



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Estudio de defectos en cristales fotónicos que contienen
metamateriales

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Fernando Escalona Alcázar

asesorado por

Dra. Martha Alicia Palomino Ovando

Dr. Rosendo Lozada Morales

Puebla Pue.
Noviembre 2014



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Estudio de defectos en cristales fotónicos que contienen
metamateriales

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Fernando Escalona Alcázar

asesorado por

Dra. Martha Alicia Palomino Ovando

Dr. Rosendo Lozada Morales

Puebla Pue.
Noviembre 2014

Título: Estudio de defectos en cristales fotónicos que contienen metamateriales

Estudiante: FERNANDO ESCALONA ALCÁZAR

COMITÉ

M.C. Pedro Tolentino Eslava
Presidente

Dr. Severino Muñoz Aguirre
Secretario

Dr. Miller Toledano Solano
Vocal

Dra. Martha Alicia Palomino Ovando
Dr. Rosendo Lozada Morales
Asesores

Índice general

1. Introducción	1
2. Ecuaciones de Maxwell	3
2.1. Condiciones de frontera	4
2.2. Ecuación de onda	4
2.3. Matriz de transferencia: Polarización TM (Transversal Magnética)	6
2.4. Matriz de transferencia: Polarización TE (Transversal Eléctrica)	9
3. Metamateriales	13
3.1. Introducción	13
3.2. Definición	13
3.3. Propiedades	14
3.3.1. Ley de Snell inversa	14
3.4. Obtención Experimental	16
3.4.1. Arreglo de alambres metálicos delgados	16
3.4.2. Respuesta Magnética Resonante	17
3.4.3. Diseño de Materiales Izquierdos	18
3.5. Desarrollo Teórico	18
3.6. Cristales fotónicos	20
3.6.1. Impurezas	20
4. Resultados	23
4.1. Espectros de transmisión	23
4.2. Defectos originados por el cambio del ancho del dieléctrico	25
4.3. Defecto ocasionado por cambio en la permitividad eléctrica	26
4.4. Variación en el ángulo de incidencia	28
5. Conclusiones	31

Capítulo 1

Introducción

Desde finales del siglo XX e inicios del siglo XXI ha existido un creciente interés por las estructuras conocidas como cristales fotónicos, por sus amplias aplicaciones, lo que ha conducido a numerosas investigaciones [1]. Estas estructuras se caracterizan porque la radiación electromagnética está prohibida para ciertos rangos de frecuencia denominadas bandas fotónicas prohibidas, esto es, para ciertos rangos de frecuencia hay ausencia de transmisión de radiación, este nombre lo reciben en analogía a las bandas de energía prohibida para transmisión de electrones en los cristales reales, el conocimiento y manejo de estas bandas ha proporcionado grandes avances en electrónica, algunos ejemplos de sus aplicaciones son los diodos, transistores, celdas fotovoltaicas, etc. El conocer las propiedades ópticas de los materiales ha proporcionado un importante avance en la tecnología como es el caso del desarrollo de las telecomunicaciones, o bien en la construcción de dispositivos láser, fibras ópticas, etc., estos avances son un resultado del creciente conocimiento que se tiene del comportamiento de la luz en los materiales. Los cristales fotónicos son estructuras con un índice de refracción periódico, dicha periodicidad pueda darse en una, dos o tres dimensiones y se construyen a partir de alternar diferentes tipos de materiales como son dieléctricos, semiconductores, metales e incluso metamateriales que será el caso que nos ocupe en este trabajo.

Los metamateriales o materiales izquierdos se caracterizan por tener la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica negativas para un mismo rango de frecuencias. El primero en proponer materiales con estas características fue Víctor Veselago en 1968 [2]. La permeabilidad magnética y permitividad eléctrica describen respectivamente la respuesta del material ante la presencia de campos magnéticos y eléctricos y es a través de las ecuaciones de Maxwell como es posible determinar esta respuesta. A su vez la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética determinan el índice de refracción por medio de la ecuación $n^2 = \epsilon\mu$. En materiales naturales se considera al signo del índice de refracción como positivo. Sin embargo Veselago propuso tomar el signo de la raíz cuadrada negativo cuando la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica sean ambas negativas, a los materiales con estas características se les conoce como metamateriales, lograr ambos parámetros negativos para un mismo rango de frecuencias es algo que no ocurre en los materiales de manera natural, sin embargo el creciente desarrollo en el estudio de los materiales artificiales ha permitido encontrar materiales con estas características, con los metamateriales también es posible construir estructuras de banda de energía prohibida. La fabricación de los metamateriales ha sido posible gracias a los conocimientos que se tienen de la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética en función de la frecuencia (Modelo de Drude) [3] ya que para ciertas geometrías los valores de estos parámetros pueden ser negativos [4]-[5].

Es conocido que en un cristal fotónico convencional la reflexión y la transmisión de la luz dependen del ángulo de incidencia y que las regiones de frecuencia donde se observa un máximo de reflexión (o mínimo de transmisión) tienen un corrimiento cuando cambia la dirección de incidencia de la luz, también se observan cambios al hacer incidir luz con polarización TE (transversal eléctrica) o TM (transversal magnética). Encontrar estructuras donde la respuesta sea la misma, independientemente de la dirección de incidencia de la luz resulta interesante debido a su aplicación como reflectores perfectos a todos los ángulos, materiales con estas características son denominados omnidireccionales, y la existencia de estructuras donde se alternan periódicamente metamateriales con dieléctricos ha abierto la posibilidad de construirlos. Por otra parte es un hecho conocido que cuando la periodicidad de un cristal se trunca por la introducción de alguna impureza, se generan modos de tunelamiento dentro del gap fotónico, las impurezas pueden generarse en el caso de los cristales fotónicos a través de modificar el tamaño de la celda unitaria para algún caso o bien, introduciendo en alguna celda un material con un índice de refracción distinto a los usados para construir la estructura periódica, tales niveles de impurezas dentro del gap fotónico son observados con diferentes energías al variar los ángulos de incidencia de la luz, esto ocurre para ambas polarizaciones, para un cristal que presenta un gap omnidireccional se espera que dichos niveles de impurezas no dependan del ángulo de incidencia de la luz lo cual permitiría usar a estos materiales como filtros perfectos, si la presencia de metamateriales abre la posibilidad de gaps omnidireccionales también abre esta posibilidad. En esta tesis se pretende hacer una revisión completa de estructuras con estas características, para ello se revisarán las propiedades de las estructuras con gaps omnidireccionales, se hará una revisión del comportamiento de las impurezas en cristales fotónicos convencionales, esto es, contruidos con dieléctricos, para después hacer las comparaciones con los cristales fotónicos contruidos alterando metamateriales con dieléctricos [6]-[10]. Para ello la tesis se estructura de la manera siguiente:

En el capítulo 1 se desarrolla el método de la matriz de transferencia, este método parte de las ecuaciones de Maxwell y al tomar en cuenta de manera apropiada las condiciones de frontera se encuentran las fórmulas que determinan los coeficientes de reflexión y transmisión para un cristal fotónico unidimensional.

En un siguiente capítulo se describen los metamateriales y se hace la reformulación al método de la matriz de transferencia para el caso de metamateriales, se discuten las características de los gaps omnidireccionales y del papel de las impurezas en las estructuras periódicas. Posteriormente se presenta el capítulo con las aportaciones de este trabajo, se presentan resultados para estructuras periódicas 1D construidas a base de dieléctricos con el fin de hacer comparaciones con estructuras donde se alternan metamateriales, se estudia el efecto de las impurezas para cada caso, y se hacen análisis cuando la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética dependen de la frecuencia, para compararlo con la literatura publicada que se ha dedicado a considerar únicamente casos en donde estos parámetros permanecen constantes.

Capítulo 2

Ecuaciones de Maxwell

En 1860 el físico británico James Clerk Maxwell formuló en un grupo compacto y elegante de reglas que rigen el electromagnetismo conocidas como ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones fueron obtenidas de manera empírica en el siglo XIX y fue Maxwell quien además de introducir un término a una de éstas, se dio cuenta que con ellas podía describir todo el electromagnetismo [11].

