futuro* o *Futurama*. Suponiendo el caso de que una persona pudiera viajar hacia atrás en el tiempo, retrocediera varios años y matase a su abuelo antes de que tuviera descendencia (concretamente al padre del viajero del tiempo), este no habría nacido ni hubiera tenido hijos, por lo cual el viajero del tiempo tampoco nacería ni le sería posible viajar en el tiempo para matar a su abuelo. Es curioso como se han ideado ciertas soluciones a esta paradoja para hacer posible el suceso, como la existencia de universos paralelos, líneas temporales alternativas, etcétera.

Las paradojas siguientes puede entenderse una como variante de la otra, y ambas son variantes de la conocida paradoja del mentiroso. En ambos casos, si la aseveración es falsa, ha de ser verdadera. Pero, si es verdadera, es falsa. Así que, cualquiera que sea la hipótesis de la veracidad estamos en un conflicto.

Paradoja de Platón y Sócrates

Platón: La próxima declaración de Sócrates será falsa. Sócrates: ¡Platón ha dicho la verdad!

Paradoja de Epiménides

Epiménides: ¡Todos los cretenses son mentirosos! Sabemos que Epiménides es cretense. ¿Decía Epiménides la verdad?

Paradoja del Quijote

Sancho Panza se convierte en gobernador de la Ínsula Barataria, en donde por ley, toda persona que llega a esta Ínsula, debe explicar el motivo de su viaje. Si la persona dice la verdad, es puesta en libertad; si la persona miente, deberá ser colgada. Una persona llega a Barataria y afirma: "Estoy aquí para que me cuelguen". ¿Será o no colgada esta persona?

No se puede tomar una decisión, ya que si la frase es falsa, entonces debe ser colgado, lo cual implica que la frase es cierta. Por otra parte, si la frase es cierta entonces deberá ser colgado, pero esto sólo sucede si la frase es falsa, lo cual es una contradicción.

Paradoja de Protágoras

Un estudiante, Euatlo, quería asistir a las lecciones de retórica de Protágoras en orden a poder ejercer de abogado pero, desgraciadamente, no disponía de recursos económicos. Protágoras habló con él y observó que era un chico muy listo. Lo aceptó en sus clases estableciendo la condición de que cuando ganara su primer pleito, le pagaría todos los honorarios. El estudiante, encantado, estuvo totalmente de acuerdo con ello.

El espabilado Euatlo asistió a las lecciones de Protágoras hasta acabar su formación; después, decidió no dedicarse a la abogacía y, consecuentemente, no pagaría. Protágoras reclamó los honorarios, pero el estudiante no se veía en la obligación de pagar: aún no había ganado su primer caso. Frente a la amenaza de un pleito judicial, el brillante Euatlo, que él mismo quería hacerse cargo de la defensa, argumentaba:

-Si vamos a juicio, Protágoras, y yo gano, por este mandamiento judicial, no te tendré que pagar; si pierdo, dado que aún no habré ganado mi primer pleito, y esta era nuestra condición, tampoco tendré que pagar. Así, pues, Protágoras, no te conviene ir a juicio: seguro que lo perderás.- Pero Protágoras, experto en ver las dos caras de todo, argumentaba: -Si vamos a juicio, Euatlo, y yo gano, por este mandamiento judicial, me habrás de pagar; si pierdo, tú habrás ganado tu primer pleito y por razón de nuestro antiguo pacto, me habrás de pagar.-

3. APLICACIÓN

Actualmente la enseñanza de las Matemáticas propone cambiar la idea de que el profesor es un recurso humano que transmite un conocimiento cultural único y preestablecido. Para que el profesor se sienta participe de este cambio tiene él mismo que afrontar un cambio de actitud en relación al conocimiento matemático y en relación a la enseñanza. En este escrito proponemos el uso de paradojas matemáticas para provocar conflictos cognitivos en el sujeto con el objetivo de que se interese en revisar de manera crítica su paradigma de enseñaza y adoptar nuevas soluciones

El proceder fundamental en el quehacer matemático, para algunos autores es: la resolución de problemas. Es por ello que se analiza la problematización del contenido, un instrumento imprescindible en este proceso de inmersión en el ambiente matemático. Concebimos la problematización del contenido en un sentido amplio, pretendemos que la presentación de las diversas partes del curso se realice, en la medida de lo posible, en la búsqueda de la respuesta a algún problema adecuado a los objetivos, cuando sea necesario diseñar por el docente con un objetivo específico. De esta forma, no sólo se explotan las bondades del método heurístico, sino también se amplía la cultura matemática y la comprensión de los mecanismos de progreso de la ciencia, en resumen, se procura contribuir de modo más efectivo al desarrollo integral de los alumnos.

Para lograr este objetivo podemos aplicar el enfoque deductivo ya que, durante las últimas décadas se han encontrado nuevos caminos inexplorados en la educación matemática, uno de tales caminos es el uso de las paradojas que aparecen en el desarrollo de cualquier teoría matemática.

Nos adheriremos al principio elemental de que una nueva cuestión de estudio debe presentarse formalmente al educando solo cuando éste se encuentre suficientemente motivado, cuando haya percibido la necesidad de esta introducción y para aproximarnos a este nivel de motivación también utilizaremos la historia de la Matemática como consejera. Pero entre estas situaciones problemáticas destacan aquellas que se han convertido en espinosas paradojas y controversias, algunas de las cuales se resistieron durante largos años a ser sometidas.

4. CONCLUSIONES

En el ámbito formal, estamos de acuerdo en que las paradojas crean un ambiente efectivo para la reflexión, estimulan el examen apasionado de las hipótesis, promueven la actitud de toda persona interesada en su formación matemática y de manera informal ayudan a adentrarse al fantástico mundo del razonamiento.

REFERENCIAS

[1]Castro Chadid, I., Pérez, J. H. (2003). Las Paradojas en Matemáticas. Universitas Scientiarum, 8, 25-37.

[2]Chaitin, G. J. (2003). Ordenadores, paradojas y fundamentos de las matemáticas. Investigación y ciencia, 29.

[3]Valdés Castro, C. (2011). Paradojas en la problematización del cálculo. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática.

[4]Martínez, P. F. (1999). Paradojas matemáticas para la formación de profesores.

[5]Ángel Rodríguez Kahut (2003). Las paradojas de la vida. Revista de divulgación científica y tecnológica, Universidad Veracruzana. 16-2

MC. Armando Romero Morales

Egresado de la FCFM-BUAP. Actualmente se encuentra inscrito en el programa de doctorado en la misma facultad. Áreas de interés. Topología General y Teoría de Conjuntos.

Con-Ciencia Estudiantil
Año 01 Núm. 02
Primavera de 2015
Páginas 26–31

Crecimiento epitaxial en el desarrollo de dispositivos electrónicos

Erick Gastellóu Hernández, Ana María Herrera Castillo
Centro de Investigaciones en Dispositivos Semiconductores ICUAP (CIDS-ICUAP)
C.U. 14 sur y Av. San Claudio,
Col. San Manuel, Puebla, Pue.
C.P. 72570 MÉXICO

RESUMEN

Actualmente, los dispositivos semiconductores juegan un papel transcedental, mejorando la calidad de vida y nuestra productividad. En los últimos años, el microprocesador no ha dejado de evolucionar, según la Ley de Moore [1], el blue láser (blu-ray) pronto invadirá los hogares mostrándonos la alta definición. Ante estos acontecimientos poca gente se imagina lo que hay detrás de estos dispositivos semiconductores, los diferentes métodos de crecimiento epitaxial cobran importancia según su aplicación.