Las cantidades que aparecen en estas ecuaciones son el campo eléctrico \vec{E} , el campo magnético \vec{B} , el desplazamiento eléctrico \vec{D} , la intensidad del campo magnético \vec{H} , la densidad de corriente eléctrica \vec{J} y la densidad de carga eléctrica ρ y se escriben de la siguiente manera:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Cada una de éstas ecuaciones es la generalización de observaciones experimentales como la ley de Gauss (2.1) que se deduce de la ley de Coulomb, la ecuación (2.2) representa el hecho de que nunca se han encontrado monopolos magnéticos, la ecuación (2.3) es la forma diferencial de la ley de inducción de Faraday, y la ecuación (2.4) es una extensión de ley de Ampere.

A estas ecuaciones se les añade las relaciones constitutivas:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}). \quad (2.6)$$

Donde \vec{P} es el vector de polarización de un dieléctrico y \vec{M} es el vector de magnetización de un medio magnético. Cuando un campo eléctrico está presente en la materia, éste puede perturbar el movimiento de los electrones y producir una polarización \vec{P} . De manera similar el campo magnético puede inducir una magnetización \vec{M} en los materiales teniendo una permeabilidad diferentes a μ_0 .

Estas ecuaciones son llamadas relaciones constitutivas ya que describen la forma en la cual el campo eléctrico y magnético están relacionados a las cantidades independientes del medio \vec{D} , \vec{H} en un material donde en general $\epsilon \neq \epsilon_0$ y $\mu \neq \mu_0$, siendo μ_0 , ϵ_0 la permeabilidad magnética y

permitividad eléctrica en el vacío. La forma exacta definirá las propiedades magnéticas y eléctricas en determinado medio, donde se podrán observar las relaciones entre cargas ligadas y corrientes de magnetización y los campos externos, es decir la respuesta del material.

2.1. Condiciones de frontera.

La radiación electromagnética al propagarse encuentra medios materiales distintos y un problema muy importante es determinar la cantidad de radiación que se transmite y la que se refleja en cada una de las superficies que separa dichos medios, este problema es resuelto a través de aplicar las condiciones de continuidad de las componentes de los campos eléctricos y magnéticos en dichas interfaces, estas condiciones de continuidad son también consecuencia de las ecuaciones de Maxwell y son denominadas condiciones de frontera o ecuaciones de continuidad. Las condiciones de continuidad las describimos a continuación [12]:

$$\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0, \quad (2.7)$$

nos dice que la componente tangencial del campo eléctrico es continua a través de una superficie de separación entre dos medios,

$$\hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_S, \quad (2.8)$$

indica que la diferencia entre las componentes tangenciales del campo magnético a través de una superficie de separación entre dos medios es igual a la densidad de corriente superficial,

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \sigma, \quad (2.9)$$

esta ecuación indica que la diferencia entre las componentes normales del desplazamiento eléctrico es igual a densidad superficial de carga,

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0, \quad (2.10)$$

nos dice que las componentes normales del campo magnético son continuas en una superficie de separación entre dos medios.

2.2. Ecuación de onda

La consecuencia más importante de las ecuaciones de Maxwell es la existencia de ondas electromagnéticas, las cuales pueden propagarse de un punto a otro a través del espacio, ya sea en el vacío o en un medio material éstas satisfacen la ecuación de onda que a continuación derivaremos para un medio material isotrópico, lineal y homogéneo, en este caso la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética son escalares, se consideran regiones donde la densidad de carga ρ y la densidad de corriente \vec{J} son nulas, por lo que obtenemos las siguientes expresiones a partir de las relaciones constitutivas, (2.5) y (2.6) [13]:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad (2.11)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (2.12)$$

de donde las ecuaciones de Maxwell (2.1)-(2.4) se reducen a:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad (2.14)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{\mu\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (2.16)$$

Para encontrar la ecuación de onda se aplica el rotacional a la ecuación (2.13) y se sustituye la ecuación (2.16) además de aplicar la identidad vectorial.

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}, \quad (2.17)$$

por lo que obtenemos,

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\mu\epsilon}{c} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (2.18)$$

sustituyendo la ecuación (2.14) se obtiene,

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.19)$$

Siguiendo un procedimiento similar al tomar el rotacional de (2.16) obtenemos:

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.20)$$

La solución de la ecuación de onda dependerá de la distribución de cargas y corrientes que den origen al campo y además de las condiciones de frontera en los límites entre regiones homogéneas. Es posible tomar el problema de incidencia en una super red de forma sistemática y considerar al medio lineal, homogéneo, no conductor, no magnético, donde $\mu = 1$ siendo $\vec{H} = \vec{B}$ donde no existen cargas libres.

2.3. Matriz de transferencia: Polarización TM (Transversal Magnética)

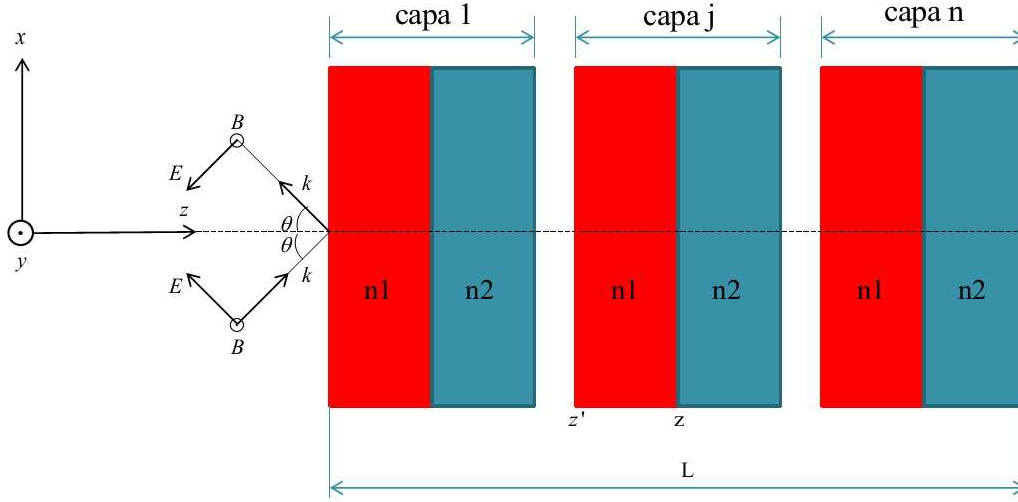


Figura 2.1: Polarización TM (P)

Para calcular la transmisión y reflexión de una onda incidente en arreglos periódicos, usaremos el método de la matriz de transferencia [14].

Consideremos una estructura de capas alternadas crecidas en la dirección z con las interfaces paralelas al plano xy , cada región está caracterizada por un ϵ_j un espesor d_j y la frecuencia de la radiación incidente ω .

Los campos eléctrico, magnético, y el vector de propagación se expresan de la siguiente manera:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_x e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{i} + E_z e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{k}, \quad (2.21)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B_y e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{j}, \quad (2.22)$$

$$\vec{k}(\vec{r}) = k_x \hat{i} + k_z \hat{k}, \quad (2.23)$$

a partir de estas expresiones es posible encontrar el valor de las componentes E_z y B_y .

Utilizando la fórmula (2.14) obtenemos:

$$\nabla \cdot \vec{E} = ik_x E_x e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} + ik_z E_z e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} = 0, \quad (2.24)$$

entonces,

$$E_z = -\frac{k_x E_x}{k_z}. \quad (2.25)$$

Por otra parte utilizamos la fórmula (2.13)

CAPÍTULO 2. ECUACIONES DE MAXWELL
2.3. MATRIZ DE TRANSFERENCIA: POLARIZACIÓN TM (TRANSVERSAL
MAGNÉTICA)

$$\nabla \times \vec{E} = iE_x e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \frac{k_x^2 + k_z^2}{k_z} \hat{j}. \quad (2.26)$$

y

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{c} i\omega B_y \hat{j} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}. \quad (2.27)$$