1. INTRODUCCIÓN

El constante crecimiento y mejora de la tecnología sigue motivando a los investigadores en la búsqueda de nuevos materiales semiconductores que permitan las altas exigencias y complejidad de los circuitos integrados (CI) actuales, o bien del desarrollo de heteroestructuras láser que emitan en el azul (rango de 455 a 492 nm), con aplicación en el video digital [2] (figura 1). Los métodos de obtención o crecimiento de estos nuevos materiales pueden ser mediante la epitaxia en fase vapor (VPE), la epitaxia por haz molecular (MBE) y epitaxia desde fase líquida (LPE). Cada método de crecimiento de películas tiene su aplicación según el propósito de cada dispositivo.

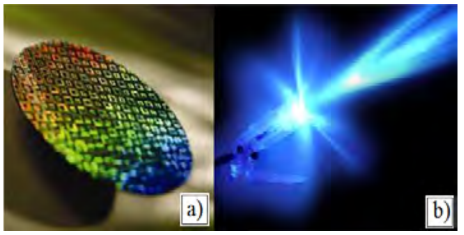


Fig. 1. a) Oblea de silicio con componentes integrados, b) Fotoemisión del blue láser

2. DESARROLLO

En los últimos años, la investigación en el desarrollo de nuevos materiales semiconductores ha crecido notoriamente, con el objetivo de ampliar las posibilidades que ofrecen éstos. Sin embargo, existen problemas físicos que pueden impedir que la Ley de Moore se siga cumpliendo. Según ésta, cada dos años el número de transistores por centímetro cuadrado en un circuito integrado se duplica, y si bien se trata de una ley empírica, se ha podido constatar hasta ahora [2] (figura 2).

Uno de los principales problemas es la inhabilidad del silicio para actuar como un material con aplicaciones en fotónica o bien la ruptura del SiO_2 (dióxido de silicio) como aislante en la estructura MOS (Metal Óxido Semiconductor) debido a las altas capacidades de integración. Otra problemática a resolver es la fabricación de heteroestructuras láser sintonizadas para fotoemitir en el rango de longitud de onda de 455 a 492 nm del espectro visible en el azul [3] (figura 3). Por toda la problemática anterior, los métodos de deposición o epitaxia cobran un valor increíble, al convertirse en la forma de obtención de dichas estructuras semiconductoras.

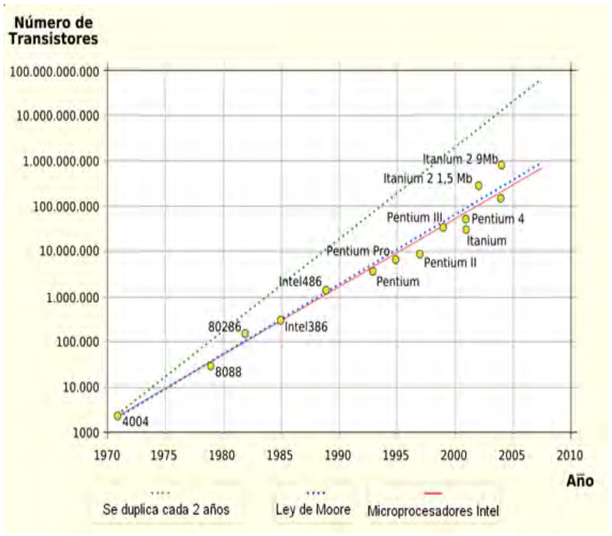


Fig. 2. Comportamiento de la Ley de Moore

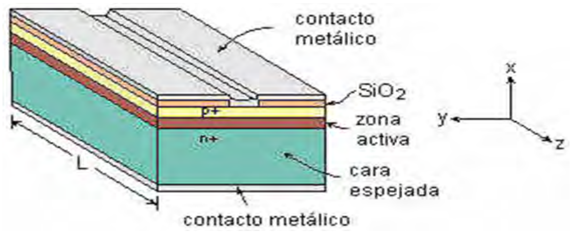


Fig. 3. Estructura láser semiconductora

El *crecimiento epitaxial* (del griego epi, sobre, taxis, orden) consiste en la obtención de una película de material sólido que crece sobre un sustrato (sólido monocristalino). Dicha película puede ser semiconductora (Si, Ge, GaAs, etc.), metálica (Cu, Ag, Au, etc.) o bien aislante (SiO_2, MnO, etc.)[4]. El hecho de que sea una película de tan sólo micrómetros o nanómetros representa una gran ventaja para su aplicación en la fabricación de dispositivos semiconductores. Además, los dispositivos basados en semiconductores compuestos III-IV, con aplicaciones en optoelectrónica son realizados generalmente por procesos epitaxiales, donde la película crece con la misma orientación cristalina del sustrato y su composición determina el ancho de banda prohibida, el índice de refracción y otros parámetros importantes[5].

Los principales métodos utilizados para el crecimiento de películas cristalinas de materiales semiconductores son: Epitaxia desde Fase Vapor (VPE siglas de Vapor Phase Epitaxial) Expitaxia desde Fase Líquida (LPE siglas de Liquid Phase Epitaxy) Epitaxia por haz Molecular (MBE siglas de Molecular Beam Epitaxy) y el Depósito Químico desde Fase Vapor utilizando Organo-Metálicos (MOCVD siglas de Metal Organic Chemical Vapor Deposition)[6].

Actualmente LPE es un método sencillo y es muy utilizado para la obtención de semiconductores compuestos III-V, así como para realizar las estructuras de dispositivos optoelectrónicos [7]. A continuación se presenta una breve descripción de los métodos de epitaxia más utilizados según su aplicación a dispositivos electrónicos semiconductores.

2.1. Epitaxia en Fase Vapor (VPE)

Esta técnica consiste básicamente en el crecimiento de una película epitaxial a partir de componentes en fase gaseosa, cuya composición química es diferente, es decir, los componentes gaseosos reaccionan entre sí produciendo el material que se deposita formando la película, o bien reacciona con el sustrato para formar la película epitaxial.

Existen diferentes gases que se utilizan en procesos de VPE, los cuales se clasifican según su operación en precursores y portadores. Los precursores contienen en sus moléculas los elementos que se han de incorporar a la película, mientras los portadores como el Ar o el H_2, tienen la doble misión de permitir el control efectivo del proceso y de facilitar el transporte del gas o mezcla de gases precursores hasta el sustrato.

Hay múltiples clasificaciones de las técnicas de VPE dependiendo la presión en el reactor: ultra alto vacío (UHV-VPE), baja presión (LP-VPE) y presión atmosférica normal (APVPE)[8]. La tabla 1 muestra las principales ventajas y desventajas:

ventajas	desventajas
- Se aplica a materiales que se descomponen al fundir o evaporarse (a la temperatura de operación). - Hay tantas películas posibles como combinaciones de la composición de los gases. - Se pueden utilizar sustratos metálicos, aislantes y semiconductores.	- Son muchas las variables a controlar. - La atmósfera de reacción puede atacar al sustrato o a la cámara de reacción, como sucede con compuestos III-V que contienen Al. - Los aparatos son complejos.

Tabla 1.- Ventajas y desventajas de VPE

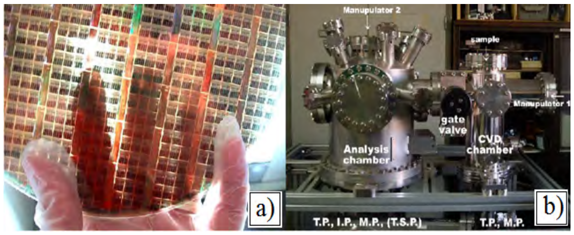


Fig. 4. Oblea de silicio para memoria RAM, b) Sistema de Epitaxia en Fase Vapor (Cortesía Material Sciencie Laboratory SungkyunkwN)

La epitaxia desde fase vapor es uno de los métodos de crecimiento de películas más utilizado en el desarrollo de materiales que puedan ampliar el crecimiento de integración de transistores, favoreciendo la Ley de Moore, un ejemplo es el desarrollo de oxinitruros, nitruros de silicio y óxidos de silicio rico en silicio (SRO)[9]. Estos materiales son variantes del SiO_2, los cuales evitan la ruptura del aislante permitiendo la alta integración de transistores. Por lo tanto, la VPE es uno de los métodos de crecimiento más utilizados en microelectrónica (figura 4).

2.2. Epitaxia desde fase líquida (LPE)

Esencialmente la LPE implica el crecimiento de capas monocristalinas sobre un sustrato por precipitación directa desde una solución líquida saturada. La solución está compuesta por lo menos de dos elementos, uno de los cuales actúa como solvente y el otro como soluto. De esta forma cuando la solución saturada se desequilibra ligeramente mediante la disminución de la temperatura (ΔT) se sobresatura causando la precipitación de materia compuesta sobre la superficie del sustrato [6].

En general, el método de LPE requiere de un horno con cámara al vacío libre de fugas o en su caso de una atmósfera reductora, que tenga una zona térmica lo suficientemente plana para que la solución quede comprendida en ella; es necesario tener también un buen control en la velocidad de enfriamiento y considerar que el material a crecer tenga un punto de fusión menor al del sustrato.

En la epitaxia desde LPE existen diferentes técnicas de crecimiento, cuyas diferencias se ven reflejadas en el tipo de película obtenida, tanto en su espesor como en su morfología superficial [4]. Estas técnicas se dividen en: enfriamiento en equilibrio (Equilibrium cooling), enfriamiento por escalón (Step cooling), súperenfriamiento (Super cooling) y el enfriamiento de la solución en dos fases (Two phase solution cooling) (figura 5).

Los aparatos para crecimiento en LPE son básicamente de tres tipos [10]: el de ladeo (tipping), el vertical (dipping) y el deslizante (sliding). Todos ellos usan un horno como calefactor, al cual se le puede controlar su temperatura de operación, la diferencia entre ellos es el accesorio que se introduce en el horno y en el cual tiene lugar el crecimiento.

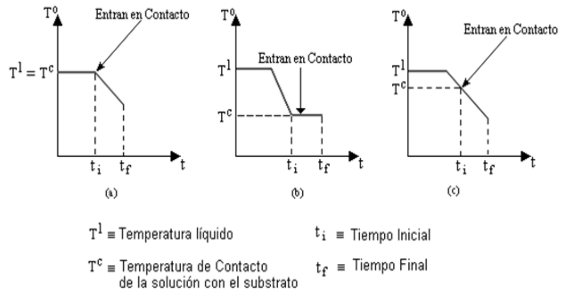


Fig. 5. Dibujo esquemático de las técnicas de crecimiento de epitaxia desde Fase Líquida: (a) Enfriamiento en equilibrio, (b) Enfriamiento por escalón, (c) superenfriamiento

A este accesorio para el crecimiento se le denomina bote. El bote deslizante (sliding), fue desarrollado por Nelson [10] en 1971. El horno y el reactor tienen una forma horizontal, el reactor se encuentra fijo en sus dos extremos, mientras que el calefactor descansa sobre unos rieles, para poder mover horizontalmente y facilitar el calentamiento o enfriamiento del bote (ver figura 6). El bote puede contener múltiples soluciones, lo que permite depositar secuencialmente varias capas de diferente material sobre un sustrato durante un solo proceso, el material más común para este tipo de bote es el grafito.

ventajas	**desventajas**
- El uso del bote en el sistema de LPE proporciona la capacidad de obtener multicapas en un solo proceso. - Es el método más eficaz para el desarrollo de dispositivos de hetereroestructura. - Es un método capaz de obtener capas en el orden de micras (μm) y nanómetros.	- El sistema de crecimientoes complejo debido a sus modelos matemáticos. - La razón de crecimiento de las capas es difícil de controlar. - Se precisa contar con un buen control de temperatura.

Tabla 2.- Ventajas y desventajas de LPE

Las principales aplicaciones de LPE se centran en la obtención de dispositivos semiconductores optoelectrónicos como por ejemplo diodos láser, fotodiodos de avalancha o ADP, láser de heteroestructura, repetidores de señal y todos aquellos dispositivos que presenten estructura multicapa. La tabla 2 muestra las principales ventajas y desventajas de la LPE.

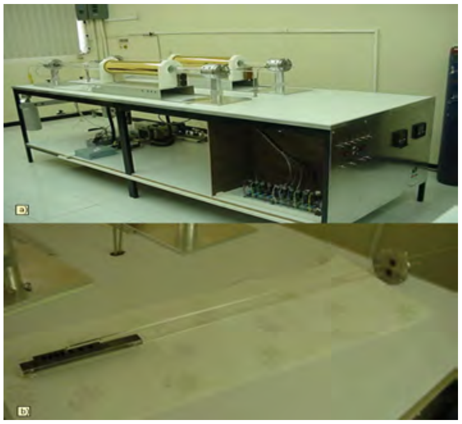


Fig. 6. a) Sistema de epitaxia desde Fase Líquida diseñado y construido en el CIDS-ICUAP. b) Vista del bote deslizante (sliding) y su manipulador en su soporte de cuarzo. (cortesía BUAP) [5]

2.3. Epitaxia por haz molecular (MBE)

La epitaxia por haces moleculares es el proceso tecnológico más importante en el desarrollo de capas ultradelgadas (nanométricas) sobre sustratos monocristalinos con precisión geométrica y composición química, realmente importantes entre los diferentes métodos de deposición. Se puede decir que MBE es el sueño de todo diseñador de dispositivos semiconductores electrónicos.

En el método de MBE se tiene una regulación muy cuidadosa de la coevaporación de los constituyentes en condiciones de ultravacío (UHV, 10^{-10} torr)[4]. Esto implica tener un control bastante preciso de la composición química, perfección cristalina y niveles de dopamiento, mediante un haz de átomos o de iones finamente enfocados (ver figura 7).

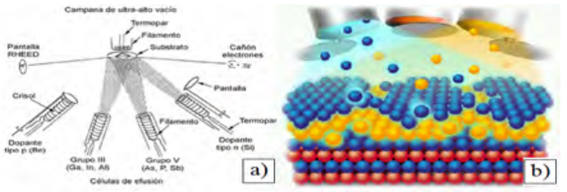


Fig. 7. a) Esquema del sistema de crecimeinto por MBE donde se muestran los diferentes haces dopantes. b) Esquema que visualiza la perfección cristalina y dopamiento perfecto de la deposición por MBE.

El MBE es uno de los métodos más importantes en la actualidad debido a la creciente demanda de la nanotecnología, por lo tanto una de las principales aplicaciones del MBE es el desarrollo de dispositivos MEM's, o bien la obtención de dispositivos en microelectrónica de alta calidad y pureza. La tabla 3 presenta las ventajas y desventajas del sistema de epitaxia por haz molecular. La figura 8 muestraa un sistema de epitaxia por haz molecular y un dispositivo sensor de gas MEM's.

ventajas	desventajas
- Uniformidad de las capas obtenidas. - Uniones abruptas. - Alta pureza y monitorización en sitio del crecimiento.	- Lentitud en la producción de dispositivos. - Costo económico alto. - Dificultad en el crecimiento de As (Arsénico) / S (Azufre) / P (Fósforo).