Reemplazando los valores encontrados se obtiene:

$$B_j = \frac{c}{\omega} \frac{k_x^2 + k_z^2}{k_z} E_x, \quad (2.28)$$

si $B_y = \frac{c}{\omega} \frac{k_x^2 + k_z^2}{k_z} E_x$ y además $k^2 = k_x^2 + k_z^2 = \epsilon \frac{\omega^2}{c^2}$ tenemos,

$$B_y = \frac{\omega \epsilon}{ck_z} E_x. \quad (2.29)$$

Definiendo a la admitancia como $Y = \frac{\omega \epsilon}{ck_z}$ y a su inverso como la impedancia del sistema $Z = \frac{1}{Y} = \frac{ck_z}{\omega \epsilon}$, finalmente encontramos la relación:

$$B_y = Y E_x. \quad (2.30)$$

Para calcular la transmisión y reflexión de la radiación incidente en la estructura que consiste en un arreglo periódico, de dos películas con índices de refracción distintos y que se repiten a lo largo de la estructura se construye la matriz de transferencia. Para esto se considera que las componentes de los campos eléctricos y magnéticos de la onda incidente son de la forma:

$$E_x(x, z; t) = E_{i_x} e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} - E_{r_x} e^{i(k_x x - k_z z - \omega t)}, \quad (2.31)$$

si $A_1 = E_{i_x} e^{i(k_x x - \omega t)}$ y $A_2 = E_{r_x} e^{i(k_x x - \omega t)}$ entonces,

$$E_x(x, z; t) = A_1 e^{ik_z z} - A_2 e^{-ik_z z}. \quad (2.32)$$

Como consideramos que $\mu = 1$, $\vec{B} = \vec{H}$, por lo que podemos conocer H de la Ec. (2.30)

$$H_x(x, z; t) = Y(A_1 e^{ik_z z} + A_2 e^{-ik_z z}), \quad (2.33)$$

la expresión (2.32), y (2.33) se puede expresar en forma matricial quedando de la siguiente manera.

$$\begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ Y & -Y \end{pmatrix}_z \begin{pmatrix} A_1 e^{ik_z z} \\ A_2 e^{-ik_z z} \end{pmatrix}_z = B \begin{pmatrix} A_1 e^{ik_z z} \\ A_2 e^{-ik_z z} \end{pmatrix}_z, \quad (2.34)$$

$$\begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix}_z = B \begin{pmatrix} e^{ik_z(z-z')} & 0 \\ 0 & e^{-ik_z(z-z')} \end{pmatrix}_{d=(z-z')} \begin{pmatrix} A_1 e^{ik_z z'} \\ A_2 e^{-ik_z z'} \end{pmatrix}_{z'}. \quad (2.35)$$

Por otro lado, para la capa j -ésima,

CAPÍTULO 2. ECUACIONES DE MAXWELL
2.3. MATRIZ DE TRANSFERENCIA: POLARIZACIÓN TM (TRANSVERSAL
MAGNÉTICA)

$$\begin{pmatrix} A_1 e^{ik_z z'} \\ A_2 e^{-ik_z z'} \end{pmatrix}_{z'} = B^{-1} \begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix}_{z'}, \quad (2.36)$$

y teniendo a

$$T(d) = \begin{pmatrix} e^{ik_z(z-z')} & 0 \\ 0 & e^{-ik_z(z-z')} \end{pmatrix}_{d=(z-z')}, \quad (2.37)$$

se obtiene lo siguiente para (2.35)

$$\begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix}_z = BT(d)B' \begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix}_{z'}, \quad (2.38)$$

definiendo a la matriz de transferencia como.

$$m = BT(d)B', \quad (2.39)$$

y está dada de la siguiente forma para cada una de las capas

$$m_j = \begin{pmatrix} \cos(k_z d) & iY^{-1} \operatorname{sen}(k_z d) \\ iY \operatorname{sen}(k_z d) & \cos(k_z d) \end{pmatrix}. \quad (2.40)$$

Aplicando condiciones de frontera a cada interface y reiteradamente la matriz obtenida en la ecuación se encuentra: $m = m_n m_{n-1} \dots m_0$ por lo que finalmente tenemos la expresión que relaciona los campos en la región incidente con la región de transmisión,

$$\begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix}_{z_n} = m \begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix}_{z_1}. \quad (2.41)$$

Para la onda reflejada e incidente se obtiene si $A_1 = 1$ y $A_2 = R$ para $z=0$, de las Ecs. (2.32) y (2.33) tenemos:

$$E_{x_0}(0) = 1 - R, \quad (2.42)$$

$$H_{y_0}(0) = Y_0 + Y_0 R. \quad (2.43)$$

Para la onda transmitida, si $A_1 = T$ y $A_2 = 0$ para $z=L$ (donde L es la longitud total de la super red), de donde:

$$E_{x_n}(L) = T e^{ik_L L}, \quad (2.44)$$

$$H_{y_n}(L) = Y_{n+1} T e^{ik_L L}, \quad (2.45)$$

de las relaciones anteriores encontramos la relación matricial,

$$\begin{pmatrix} T e^{ik_L L} \\ Y_{n+1} T e^{ik_L L} \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} 1 - R \\ Y_0(1 + R) \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

de esta expresión se deduce un sistema de dos ecuaciones,

$$T e^{ik_L L} = m_{11}(1 - R) + m_{12} Y_0(1 + R), \quad (2.47)$$

$$Y_{n+1} T e^{ik_L L} = m_{21}(1 - R) + m_{22} Y_0(1 + R), \quad (2.48)$$

a partir de las cuales encontramos los coeficientes de transmisión y reflexión,

$$T = \frac{(m_{12} + m_{22}Y_0)(m_{11} - m_{12}Y_0) - (m_{11} + m_{12}Y_0)(m_{21} - m_{22}Y_0)}{(m_{11} - m_{12}Y_0)Y_{n+1}e^{ik_L L} - (m_{21} - m_{22}Y_0)e^{ik_L L}}, \quad (2.49)$$

$$R = \frac{(m_{11} + m_{12}Y_0)Y_{n+1}e^{ik_L L} - (m_{21} + m_{22}Y_0)e^{ik_L L}}{(m_{11} - m_{12}Y_0)Y_{n+1}e^{ik_L L} - (m_{21} - m_{22}Y_0)e^{ik_L L}}. \quad (2.50)$$

2.4. Matriz de transferencia: Polarización TE (Transversal Eléctrica)

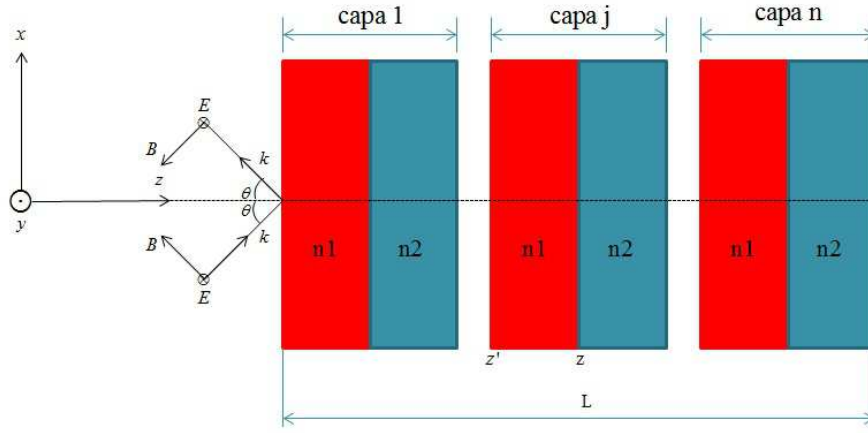


Figura 2.2: Polarización TE (S)

Consideremos nuevamente la estructura de capas alternadas crecidas en la dirección z con las interfaces paralelas al plano xy , cada región está caracterizada por un ϵ_j un espesor d_j y la frecuencia de la radiación incidente ω , pero ahora con otra orientación de los campos dada por:

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B_x e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{i} + B_z e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{k}, \quad (2.51)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_y e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \hat{j}, \quad (2.52)$$

$$\vec{k}(\vec{r}) = k_x \hat{i} + k_z \hat{k}, \quad (2.53)$$

a partir de estas expresiones es posible encontrar el valor de las componentes B_z y E_y . Utilizando la fórmula (2.15) obtenemos,

$$\nabla \cdot \vec{B} = ik_x B_x e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} + ik_z B_z e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} = 0, \quad (2.54)$$

de donde se encuentra que

$$B_z = -\frac{k_x B_x}{k_z}. \quad (2.55)$$

CAPÍTULO 2. ECUACIONES DE MAXWELL

2.4. MATRIZ DE TRANSFERENCIA: POLARIZACIÓN TE (TRANSVERSAL ELÉCTRICA)

Por otra parte utilizamos la fórmula (2.16)

$$\nabla \times \vec{B} = iB_x e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \frac{k_x^2 + k_z^2}{k_z} \hat{j}, \quad (2.56)$$

y

$$\frac{\mu\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\mu\epsilon}{c} i\omega E_y \hat{j} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad (2.57)$$

reemplazando los valores encontrados se obtiene:

$$B_j = \frac{c}{\omega\mu\epsilon} \frac{k_x^2 + k_z^2}{k_z} B_x, \quad (2.58)$$

si $E_y = \frac{c}{\omega\mu\epsilon} \frac{k_x^2 + k_z^2}{k_z} E_x$ y además $k^2 = k_x^2 + k_z^2 = \epsilon \frac{\omega^2}{c^2}$ tenemos:

$$E_y = -\frac{\omega}{ck_z} B_x. \quad (2.59)$$

Definiendo a la admitancia como $Y = \frac{ck_z}{\omega}$ y a su inverso como la impedancia del sistema $Z = \frac{1}{Y} = \frac{\omega}{ck_z}$, finalmente encontramos la relación:

$$B_x = -Y E_y. \quad (2.60)$$

Para calcular la transmisión y reflexión de la radiación incidente en la estructura que consiste en un arreglo periódico de capas alternadas con diferentes índices de refracción, se construye la matriz de transferencia. Para esto se considera que las componentes de los campos eléctricos y magnéticos de la onda incidente son de la forma:

$$E_x(x, z; t) = -E_{i_x} e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} - E_{r_x} e^{i(k_x x - k_z z - \omega t)}, \quad (2.61)$$

si $A_1 = E_{i_x} e^{i(k_x x - \omega t)}$ y $A_2 = E_{r_x} e^{i(k_x x - \omega t)}$, entonces:

$$E_x(x, z; t) = -A_1 e^{ik_z z} - A_2 e^{-ik_z z}. \quad (2.62)$$

Como consideramos que $\mu = 1$, $\vec{B} = \vec{H}$, por lo que podemos conocer H de la Ec. (2.60)

$$H_x(x, z; t) = Y(A_1 e^{ik_z z} - A_2 e^{-ik_z z}). \quad (2.63)$$

La expresión (2.32), y (2.33) se puede expresar en forma matricial quedando de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ Y & -Y \end{pmatrix}_z \begin{pmatrix} A_1 e^{ik_z z} \\ A_2 e^{-ik_z z} \end{pmatrix}_z = B \begin{pmatrix} A_1 e^{ik_z z} \\ A_2 e^{-ik_z z} \end{pmatrix}_z, \quad (2.64)$$

$$\begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix}_z = B \begin{pmatrix} e^{ik_z(z-z')} & 0 \\ 0 & e^{-ik_z(z-z')} \end{pmatrix}_{d=(z-z')} \begin{pmatrix} A_1 e^{ik_z z'} \\ A_2 e^{-ik_z z'} \end{pmatrix}_{z'}. \quad (2.65)$$

CAPÍTULO 2. ECUACIONES DE MAXWELL

2.4. MATRIZ DE TRANSFERENCIA: POLARIZACIÓN TE (TRANSVERSAL ELÉCTRICA)

Por otro lado, para la capa j -ésima

$$\begin{pmatrix} A_1 e^{ik_z z'} \\ A_2 e^{-ik_z z'} \end{pmatrix}_{z'} = B^{-1} \begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix}_{z'}, \quad (2.66)$$

y teniendo a,

$$T(d) = \begin{pmatrix} e^{ik_z(z-z')} & 0 \\ 0 & e^{-ik_z(z-z')} \end{pmatrix}_{d=(z-z')}, \quad (2.67)$$

obteniendo lo siguiente para (2.65)

$$\begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix}_z = BT(d)B' \begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix}_{z'}, \quad (2.68)$$

definiendo a la matriz de transferencia como:

$$m = BT(d)B', \quad (2.69)$$

y está dada de la siguiente forma para cada una de las capas

$$m_j = \begin{pmatrix} \cos(k_z d) & iY^{-1} \operatorname{sen}(k_z d) \\ -iY \operatorname{sen}(k_z d) & \cos(k_z d) \end{pmatrix}. \quad (2.70)$$

Aplicando condiciones de frontera a cada interface y reiteradamente la matriz obtenida en la ecuación se encuentra: $m = m_n m_{n-1} \dots m_0$ por lo que finalmente tenemos la expresión que relaciona los campos en la región incidente con la región de transmisión,

$$\begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix}_{z_n} = m \begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix}_{z_1}, \quad (2.71)$$

para la onda reflejada e incidente se obtiene si $A_1 = 1$ y $A_2 = R$ para $z=0$, de las Ecs. (2.62) y (2.63) tenemos:

$$E_{y_0}(0) = -1 - R, \quad (2.72)$$

$$H_{x_0}(0) = Y_0 - Y_0 R. \quad (2.73)$$

Para la onda transmitida, si $A_1 = T$ y $A_2 = 0$ para $z=L$ (donde L es la longitud total de la superred), de donde:

$$E_{y_n}(L) = -T e^{ik_L L}, \quad (2.74)$$

$$H_{x_n}(L) = Y_{n+1} T e^{ik_L L}, \quad (2.75)$$

de las relaciones anteriores encontramos la relación matricial,

$$\begin{pmatrix} -T e^{ik_L L} \\ Y_{n+1} T e^{ik_L L} \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} -1 - R \\ Y_0(1 - R) \end{pmatrix}, \quad (2.76)$$

de esta expresión se deduce un sistema de dos ecuaciones:

$$-T e^{ik_L L} = m_{11}(-1 - R) + m_{12}Y_0(1 - R), \quad (2.77)$$

$$Y_{n+1} T e^{ik_L L} = m_{21}(-1 - R) + m_{22}Y_0(1 - R), \quad (2.78)$$

CAPÍTULO 2. ECUACIONES DE MAXWELL

2.4. MATRIZ DE TRANSFERENCIA: POLARIZACIÓN TE (TRANSVERSAL ELÉCTRICA)

a partir de las cuales encontramos los coeficientes de transmisión y reflexión,

$$T = \frac{(m_{22}Y_0 - m_{21})(m_{11} + m_{12}Y_0) - (m_{12}Y_0 - m_{11})(m_{21} + m_{22}Y_0)}{(m_{11} + m_{12}Y_0)Y_{n+1}e^{ik_L L} + (m_{21} + m_{22}Y_0)e^{ik_L L}}, \quad (2.79)$$

$$R = \frac{(m_{12}Y_0 - m_{11})Y_{n+1} + (m_{22}Y_0 - m_{21})}{(m_{11} + m_{12}Y_0)Y_{n+1} + (m_{21} + m_{22}Y_0)}. \quad (2.80)$$

Capítulo 3

Metamateriales

3.1. Introducción

La respuesta que los materiales tienen ante la incidencia de radiación electromagnética está determinada por dos parámetros importantes, la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética. Generalmente estos parámetros son positivos en materiales ordinarios [15]. Pero la permitividad eléctrica ϵ puede ser negativa en algunos materiales, para ciertos rangos de frecuencias como es conocido del modelo de Drude, por otra parte la permeabilidad magnética μ negativa existe en algunos materiales artificiales. De manera natural no existen materiales donde las dos constantes sean negativas para un mismo rango de frecuencias, sin embargo estos han sido creados de manera artificial y refieren a estructuras artificiales cuya respuesta efectiva para la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética son negativos para un mismo rango de frecuencias.

3.2. Definición

Este nuevo material fue llamado metamaterial por Rodger M. Walson de la Universidad de Texas en Austin en 1999 [16]. El término metamaterial significa que esta más allá de las propiedades de un material convencional. El término apareció por primera vez en el año 2000 en un artículo de Smith sobre un material estructurado con permeabilidad y permitividad negativa en frecuencias de microondas [17].

J.B. Pendry fue el primero en teorizar una forma práctica de hacer un material izquierdo (LHM por sus siglas en inglés). Esto quiere decir que el material no obedece la regla de la mano derecha, lo que permite que una onda electromagnética transmita energía (con una velocidad de grupo) en la dirección opuesta a su velocidad de fase.

Una de las aportaciones más importantes que hizo Pendry para la construcción de materiales cuya respuesta efectiva corresponda a la de un metamaterial ha sido la implementación de estructuras periódicas con materiales que tienen respuesta magnética y eléctrica, para obtener una ϵ negativa se propuso un arreglo de alambres metálicos, la cual supone que la estructura posee un gap debajo de alguna frecuencia de plasma efectiva. Este arreglo nos da una permitividad eléctrica tipo plasmónica en función de la frecuencia, cuando la excitación del campo eléctrico es paralela a los ejes de los alambres y genera momentos dipolares eléctricos. Para la otra polarización con el campo eléctrico perpendicular a los alambres la permitividad es uno.