Tabla 3.- Ventajas y desventajas de MBE

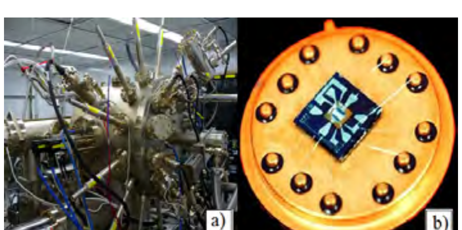


Fig. 8. a) Sistema MBE (Universidad Delaware USA). b) Sensor de gas MEM's obtenido por el grupo E-Nose por MBE.

3. CONCLUSIONES

En la actualidad, la tecnología electrónica juega un papel esencial en la vida diaria. El hombre se ha acostumbrado a las múltiples comodidades y beneficios que ofrecen la microelectrónica, la computación, la optoelectrónica y la nanotecnología. Sin embargo, también ha generado rápidamente una barrera invisible que nos deja asombrados y maravillados de los múltiples fenómenos que existen detrás de nuestros teléfonos celulares, televisores LCD, reproductores Blu-Ray, Ipod's, comunicaciones satélitales, etcétera.

Este artículo nos ha presentado los métodos de crecimiento epitaxial que la ciencia ha utilizado, seguirá utilizando y mejorando para continuar el desarrollo evolutivo del hombre a través de la tecnología. Los métodos de crecimiento epitaxial han sido base del desarrollo de esta tecnología y siguen tomando lugar en los avances de la misma. Los métodos de VPE, LPE y MBE han sido las herramientas que avalan esa evolución en el desarrollo de dispositivos semiconductores electrónicos y que seguirán generando una mejor calidad de vida para las futuras generaciones.

REFERENCIAS

[1]Wikipedia, Ley de Moore [consulta: 30/04/2008] disponible en http://es.wikipedia.org/wiki/ley_de_moore

[2]Nakaruma Shuji and Gerthard Fasol. (1997) The Blue Laser Diode. Germany. Springer

[3]Sze S. M (1985) Semiconductor devices; Physics and technology. (second edition) USA. Wiley. pg252.

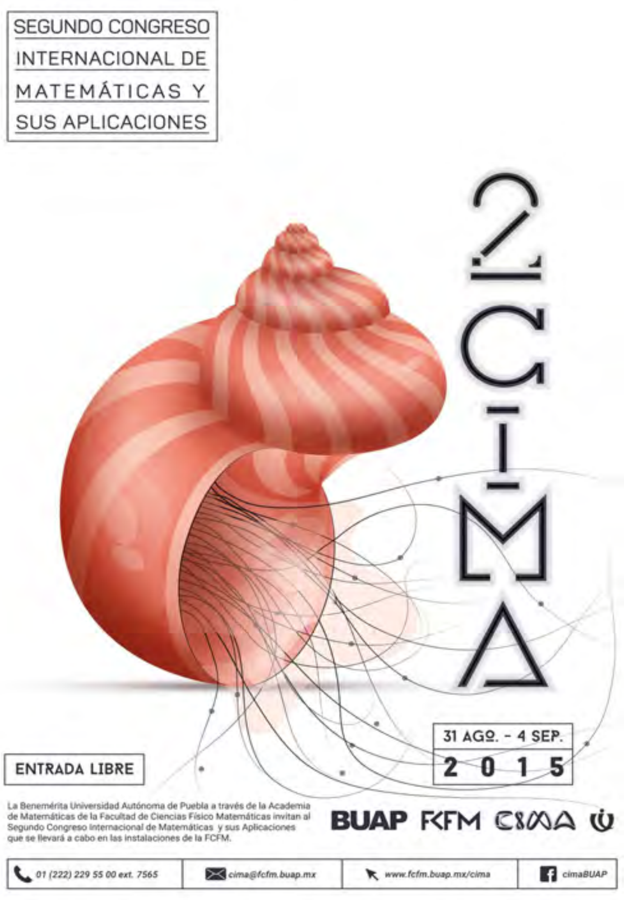
[4]R. H. de Gual Graciela.(1980) Crecimiento epitaxial de semiconductores. vol. 1, No. 6, México, BUAP. (233)

[5]Gastellóu H. Erick. (2000) Crecimiento y caracterización de películas cuaternarias de AlGaAsSb sobre GaSb por LPE a bajas temperat-

uras. Mexico BUAP (31).
[6]Martínez J Javier. (1998) Realización de un láser de GaAs/AlGaAs por el método de LPE. México. BUAP. 1992 (3)
[7]Chandvankar S. S. et al (1998). Journal Crystal Grow. Vol 186, . (329).
[8]El Felk Zakia. (2000) Estudio morfológico y estructural del crecimiento epitaxial de capas de Si y $\mathrm{Si}_{1-Y}\mathrm{C}_Y$, Espana, UAB. (13)
[9]Luna López José Alberto. (2007) Investigación de las características estructurales opticas y eléctricas del SRO para su posible aplicación a dispositivos. México. INAOE. (3)
[10]Nelson H. (1974) Jolurnal of Cristal Grow. Vol 27. (1)


M. C. Erick Gastellóu Hernández
Realizó la Licenciatura en Electrónica, la Maestría en Dispositivos Semiconductores. CIDS-ICUAP, en la BUAP. Actualmente es estudiante de doctorado en dispositivos semiconductores CIDS-ICUAP.

M. C. Ana María Herrera Castillo
Realizó estudios de Ingeniería en Tecnologías de la Información y Comunicación en la UTP, y la Mestría en Dispositivos Semiconductores CIDS-ICUAP en la BUAP.



Con-Ciencia
Habla de...
Año. 01 Núm. 02
Primavera de 2015
Páginas 32–33

2015: El Año Internacional de la Luz y las Tecnologías basadas en la Luz

Leticia Treviño Yarce[1], Claudia Antonio Hernández[2]

Centro de Investigación en Dispositivos Semiconductores ICUAP
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
C.U. 14 Sur y Avenida San Claudio.
Colonia San Manuel, Puebla, Pue.
C.P. 72570 MÉXICO
[1]lty_tyta@yahoo.com.mx
[2]kalid_177@hotmail.com

RESUMEN

De acuerdo al patrocinio de 35 países, entre los cuales se encuentra México, la Asamblea General de las Naciones Unidas en su LXVIII sesión, proclamaron el presente año como el **Año Internacional de la Luz y las Tecnologías Basadas en la Luz** [1].

Estas tecnologías se han desarrollado a partir de los estudios de Fresnel (1815), quien expuso el carácter ondulatorio. Maxwell (1865) resumió las ecuaciones de la electricidad y magnetismo en 4 expresiones que describen a la luz como un fenómeno ondulatorio. Einstein en 1915 desarrolló la Teoría de la Relatividad General, la cual confirmó el papel central de luz en el espacio, entre otros.

1. INTRODUCCIÓN

Se llama luz (del latín lux, lucis), a la parte de la radiación electromagnética que puede ser percibida por el ojo humano. En física el término es más amplio ya que incluye todo el espectro electromagnético (desde ondas de radio hasta rayos gamma), mientras que la luz visible señala específicamente la radiación en el espectro visible (desde el color violeta al rojo). Figura 1.