Para obtener μ negativa se propuso tomar el elemento más simple que posee una respuesta magnética resonante. El resonador de anillo ranurado que consiste en un anillo metálico cor-

tado depositado en un sustrato dieléctrico, este arreglo exhibe un permeabilidad tipo plasmónica dependiente de la frecuencia cuando la excitación del campo magnético es perpendicular al plano de los anillos de modo que se inducen corrientes resonantes en el lazo y se genera el equivalente a los momentos dipolares magnéticos.

Mediante la combinación de un arreglo de alambres delgados metálicos con un arreglo de resonadores de anillos ranurados, se puede obtener para ciertas frecuencias una estructura donde simultáneamente la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética sean negativas [18] [19].

De acuerdo al Instituto Europeo Virtual para Materiales Electromagnéticos Artificiales los Metamateriales son *una disposición artificial de elementos estructurales, diseñada para conseguir propiedades electromagnéticas ventajosas e inusuales.*

Los metamateriales pueden curvar las ondas electromagnéticas. Los materiales encontrados en la naturaleza tienen un índice de refracción positivo (es una medida de cuánto se desvían las ondas electromagnéticas al pasar de un medio a otro), los metamateriales presentan un índice negativo, lo que implica que las ondas incidentes se desvían hacia el otro lado de la perpendicular a la superficie normal que separa los medios. Esto se debe a que los metamateriales tienen simultáneamente un permitividad eléctrica y permeabilidad magnética negativas, por lo que el índice de refracción toma el valor negativo [20].

Se debe tomar en cuenta que la estructura se comporta como metamaterial únicamente en una dirección de propagación de las onda electromagnéticas. Recordando las condiciones para la permitividad y permeabilidad negativa la única dirección de propagación de una onda electromagnética es a lo largo del eje z únicamente la polarización que tenga al campo eléctrico paralelo al eje y y campo magnético paralelo al eje x se propagara en el material izquierdo. La polarización contraria se propaga a través de la estructura sin ninguna interacción con la celdas unitarias.

3.3. Propiedades

3.3.1. Ley de Snell inversa

La respuesta electromagnética de un material se caracteriza por los parámetros macroscópicos de la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética, cuando ambos son negativos producen un índice de refracción negativo. Este cambio afecta de manera directa la Ley de Snell, este supone la intervención de dos medios distintos. El ángulo de refracción se invierte con respecto a la situación convencional cuando una onda electromagnética cruza la interfase entre dos medios que poseen signos opuestos en sus índices de refracción. El ángulo de reflexión, por otra parte, permanece inalterado, ya que afecta únicamente la propagación dentro de un medio [17].

En la ley de Snell teniendo en cuenta dos medios con índices negativos se puede escribir como:

$$s_1|n_1| \cos \theta_1 = s_2|n_2| \cos \theta_2 \tag{3.1}$$

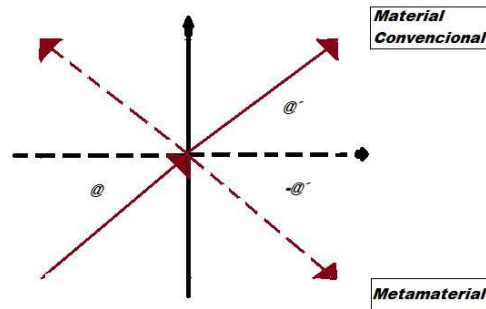


Figura 3.1: La figura muestra el desvío de los rayos de luz cuando incide en un material de índice de refracción negativo

El efecto Doppler es el cambio aparente en la frecuencia de una onda que percibe un observador que se encuentra en movimiento relativo con respecto a la fuente de dicha onda. El observador distingue los cambios de frecuencia fijando una referencia de fase definida. La frecuencia percibida por el observador se puede expresar como $\vec{\omega} = \omega_0 + \vec{k}\vec{v}$, siendo ω_0 la frecuencia real, \vec{k} el vector de onda y \vec{v} la velocidad de la fuente con respecto al detector. El signo de la velocidad es positivo cuando la fuente se aproxima al observador. En este caso, dado que el vector de onda posee la misma dirección y sentido, la frecuencia percibida es más alta. Lo contrario sucede cuando la fuente se aleja del observador.

Sin embargo, cuando las ondas se propagan a través de un medio que posee un índice negativo (por ejemplo, índice de refracción en el caso de la luz visible), el vector de onda cambia su signo con respecto a la situación considerada normal, alterando el resultado percibido por parte del observador. Es decir, los vectores de onda y velocidad son antiparalelos cuando la fuente se aproxima al observador. La figura 3.2 ilustra la diferencia existente entre ambos casos. Los metamateriales exhiben esta propiedad de invertir el efecto Doppler como consecuencia del cambio de signo relativo que se produce entre el vector de propagación y el vector de onda [17].

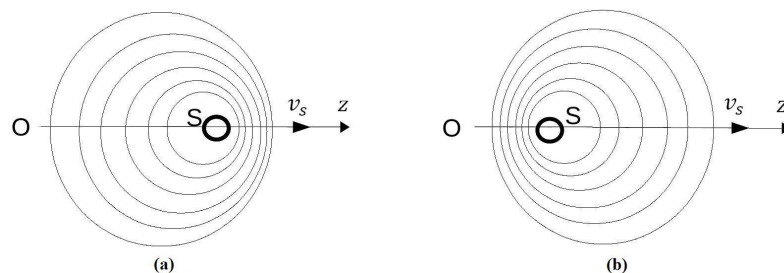


Figura 3.2: Efecto Doppler en (a) un material convencional y (b) un material zurdo

3.4. Obtención Experimental

Para crear un medio en el cual, para un mismo rango de frecuencias ϵ y μ sean negativas, se diseñó un arreglo de alambres metálicos, donde se eligen tanto el metal como la disposición geométrica, de tal manera que se consiga una respuesta efectiva del medio que cumpla con la condición $\epsilon_{eff} < 0$, esta distribución geométrica de alambres se intercala con un arreglo de resonadores de anillo ranurado que cumplen con la condición de dar una respuesta efectiva, tal que para la misma región de frecuencias ϵ_{eff} , se cumpla $\mu_{eff} < 0$. Ambos medios fueron introducidos por Pendry [4]. Estas estructuras son de tipo plasmónico, las cuales pueden ser diseñadas para tener una frecuencia plasmónica en el rango de las microondas.

3.4.1. Arreglo de alambres metálicos delgados

La geometría que lleva a tener respuestas efectivas $\epsilon_{eff} < 0$ tipo metamaterial, se muestra en la figura 3.3, la cual esta basada en un arreglo de alambres metálicos. En analogía, con el caso metálico unidimensional, se supone que la estructura posee un gap debajo de alguna frecuencia de plasma efectiva [21].

El radio r del alambre es mucho más pequeño que la distancia entre alambres vecinos a por lo que el medio se comporta como un medio con permitividad tipo plasma efectiva, donde la frecuencia esta dada por la estructura del material.

La frecuencia del plasma decrece con el incremento de la distancia entre los alambres. Este arreglo da una permitividad eléctrica tipo plasmónica en función de la frecuencia, cuando la excitación del campo eléctrico \vec{E} es paralela a los ejes de los alambres (campo eléctrico paralelo al eje y), de modo que se induce una corriente a lo largo de estos y se generan momentos dipolares eléctricos [22]. Para la polarización, con el campo eléctrico perpendicular a los alambres la permitividad es $\epsilon = 1$.

La respuesta electromagnética de un arreglo de alambres metálicos es cualitativamente muy similar a la respuesta electromagnética de un metal, pero con una frecuencia de plasma efectiva reducida.

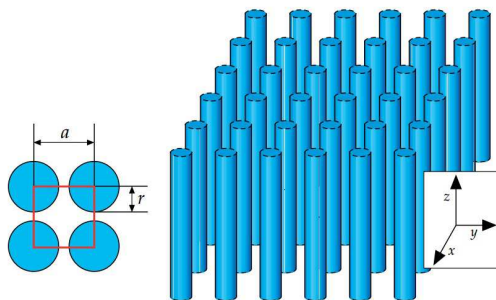


Figura 3.3: Arreglo de alambres metálicos para obtener $\epsilon_{eff} < 0$. Este medio se comporta como un medio de permitividad efectiva negativa ϵ .

3.4.2. Respuesta Magnética Resonante

El elemento más simple que posee una respuesta magnética resonante es el resonador de anillo ranurado.

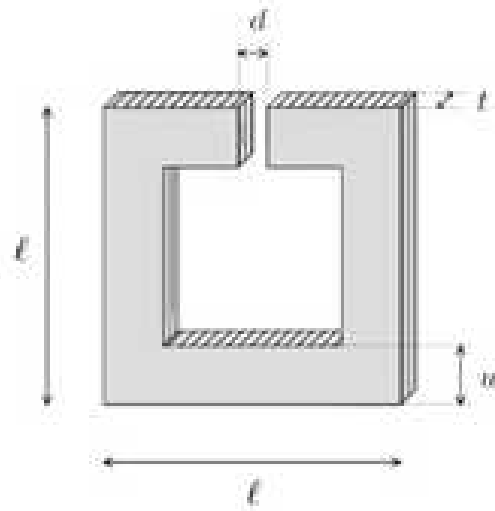


Figura 3.4: El resonador de anillo ranurado simple, consiste en un anillo metálico cortado depositado sobre un sustrato dieléctrico (no se muestra)

Es posible obtener $\mu_{eff} < 0$, basado en un arreglo de resonadores de anillo ranurados metálicos (SRRs). Este arreglo da una permeabilidad tipo plasmónica dependiente de la frecuencia cuando la excitación del campo magnético \vec{H} es perpendicular al plano en los anillos, de modo que se inducen corrientes resonantes en el lazo y se genera el equivalente a los momentos dipolares magnéticos [22].

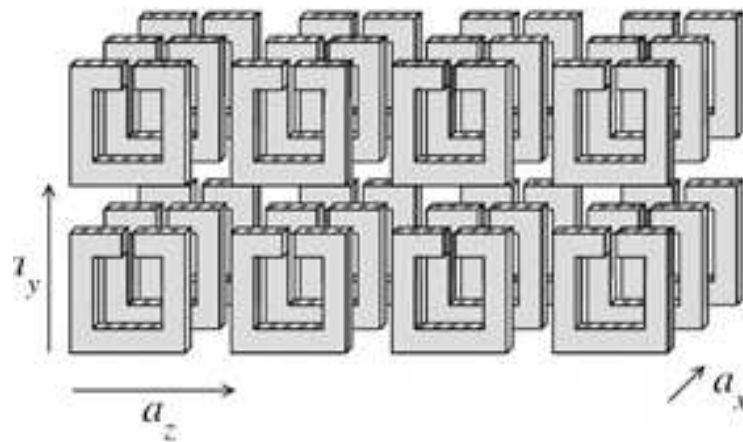


Figura 3.5: Arreglo resonador de anillo ranurado para obtener la permeabilidad magnética efectiva menor que cero

3.4.3. Diseño de Materiales Izquierdos

Mediante la combinación de un arreglo de alambres delgados metálicos con un arreglo de resonadores de anillos ranurados, se puede obtener una estructura que posea simultáneamente, para una cierta región de frecuencia, la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética negativa. La celda unitaria simple que es la base de un material izquierdo, se muestra en la figura.

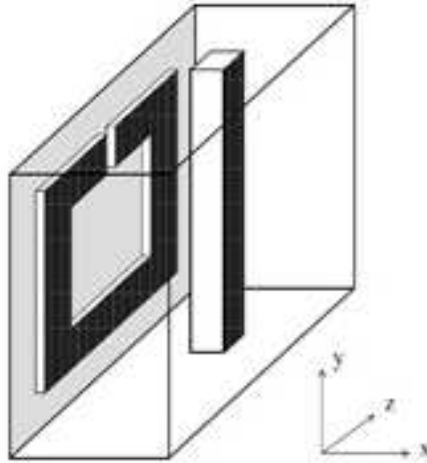


Figura 3.6: Descripción de una celda unitaria de un material izquierdo. El medio se forma por la repetición periódica de una celda unitaria en cada dirección la onda electromagnética se propaga en dirección z y es polarizada con E paralelo al eje y y H paralelo al eje x

Se debe tener en cuenta que la estructura exhibe un comportamiento metamaterial únicamente en una dirección de propagación de las onda electromagnéticas. Recuérdese que para obtener una permeabilidad negativa, el campo magnético debe estar orientado perpendicularmente al plano de los anillos. También, se requiere que el campo eléctrico esté orientado paralelo a los alambres para obtener una permitividad negativa. Por lo tanto, la única dirección posible de propagación de una onda electromagnética es a lo largo del eje z .

Smith proporcionó una demostración experimental del efecto del material izquierdo, mediante un arreglo de alambres y resonadores de anillo ranurado. Ellos cortaron la estructura en una pieza en forma de cuña y la insertaron en un aparato. El efecto del material izquierdo de la estructura fue evidente por el hecho de que un máximo del coeficiente de transmisión fue medido en el ángulo negativo. Mientras que un máximo en el ángulo positivo (encima de lo normal) fue medido, como se esperaba, cuando la cuña fue remplazada por una pieza regular de teflón de idéntica forma [22].

3.5. Desarrollo Teórico

El desarrollo teórico de un material izquierdo en un medio electromagnético con permitividad y permeabilidad simultáneamente negativas nos lleva a las ecuaciones de Maxwell y las ecuaciones constitutivas.

Las constantes dieléctrica ϵ y la permeabilidad magnética μ son las cantidades características fundamentales que determinan la propagación de las ondas electromagnéticas en la materia, la ecuación de dispersion para un medio isotrópico aparece como:

$$k^2 = \frac{\mu\epsilon\omega^2}{c^2}, \quad (3.2)$$

si ambos parámetros μ y ϵ , son negativos su producto es positivo y la ecuación no sufre cambios. Sin embargo al hacer el análisis en las ecuaciones de Maxwell donde μ , y ϵ aparecen por separado:

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0, \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0, \quad (3.4)$$

y si se consideran ondas planas sin perdida de generalidad tenemos:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(k_x x - \omega t)} = (E_{0_x} \hat{i} + E_{0_y} \hat{j} + E_{0_z} \hat{k}) e^{i(k_x x - \omega t)}, \quad (3.5)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(k_x x - \omega t)} = (H_{0_x} \hat{i} + H_{0_y} \hat{j} + H_{0_z} \hat{k}) e^{i(k_x x - \omega t)}, \quad (3.6)$$

se obtiene,

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial E_{0_z}}{\partial x} \hat{j} + \frac{\partial E_{0_y}}{\partial x} \hat{k} = i\vec{k}(-E_{0_z} \hat{j} + E_{0_y} \hat{k}) = i[\vec{k} \times \vec{E}], \quad (3.7)$$

$$\nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial H_{0_z}}{\partial x} \hat{j} + \frac{\partial H_{0_y}}{\partial x} \hat{k} = i\vec{k}(-H_{0_z} \hat{j} + H_{0_y} \hat{k}) = i[\vec{k} \times \vec{H}], \quad (3.8)$$

y derivando con respecto al tiempo

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -i\omega \vec{E}, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -i\omega \vec{H}, \quad (3.10)$$

igualando estas ecuaciones

$$\vec{k} \times \vec{E} = \frac{\omega\mu}{c} \vec{H}, \quad (3.11)$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\frac{\omega\epsilon}{c} \vec{E}. \quad (3.12)$$

Se observa cuando μ , ϵ son mayores que cero, \vec{k} , \vec{E} , \vec{H} forman un triplete de mano derecha (RHM). Pero si μ , ϵ son menores que cero entonces \vec{k} , \vec{E} , \vec{H} forman un triplete de mano izquierda. Por otro lado recordando el vector de Poynting,

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{H}), \quad (3.13)$$

Se deduce que como no existe una dependencia de μ y ϵ su dirección no se ve afectada si estos son negativos por lo que \vec{S} , \vec{E} , \vec{H} forman siempre un sistema de mano derecha. Para un sistema izquierdo \vec{S} y \vec{k} estarían en direcciones opuestas. Esto quiere decir que cuando una onda electromagnética se propaga dentro de un metamaterial la fase k se vuelve negativa y esta se invierte. Recordando la relación de dispersión se considera que al tomar la raíz cuadrada de esta ecuación debe tomarse el signo negativo de la raíz de μ , ϵ , es decir el índice de refracción negativo

$$\eta = -\sqrt{\epsilon\mu} \quad (3.14)$$

3.6. Cristales fotónicos

Los cristales fotónicos son un arreglo periódico de átomos o moléculas, el patrón que siguen estos se denomina red cristalina. El cristal presenta un potencial periódico a un electrón de multiplicación a través de él, los componentes del cristal y su geometría dictan sus propiedades de conducción.