Figura 1. Espectro electromagnético [2]

2. TECNOLOGÍAS BASADAS EN LA LUZ

Las tecnologías de la luz no solo involucran el uso que hacemos de ella para la vida cotidiana, como por ejemplo, la que usamos para iluminar nuestros hogares, la luz que se usa para alimentar diversos procesos biológicos como la fotosíntesis que es indispensable para la vida terrestre. La luz es el principal sustento de la vida diaria y se han desarrollado varias aplicaciones en diferentes ramas de la investigación como: la medicina, industria farmacéutica, la bioquímica, biología, ciencia de materiales, óptica, etc.

Dentro de las aplicaciones se encuentra el desarrollo del diodo emisor de luz o comúnmente conocido como LED, estos, se pueden encontrar en diferentes colores como el rojo, verde, amarillo y recientemente el azul, los cuales están fabricados de diferentes tipos de materiales por ejemplo el arsenuro de galio (GaAs), nitruro de galio (GaN), etc. Sus usos son diversos: en iluminación del hogar, aparatos electrónicos, paneles publicitarios, semáforos, iluminación exterior; parques, edificios, entre otros. Figura 2.

Figura 2. LED Azul [4].

Otra de las aplicaciones ha sido la del láser, que comúnmente se utiliza en la medicina, dichos láseres son un tipo de LEDs con una longitud de onda especifica (λ) y un color, están centrados en un valor específico dentro del espectro electromagnético, es por ello que tienen una alta energía como para cauterizar la piel e incluso cortarla.

Es tanta la relevancia que ha tenido la luz en el desarrollo científico y tecnológico que más de una vez se ha otorgado el premio Nobel de Física por trabajos relacionados con ella, algunos de estos son:

Albert Einstein (1921) por el efecto fotoeléctrico. Chandrasekhara Venkata Ramman (1930) por su trabajo de la dispersión de la luz y por el descubrimiento del efecto que lleva su nombre. Charles K. Kao (2009) por sus logros pioneros sobre la transmisión de la luz a través de fibras para comunicación óptica. Isamu Akasaki, Hiroshi Amano y Shuji Nakamura (2014) Por la invención de eficientes diodos de emisión de luz azules.[5]

3. CONCLUSIÓN

Como podemos observar, la luz es fundamental para el desarrollo humano, se han estudiado varias teorías del comportamiento físico de ésta y gracias a ello hoy en día gozamos de tecnologías que hacen más cómoda la vida.

REFERENCIAS

[1]http://www.light2015.org/Home/About.html

[2]Javier Luque Ordóñez, Autores científicos Técnicos y académicos.

[3]http://www.hydroenv.com.mx/catalogo/index.php? main_ page=page& id=221

[4]https://blogligacaohomecenter.wordpress.com/2014/10/08/ o-led-azul-virou-noticia/

[5]The Nobel Prize in Physics 1921. Nobel Fomundation. Consultado el 31 de octubre de 2010.

M. C. Leticia Treviño Yarce

Realizó sus estudios de Licenciatura en Física en la FCFM-BUAP y de Maestría en el IFUAP. Actualmente está estudiando el Doctorado en el CIDS-ICUAP.

M. C. Claudia Antonio Hernández

Realizó sus estudios de Ingeniería en Electrónica en el Instituto Tecnológico de Orizaba, de Maestría en CIDS-ICUAP y actualmente está estudiando el Doctorado en el CIDS-ICUAP.

Con-Ciencia Estudiantil

Año 01 Núm. 02
Primavera de 2015
Páginas 34–39

10 tipos de números

Jonathan Julián Huerta y Munive

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
C.U. Avenida San Claudio y 18 Sur,
Colonia San Manuel, Puebla, Pue.
C.P. 72570 MÉXICO
jjhym@hotmail.com

RESUMEN

Se realiza una lista no exhaustiva de diversos objetos matemáticos comúnmente denominados "números" y se analizan sus construcciones, las razones que motivaron su estudio y algunas aplicaciones de los mismos.

1. INTRODUCCIÓN

Piensa en un número. ¿Qué clase de número es? ¿Pensaste en el uno? ¿En el dos?... ¿En el cien? Entonces pensaste en un número natural (entero positivo). Quizá pensaste en el cero o incluso en uno de los anteriores pero negativo, en ese caso pensaste en un entero. Pero tal vez pensaste en alguna fracción porque, como todos bien saben, las fracciones son números racionales (¡sí, todos lo saben!).

Algunos otros más fanáticos de las matemáticas habrán pensado en cosas como π o e que son llamados irónicamente "reales" y, los que en serio están emocionados con los números habrán pensado en $i = \sqrt{-1}$, que es un complejo. A pesar de que éstos son los más populares, los matemáticos no han parado de inventar números, existen también los ordinales, los cardinales, los hiperreales y muchos otros más.

A continuación estudiaremos diez clases de números, también analizaremos cómo "construirlas", algunas preguntas que motivaron su estudio y los usos que se le da a cada una.

2. LAS DISTINTAS CLASES DE NÚMEROS

Uno podría pensar que para hacer una lista de números es necesario saber *qué es un número*. Lamentablemente, muchas cosas que hoy llamamos así, como los complejos, no tienen las mismas características que lo que inicialmente se llamaba número y que, por convención, podríamos entender como *un objeto matemático que se usa para enlistar, contar, medir y/o etiquetar*.

Por dicha razón, lo que a continuación describiremos es una lista de objetos matemáticos que usualmente llevan la palabra "número" antes de su nombre y empezaremos desde los más básicos, avanzando por nivel de complejidad hasta llegar a lo más descabellado que hayan inventado los matemáticos:

Los **números naturales** [4], $\mathbb{N}$, o enteros positivos son, para los matemáticos, "el conjunto inductivo más pequeño salvo biyección." En términos simples, esto significa que podemos llamar naturales a todos los objetos matemáticos que cumplen las siguientes dos características: (i) uno de ellos es inicial o "más pequeño que todos los demás" (normalmente representado por "1") y (ii) el resto se genera a partir del inicial por medio de una función sucesor que nos da el "siguiente" número. Se llaman naturales porque son precisamente los primeros que "descubrimos" y también los más fáciles de imaginar: $1, 2, 3, \ldots$.

Es muy probable que los utilices o veas diariamente pues están en números de teléfono, cuando haces listas, al contar cosas, en tu matrícula (de estudiante, trabajador, profesor o reo), en las fechas, en el número de calle o kilómetro de carretera y en muchos otros lugares o situaciones.

Fíjate que si agregamos el cero, 0, al inicio de $1, 2, 3, \ldots$, se siguen cumpliendo las propiedades (i) y (ii), es por dicha razón que los objetos de la lista $0, 1, 2, 3, \ldots$ también suelen ser llamados "naturales". No obstante, el cero no apareció tan "naturalmente" como los otros números y por eso en inglés esta lista tiene un nombre especial "*whole numbers*", mientras que en español lo más apropiado sería llamarlos **enteros no negativos**: ω.

Hay una razón más para distinguir esta nueva lista de la original y es que cuando sumamos el cero a cualquier otro número, el resultado es ese mismo número, mientras que cuando sumamos el uno a los demás números, el resultado es "el siguiente" número. Esta propiedad importante del cero es uno de los axiomas que el matemático italiano, Giuseppe Peano, utilizó para caracterizar a ω y por eso se puede definir a este conjunto de números como el *modelo estándar de los axiomas de Peano*.

En combinación las propiedades (i) y (ii) permiten definir funciones llamadas "recursivas" que son las que utilizamos diariamente al trabajar con computadoras. Así es, todo lo que hace una computadora es consecuencia de que sepamos trabajar tan bien con el conjunto ω: editores de texto, presentaciones, hojas de cálculo, procesamiento de imágenes, edición de video, reproducción de música, todos ellos son ejemplos de una computadora calculando funciones anidadas recursivas muy rápidamente.