En un cristal los electrones se propagan como ondas y las ondas que cumplen ciertos criterios pueden viajar a través de un potencial periódico sin dispersión (a pesar de que se dispersa por defectos o impurezas). También la red puede prohibir la propagación de ciertas ondas, por lo tanto para ciertas energías y para ciertas direcciones, si el potencial de red es suficientemente fuerte, se puede abrir una brecha para abarcar todas las direcciones posibles de propagación, lo que resulta en una banda fotónica prohibida completa.

El análogo óptico del cristal fotónico, en la que los átomos o moléculas se sustituyen por medios macroscópicos con diferentes constantes dieléctricas. Si las constantes dieléctricas de los materiales del cristal son lo suficientemente diferentes, y si la absorción de la luz de los materiales es mínima, entonces las reflexiones y refracciones de la luz de todas las interfaces diferentes pueden producir muchos de los mismos fenómenos de fotones (modos de luz) que el potencial atómico produce para los electrones, una solución para el control óptico es un cristal fotónico.

Se puede resumir que un cristal fotónico es un sistema en el que la constante dieléctrica o bien el índice de refracción varían de forma periódica. Esta variación periódica provoca la apertura de bandas prohibidas en los estados fotónicos de estos sistemas, muy similar a lo que ocurre con los electrones en los cristales ordinarios cuando lo que varía periódicamente es el potencial eléctrico.

3.6.1. Impurezas

En un esquema de similitud entre las estructuras de bandas de los cristales reales y los cristales fotónicos, es de esperarse que impurezas en un cristal fotónico produzcan estados de energía permitidos dentro de la banda fotónica prohibida. Para introducir impurezas en un cristal fotónico unidimensional se intercala una capa con un índice de refracción distinto al índice de los materiales que se alternan para generar una estructura periódica del cristal fotónica o bien modificando el espesor de una de las capas del mismo.

En presencia de impurezas, los modos de fotones localizados pueden aparecer con frecuencias dentro de las bandas prohibidas (gaps), las cuales separan las bandas permitidas. Estos modos localizados pueden servir como cavidades resonantes con un alto factor de calidad. En un cristal finito estos modos son responsables del pico de transmisión dentro de una frecuencia gap.

Es sabido que velocidades de grupo muy pequeñas pueden ser obtenidas en el filo de la banda de los cristales fotónicos, una muy pequeña velocidad de grupo puede ser obtenida en las orillas de las bandas de impurezas por la línea de defectos de guías de ondas formadas al remover una serie de elementos del cristal fotónico bidimensional.

La gran dispersión de velocidad de grupo en el filo de la banda provoca una seria distorsión en los pulsos ultracortos. Para resolver este problema se propuso el uso de bandas de impurezas formadas por defectos acoplados como eficientes líneas de retardo para pulsos ultracortos, éste es un nuevo tipo de guía de onda, a la cual nos referimos como cavidad acoplada de guías de onda. Las longitudes de onda de los pulsos ultracortos se encuentra alrededor de las bandas de impureza donde la velocidad de grupo es bastante pequeña. El retardo de los pulsos puede ser controlado ajustando el ancho de la banda de impureza. La optimización de la cavidad acoplada de guías de onda mediante la formación adecuada de bandas de impureza ha permitido estudiar la transmi-

CAPÍTULO 3. METAMATERIALES

3.6. CRISTALES FOTÓNICOS

sión de pulsos ultracortos, lo cual ha revelado que la simetría y las propiedades de los defectos simples juegan un papel importante en la determinación de la transmisión procedente de la cavidad.

La generación de bandas fotónicas prohibidas en las bandas de impurezas de cristales fotónicos por una modulación periódica de modos de defecto. Esta modulación puede ser construida, por ejemplo, por un pequeño cambio en la constante dieléctrica en los defectos [23].

Capítulo 4

Resultados

En los capítulos anteriores se desarrolló la teoría necesaria para el cálculo de los espectros de transmisión de una estructura compuesta por capas alternadas de dieléctricos y metamateriales, la cual se basa en el método de la matriz de transferencia, así mismo se hizo la descripción de las ecuaciones que definen las constantes efectivas del metamaterial. En este capítulo se mostrarán los resultados, para ello se ha elegido una estructura construida por capas de dieléctrico con constantes $\mu_1 = 1$, $\varepsilon_1 = 4$ y por otra parte el metamaterial se define de acuerdo al modelo usado por Jiang [7] los anchos del dieléctrico son $d_1 = 1,2cm$ y del metamaterial $d_2 = 0,6cm$. Estos serán los parámetros usados en este trabajo a menos que se indique lo contrario. El objetivo es discutir el efecto de las impurezas introducidas en la estructura periódica, estas impurezas pueden generarse cambiando el ancho de una de las capas o bien cambiando el índice de refracción de alguno de los materiales que lo componen, los cálculos fueron realizados en fortran.

4.1. Espectros de transmisión

A continuación se muestran dos espectros de transmisión para superredes, en la parte superior de la figura 4.1 se graficó el espectro de transmisión para un sistema compuesto de 16 periodos, donde la celda unitaria se compone de una película de dieléctrico y otra de metamaterial y el ángulo de incidencia es de 0^0 y en la parte inferior de la figura se muestra un sistema de capas alternadas de dos materiales dieléctricos. En esta figura puede observarse un gap para ambas curvas la cual se ubica entre 4 y 5 GHz y corresponde al gap de Bragg cuyo origen se debe a la periodicidad de la estructura en tanto que para la curva donde se alternan dieléctricos y metamateriales presenta un gap al rededor del 1 GHz, a este gap se le conoce como gap cero y su origen está en que se cumple la condición $n_1d_1 + n_2d_2 = 0$, donde n_1 y n_2 son los índices de refracción del dieléctrico y del metamaterial respectivamente, sólo los metamateriales pueden cumplir con esta condición ya que hacen posible que uno de los sumandos sea negativo.

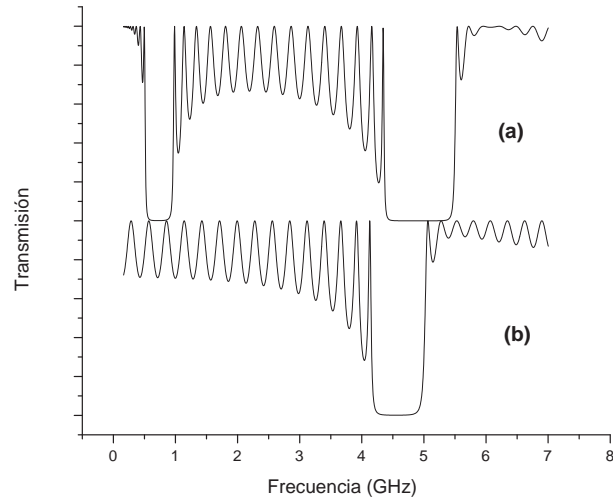


Figura 4.1: Transmisión con polarización S con $\mu = 1$, $\varepsilon_1 = 4$, $d_0 = 1,2$ y $\theta = 0$: Comparación sistema (a) metamaterial con dieléctrico y (b) 2 dieléctricos

En la figura 4.2 se muestran espectros de transmisión para las mismas estructuras señaladas en la figura 4.1 pero a incidencia de $\theta = 45$, puede observarse que el gap de Bragg tiene un corrimiento hacia frecuencias mayores, comparadas con la incidencia normal $\theta = 0$, en tanto que el gap cero presente en la estructura metamaterial dieléctrico se mantiene en la misma frecuencia, las características del gap cero es que es omnidireccional.