Igualmente a como agregamos el cero, podríamos agregar al -1 que cumple la propiedad de que $-1 + 1 = 0$ y aun así el conjunto seguiría siendo inductivo; pero ocurre un problema: cuando intentamos multiplicar, por ejemplo, -1×2, su resultado ya no está dentro de la lista $-1, 0, 1, 2, 3, \ldots$ y lo mismo pasa cuando intentamos sumar $-1 + -1$.

Esa propiedad de que "al operarse los números se quedaban dentro de la lista" se satisfacía para todos los números en $\mathbb{N}$ y ω pero por alguna razón al agregar a -1, ya no. Para arreglarlo, podríamos tratar de añadir al -2 pero fácilmente puedes ver que tendríamos el mismo problema, y lo mismo ocurriría si lo intentamos con $-3, -4, -5 \ldots$. No obstante, agregando todos éstos a la vez, obtenemos algo distinto, algo que los matemáticos llaman *el anillo infinito más pequeño salvo isomorfismo*, más popularmente conocido como **los enteros** $\mathbb{Z}$, [2]. Podemos seguir haciendo inducción con este conjunto porque tiene "inyectados" dentro de sí a ω y/o a $\mathbb{N}$ pero ganamos además la propiedad de que cada número a tiene un inverso $-a$ tal que $a + -a = -a + a = 0$; esto, aunado al hecho de que al operar enteros con multiplicación y suma el resultado se queda dentro de los enteros, es lo que caracteriza a las conjuntos llamados generalmente *anillos*[1].

Bueno y ¿para qué nos sirve este "anillo infinito" o los anillos en general? La primera pregunta es fácil, el anillo de los enteros es el objeto de estudio de la Teoría de Números la cual, como seguramente sabrás, tiene aplicaciones en criptografía. Por otra parte, el estudio de algunos anillos y las matrices que inducen son de utilidad para la teoría de códigos, que permite el procesamiento adecuado de señales, entre las cuales se encuentran señales de audio y video. En otras palabras, si escuchas música con tus audífonos en un dispositivo móvil, conoces una de las aplicaciones de los anillos.

Ahora, si nos seguimos fijando en las propiedades deseables para los números que vamos construyendo, nos damos cuenta de que no sólo queremos

[1] En realidad también falta mencionar las propiedades de que: "tanto $+$ como $\times$ son asociativas en $\mathbb{Z}$", "$+$ es conmutativa en $\mathbb{Z}$" y "existe el 0 en $\mathbb{Z}$ que sumado con otro entero da como resultado dicho entero".

tener "negativos" que neutralicen a los positivos, sino también queremos hacer divisiones no exactas, usar fracciones y tener decimales que nos hablen de las partes de un todo, o sea, "partir los enteros". Esto quiere decir que debemos seguir agregando cosas a nuestro ya, anillo infinito. Igual que con la construcción de los enteros agregamos por cada entero (distinto de 0), a, otro número, $\frac{1}{a}$, y ya con eso tenemos algo llamado *campo*; pero no cualquier campo, sino *el campo arquetípico de característica cero*, mejor conocido como **los racionales**[2] $\mathbb{Q}$, [4].

No es necesario pensar mucho para encontrar aplicaciones de los racionales, piensa en dinero y verás que varios productos presentan un precio como $\$35.65$, o que personas tienen deudas fácilmente expresables como racionales negativos. Las medidas de magnitudes físicas como longitud, voltaje, amperaje, presión atmosférica y otras son siempre expresadas en términos de enteros con decimales, en otras palabras, racionales.

Al parecer los racionales son los mejores números que hemos descubierto, pero tienen una gran deficiencia y para verla estudia la siguiente situación: Imagina una línea y divídela en dos. Ahí podemos fácilmente asignarle a un extremo el 0, a la mitad el $\frac{1}{2}$ y al otro extremo el 1. Parte ahora la línea en tres o en cuatro, o en cien, o cualquier natural y puedes "ver" que podemos seguir asignando racionales a esos puntos; sin embargo, nunca tapamos toda la línea con puntos, i.e., siempre faltan puntos por rellenar.

Claro que ésto sólo pasa en nuestra mente, en la vida *real* si cortamos un hilo suficientes veces llegaremos a los átomos y después a los neutrones, protones y electrones, y finalmente a los quarks, leptones, muones y un montón de partículas indivisibles. No obstante ésto, pensar en esa línea sin rellenar ha sido de utilidad para la física, la ingeniería y la economía.

La manera fácil de entender ésto es darse cuenta, como los antiguos griegos, que si tienes un triángulo rectángulo de catetos de longitud 1, entonces, por el Teorema de Pitágoras, la longitud de la hipotenusa se aproxima calculando la *raíz cuadrada* de 2. Si calculas esto a mano, o lo metes a una calculadora, computadora o supercomputadora podrás observar que puedes seguir agregando y agregando decimales eternamente pero estos no parecen tener un patrón fijo, a diferencia de dividir $\frac{5}{2}$ que da 2.5 y ahí termina, o $\frac{1}{3}$ cuyos decimales son únicamente 3 repitiéndose hasta la eternidad.

No obstante, para expresar "exactamente" este resultado los físicos, ingenieros y economistas tienen la necesidad de escribir $\sqrt{2}$ para economizar espacio (y algunas otras facilidades de cálculo que otorgan estas conceptualizaciones). A estos números que jamás podremos escribir completamente y sólo los podemos "vislumbrar" por medio de calcular y calcular más decimales sin patrón fijo, o "imaginándolos" como rellenos de los huecos ocasionados al partir una línea se llaman **irracionales** $\mathbb{I}$, los cuales, junto con $\mathbb{Q}$ forman a los **reales** [3] $\mathbb{R}$, [4].

De esta manera, podemos pensar en $\mathbb{R}$ como la "completación" de $\mathbb{Q}$, además, como dados dos reales cualesquiera podemos decir quién es más grande y quién es más chico se dice, matemáticamente hablando, que *los reales son el único campo totalmente ordenado, completo y arquimediano salvo isomorfismos*.

¿Pero por qué rayos se llaman reales si la mayoría de ellos jamás los podremos escribir en papel como entero con expansión decimal? La razón es

[2] Para el lector "avanzado" e interesado: la construcción *formal* de los racionales consiste en obtener las clases de equivalencia del conjunto cociente $\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})/\sim$ donde $\langle m_1, n_1\rangle \sim \langle m_2, n_2\rangle$ $(\frac{m_1}{n_1} = \frac{m_2}{n_2})$ si y sólo si $m_1 \cdot n_2 - m_2 \cdot n_1 = 0$

[3] El lector interesado puede buscar información sobre los siguientes subconjuntos de los "reales": los números computables, i.e., aquellos cuyos dígitos pueden ser computados por un algoritmo y los números definibles, o sea, los que pueden ser definidos con una sola fórmula de 1^{er} orden con una variable libre en el lenguaje de la Teoría de Conjuntos.

sencilla, todo lo que sigue a continuación es más y más *imaginario* que lo que hemos visto hasta ahora. Por ejemplo, ya resolvimos como sacar raíces cuadradas de números racionales positivos pero ¿alguna vez pensaste en cómo sacar la de uno negativo? En otras palabras y un poco más concreto qué "número" multiplicado por sí mismo nos da como resultado -1? Pues un número *imaginario* porque en nuestra cabeza no entra esa posibilidad, y para denotarlo, usamos la letra i. De aquí ya es fácil calcular las demás raíces de reales negativos no? Por ejemplo $\sqrt{-2}$ es nada más $\sqrt{-1 \cdot 2}$, que se puede "partir" en $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{2}$ que realmente es $i \cdot \sqrt{2}$.

En general, los "números" z que hemos construido tienen la forma $z = a + ib$ donde a y b son reales e i es la raíz cuadrada de -1 y son llamados **complejos**[4] $\mathbb{C}$, [2]. Así, no es apropiado llamar "completación" de $\mathbb{R}$ a $\mathbb{C}$, más bien es una *extensión*, y como los reales son un campo, los complejos para los matemáticos son *una extensión bidimensional de campo cerrado de los reales donde toda ecuación polinomial tiene una raíz*. ¿Qué qué? De acuerdo, no más definiciones de matemáticos para lo que sigue, en fin, muchas personas llamaban a los elementos de $\mathbb{C}$ números imaginarios precisamente porque no se los podían imaginar, y la única ventaja que tenían, es que facilitaban los cálculos con reales o enteros. Decir "única" es demeritar la importancia de los complejos, sus aplicaciones llegan hasta ingeniería y electrónica al grado en que cada vez que usas algo con un circuito dentro puedes estar casi seguro de que los complejos participaron en los cálculos para diseñarlo.

¿Si antes las personas no se podían imaginar a los complejos, ahora ya pueden? Podrías decir que sí. Lo que se ha hecho es ver a $\mathbb{R}$ como la línea que mencionamos arriba y entender a $\mathbb{C}$ como un plano, donde la primera dimensión la marcan los números "reales" $a + i \cdot 0$ y la segunda la marcan los "imaginarios" $0 + i \cdot b$. De este modo se vale preguntar si se pueden extender a tres dimensiones. La respuesta es complicada pues tendríamos que hablar mucho de la teoría de las extensiones de campo donde podemos incluir otra variedad de "números" como los hipercomplejos que incluyen, entre otros, a los bicomplejos, multicomplejos, cuaterniones $\mathbb{H}$, cocuaterniones, bicuaterniones, tesarines y octoniones $\mathbb{O}$. Además, extender el campo $\mathbb{Q}$ de una manera especial nos da los "números" p-ádicos $\mathbb{Q}_p$ y en general cualquier campo $\mathbb{F}$ puede ser extendido de tal forma que haya un "número" en el campo que multiplicado por sí mismo dé el -1 del campo. Meternos en estos temas nos desviará mucho, por lo que regresaremos a ω.

¿Para qué volver al incompleto ω cuando ya teníamos a $\mathbb{C}$? Bueno, hay otra forma de extender a ω que no analizamos. Piensa en 1 como una lista que sólo tiene una cosa: el 0. Análogamente, 2 es una lista que tiene dos cosas: 0 y 1. En general podemos ver a todos los números $n + 1$ como listas $0, 1, 2, \ldots, n$. Con esta forma de "visualizar" podemos concluir entonces que el mismo ω es un "número", que representa la lista $0, 1, 2, \ldots$; no sólo eso, la lista $0, 1, 2, \ldots, \omega$ es el "número" $\omega + 1$ y, más aún, $0, 1, 2, \ldots, \omega, \omega + 1, \ldots, \omega + n, \ldots$ es el número $2\omega = \omega + \omega$.

Con esta misma idea obtenemos 3ω, $\omega \cdot \omega = \omega^2$, ω^3, ω^ω y un infinito de infinitos números más. Al principio estos números parecen representar listas, pero continuando este proceso más y más llega un punto en que ya no podemos "enlistar" y sólo podemos "ordenar" las cosas, precisamente por esta propiedad de ser "el arma perfecta" para **ordenar**, estos objetos se llaman **números ordinales** ON [4] y la colección de todos ellos es tan grande que hablar de ella descuidadamente "rompe" las matemáticas.

[4] Para los amantes de la formalidad, $\mathbb{C}$ es el anillo cociente $\mathbb{R}[x]/(x^2+1)$ entre el anillo de polinomios con coeficientes reales $\mathbb{R}[x]$ y el ideal bilátero de múltiplos del polinomio x^2+1. También pueden ser vistos como la unión de aquellos entes que se pueden expresar como raíces de polinomios finitos no cero, es decir, los números algebraicos $\mathbb{A}$, junto con aquellos que no pueden ser expresados de dicha forma, i.e., los números trascendentales.

Estas cosas extrañamente infinitas parecen no ser de ninguna utilidad, pero los matemáticos han encontrado objetos (abstractos) que se "miden" con estos números. Un ejemplo de esto son algunos sistemas formales, que son la noción base para todo lenguaje de programación y que también podemos pensar como unas "matemáticas en chiquito": si requerimos saber "qué tantas cosas demuestra" nuestro sistema formal, una forma de medirlo es utilizar a los ordinales.

Los ordinales tienen además una propiedad muy útil para los matemáticos: ayudan a medir el tamaño de cualquier conjunto y para ello no requieres a todos los ordinales sino nada más a unos cuantos infinitos de infinitos. Por ejemplo, es válido preguntarse por el tamaño de $\omega, \omega + \omega$ y $\omega \cdot \omega$ y aunque parezca que están ordenados en tamaño resulta que no es así y que en realidad los tres "miden" lo mismo pero aún así todos son más chicos que $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$, que a su vez son iguales en tamaño. Estos ordinales especiales suelen llamarse **números cardinales** CN [4] y se ordenan por medio de los mismos ON. Así, $0, 1, 2, 3, \ldots$ son cardinales y $\aleph_0 = \omega$ es el primer cardinal infinito, al que le siguen $\aleph_1, \aleph_2, \ldots, \aleph_\omega, \aleph_{\omega+1}, \ldots$ y así.

De la misma manera que ON, CN ayuda a medir la "consistencia de otras matemáticas": si queremos saber qué tan consistente es una teoría matemática "grande", sólo debemos compararla con "una Matemática" más un número finito de "cardinales inaccesibles", es decir, cardinales tan grandes que su existencia representa un nuevo axioma. Esto tiene sentido porque las matemáticas ya incluyen a ON, y estudiar "matemáticas más grandes y poderosas" equivale a agregar axiomas de cosas grandes y poderosas y CN nos permite medir justamente eso y, aunque no lo creas, estas "pruebas de consistencia" tienen aplicaciones en Ciencias de la Computación.

Si pensabas que los cardinales ya eran monstruosidades es que todavía no conoces a los *surreales*, pero antes de pasar a ellos debemos visitar a los **hiperreales** (o reales no estándar) $\mathbb{R}^*$, [6]. Éstos fueron desarrollados para poder hacer cálculo "a la antigua" tal y como se hace aún hoy en día en carreras de física o ingeniería.

Fueron inicialmente creados por métodos de lógica matemática, pero después se vio que los métodos algebraicos eran igualmente efectivos para su construcción. ¿Recuerdas cómo los ordinales extienden a ω con números infinitos? Análogamente, los hiperreales extienden a $\mathbb{R}$ con números más grandes que algún real (los transfinitos); pero a diferencia de ON, los hiperreales también extienden a $\mathbb{R}$ hacia "abajo", i.e., existen hiperreales más pequeños que cualquier otro real positivo pero que aún así son mayores que cero (los infinitésimos).

Los hiperreales siguen cumpliendo la propiedad de ser un campo infinito, cerrado y ordenado, y su mayor ventaja es que las operaciones del cálculo diferencial e integral se pueden realizar por medio de ideas más intuitivas (según algunos) que los conceptos formales normalmente estudiados. De esta manera, si consideramos a ON como transfinitos de alguna clase particular de hiperreales y por cada ordinal menor que α agregamos un infinitésimo, construimos a un conjunto de **números surreales** $\mathbb{S}_\alpha$ [1]. ¿Alguna vez has escuchado de la corriente artística llamada surrealismo? Bueno, pues los matemáticos parecen también haber colaborado con éstos números y son precisamente todos aquellos que estén en algún $\mathbb{S}_\alpha$ con α, un ordinal.

En cierto sentido cada $\mathbb{S}_\alpha$ es un campo infinito, cerrado y ordenado que contiene a los números reales, en términos sencillos y exagerando gravemente las cosas, son los "números" más grandes que puedas construir o inventar sin romper las matemáticas estándar. Así es, el simple hecho de pensar en algo como $\mathbb{S}_{ON}$ ya no es válido, en contraste con ON en quien sí puedes pensar pero cuidadosamente; es más, hay matemáticas donde literalmente se puede probar que son el campo ordenado más grande posible.

Los surreales fueron desarrollados inicialmente en la Teoría de Juegos y, más aún, cada número surreal es realmente una especie de juego. Al igual que cualquier campo, podemos extenderlos para crear los **números surcomplejos** que ya son historia para otra ocasión...

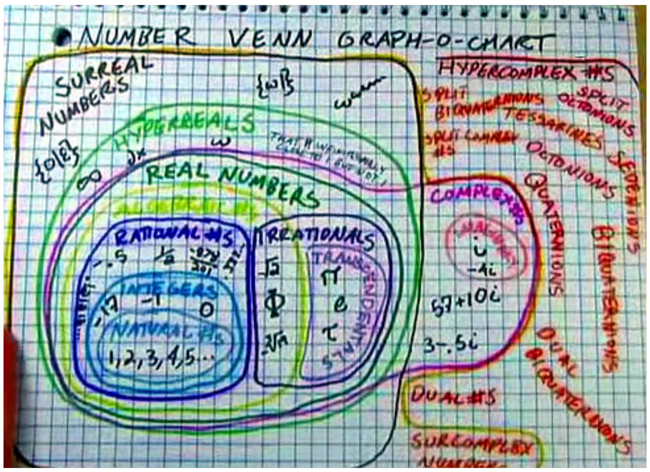


Diagrama de contenciones tomado de [3].

3. CONCLUSIONES

Los matemáticos han inventado diversos objetos abstractos a lo largo de la historia para resolver sus problemas; a varios los han llamado números y en el artículo hemos explorado diez de éstos, estudiando sus construcciones, definiciones, aplicaciones y razones de ser.

No cabe duda, al ver tanta creatividad, que la historia no ha terminado ahí y, posiblemente en el futuro, habrá números más complejos que los complejos, más completos que los reales, más monstruosos que los ordinales y más imposibles que los surreales, lo más sorprendente de todos ellos es que tendrán una aplicación que beneficie el estudio y avance del conocimiento humano.

REFERENCIAS

[1]Alling N.L. (1987). Foundations of Analysis over Surreal Number Fields (p. 372). Amsterdam, Holanda: Elsevier Science.

[2]Angoa Amador, et al. (2007). Introducción a las Estructuras Algebraicas (1a ed., p. 97). Puebla, Puebla: Fomento Editorial BUAP.

[3]Hart, Victoria. [Vi Hart]. (2012, Mar 24). $9.999...$*reasons that*$.999\cdots = 1$ [Video]. Recuperado de www.youtube.com/watch?v=TINfzxSnnIE en 2015, May 18.

[4]Hrbacek, Karel & Thomas Jech (1999). Introduction to Set Theory (3a ed., p. 289). New York: Marcel Dekker Inc.

[5]Kunen, K. (2009). The Foundations of Mathematics (1a ed., Vol. 19, p. 251). London: King's College London.

[6]Mendelson, E. (1997). Introduction to Mathematical Logic (4a ed., p. 440). Bodmin, Cornwall: Chapman & Hall.

Jonathan Julián Huerta y Munive

Jonathan estudió dos años de ingeniería física en el Tec de Monterrey. Actualmente, es estudiante del 8^o semestre de la licenciatura en matemáticas en la FCFM-BUAP. Su área de interés principal son los fundamentos de las matemáticas. Ha participado en diversos simposios, congresos y escuelas de verano relacionadas con fundamentos de las matemáticas a nivel nacional e internacional.

Una gran amistad: Einstein y Gödel

A la derecha tenemos un collage de fotografías en donde podemos encontrar a dos grandes amigos caminando uno junto al otro de vuelta a casa luego de un día de trabajo. Por un lado tenemos al científico más conocido y popular del siglo XX; Albert Einstein (1879-1955), físico alemán de origen judío. Por otra parte tenemos a Kurt Gödel (19061978), una de las 100 personas más importantes del siglo XX de acuerdo a la revista TIME, él era un matemático y lógico austriaco reconocido por sus “ teoremas de incompletez”.

Einstein llegó a América en 1933 y fue reclutado por Princeton como el miembro estrella del Instituto de Estudios Avanzados. Su rutina diaria empezaba con una caminata desde su casa, en el número 115 de la calle Mercer, hacia su oficina. Una década despues de que Einstein llegó a Princeton encontró un compañero para sus caminatas, un hombre más joven que él, se trataba de Kurt Gödel [3].

Uno físico y el otro matemático, los dos eran refugiados del Tercer Reich y hablaban un alemán gutural rico. Pero las diferencias entre estos amigos eran en realidad mayores que sus similitudes. Gödel era un hombre extraño y trágico. Mientras que Einstein era sociable y lleno de risas, Gödel era solemne, solitario, y pesimista. Einstein se entregó libremente a su apetito por la cocina alemana a diferencia de Gödel que subsistió a base de mantequilla, comida para bebés, y laxantes. Aunque la vida privada de Einstein no estuvo exenta de complicaciones, exteriormente era alegre. Gödel, por el contrario, tenía una tendencia a la paranoia, creía en fantasmas y tenía un temor de ser envenenado; se negaba a salir cuando ciertos matemáticos distinguidos estaban en la ciudad, al parecer debido a la preocupación de que pudieran tratar de matarlo.

Pero la mayor parte de la historia de su amistad esta en el olvido. Por ejemplo pocos saben, que Gödel se interesó por la Relatividad General y encontró un tipo de soluciones a las ecuaciones de Einstein en las que es posible viajar en el tiempo. De acuerdo a Gödel, lo que demostraban sus soluciones es que, el tiempo no existe en realidad. Por otro lado tampoco es muy sabido que Einstein acompañó a Gödel a su entrevista para la naturalización estadounidense y que de no ser por su ayuda no hubiese pasado el examen [2].

Te invitamos a que leas más anécdotas de esta pareja de científicos y grandes amigos en [1].

Atentamente:
Comité Editorial

REFERENCIAS

[1]Yourgrau, P. (2009). A World Without Time: The Forgotten Legacy of Gödel and Einstein. Basic Books.

[2]Kurt Gödel and the Institute. Recuperado el 10 de Mayo de 2015 de www.ias.edu/people/godel/institute.

[3]TIME BANDITS, What were Einstein and Gdel talking about? By Jim Holt. Recuperado el 10 de Mayo de 2015 de www.newyorker.com/magazine/2005/02/28/time-bandits-2.

Kurt Gödel and Albert Einstein walking in Princeton (1954)

Estudiantil

Te invita a participar.

El comité editorial recibe tus propuestas para las secciones de:

-Artículos
-Reseñas
-Foto de portada
-Ilustraciones

Escríbenos a:
conciencia.buap@gmail.com
y envíanos tus comentarios, sugerencias y aportaciones.