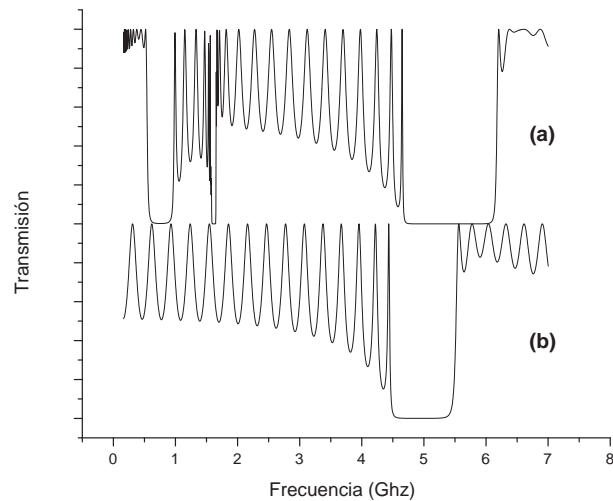


Figura 4.2: Transmisión con polarización S con $\mu = 1$, $\varepsilon_1 = 4$, $d_0 = 1,2$ y $\theta = 45$: Comparación sistema (a) metamaterial con dieléctrico y (b) 2 dieléctricos

4.2. Defectos originados por el cambio del ancho del dieléctrico

La figura 4.3 muestran los espectros de transmisión a incidencia normal para una estructura construida con 16 periodos en donde se ha incluido un defecto ocasionado por cambiar el ancho de la capa de dieléctrico que se encuentra a la mitad de la estructura, el ancho del dieléctrico en la capa central es originalmente $d_0 = d_1$, y la impureza se genera variando el ancho de la capa de dieléctrico, en la figura se muestran espectros de transmisión de estructuras donde el defecto tiene un ancho menor a la capa original, de las curvas puede observarse la presencia de un nivel de tunelamiento dentro del gap de Bragg, que tiene un corrimiento hacia mayores frecuencias en la medida que el ancho de la película defecto es más angosto, el gap de Bragg en este caso puede verse como un pozo de potencial, donde el nivel de tunelamiento se presenta a una mayor energía en la medida que el ancho del pozo de se hace más angosto.

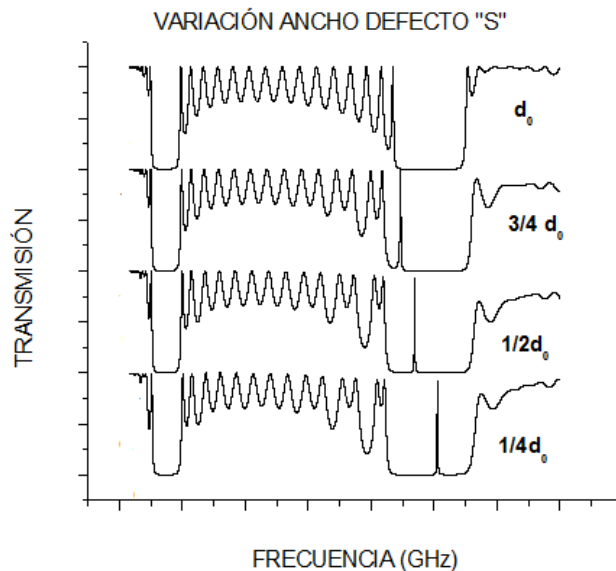


Figura 4.3: Transmisión con polarización S con $\mu = 1$, $\varepsilon_1 = 4$ y $\theta = 0$: variación ancho defecto en submultiplos del ancho

En la figura 4.4 cuando el ancho de la impureza es mayor que el ancho de la película original, el nivel del tunelamiento se mueve hacia frecuencias mayores en la medida que el ancho del defecto se incrementa, en tanto que en el gap omnidireccional aparece un nivel de tunelamiento que no se modifica con el incremento del ancho de la impureza.

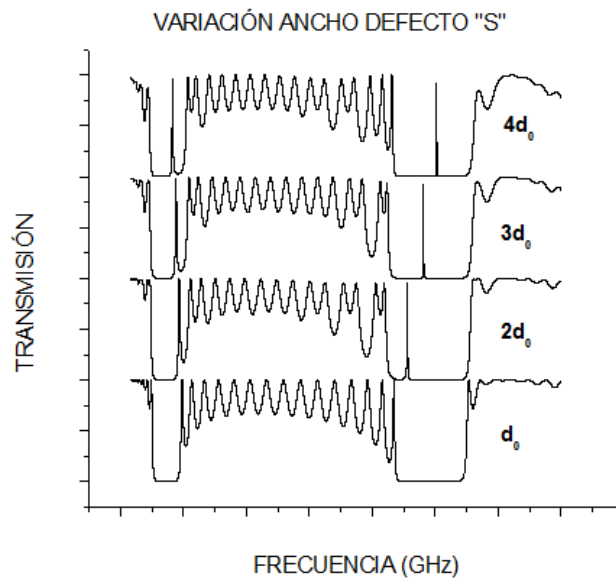


Figura 4.4: Transmisión con polarización S con $\mu = 1$, $\epsilon_1 = 4$ y $\theta = 0$: variación ancho defecto en múltiplos del ancho

4.3. Defecto ocasionado por cambio en la permitividad eléctrica

Se revisa el caso en que la permitividad de la capa de dieléctrico se modifica, en la gráfica de la figura 4.5, se sustituye la capa de dieléctrico que se encuentra en el centro, por una de menor permitividad dieléctrica a la original ϵ_1 , lo que ocasiona niveles de impurezas dentro del gap de Bragg, estos niveles de tunelamiento tienen un corrimiento hacia frecuencias mayores en la medida que la permitividad dieléctrica se reduce.

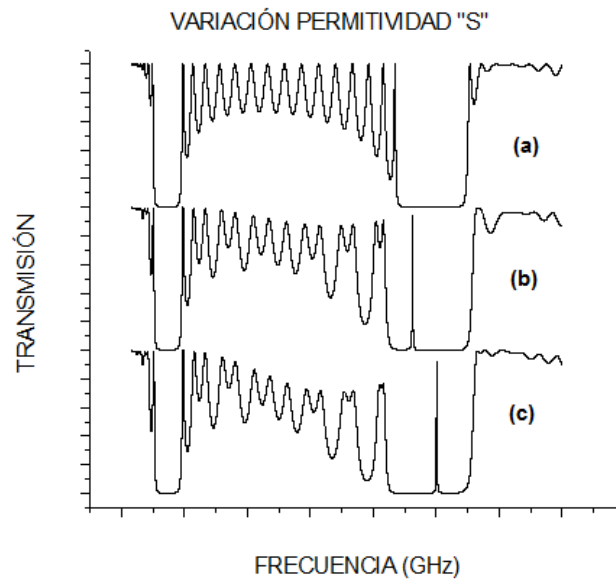


Figura 4.5: Transmisión con polarización S con $\mu = 1$, $d_0 = 1,2$ y $\theta = 0$: Variación de la permitividad (a) ϵ_1 , (b) $\frac{1}{2}\epsilon_1$, (c) $\frac{1}{4}\epsilon_1$

En la figura 4.6, se usan valores mayores a la permitividad original, el efecto de una permitividad mayor se puede entender como un incremento en la altura de la barrera en un sistema de barrera de potencial.

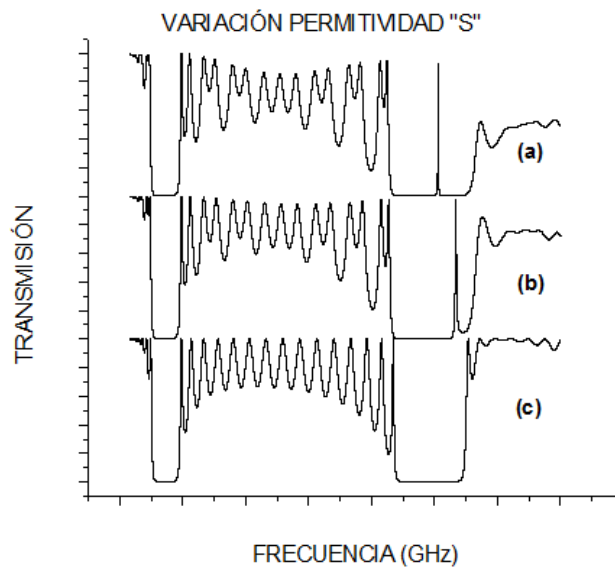


Figura 4.6: Transmisión con polarización S con $\mu = 1$, $d_0 = 1,2$ y $\theta = 0$: Variación de la permitividad (a) $2\epsilon_1$, (b) $\frac{3}{2}\epsilon_1$, (c) ϵ_1

4.4. Variación en el ángulo de incidencia

En las siguientes gráficas se muestran espectros de transmisión para diferentes ángulos de incidencia de la radiación para las dos polarizaciones Transversal Eléctrica o polarización S figura 4.7 y polarización Transversal Magnética o polarización P figura 4.8. Las curvas muestran niveles de tunelamiento dentro de los gaps tanto para el gap cero como para el gap de Bragg, obsérvese que el nivel de tunelamiento dentro del gap de Bragg tiene un corrimiento hacia frecuencias mayores en la medida que el ángulo de incidencia se incrementa, en tanto que el nivel de tunelamiento para el gap cero se mantiene en la misma frecuencia, y esto ocurre para ambas polarizaciones, esto es, los niveles de tunelamiento también resultan ser omnidireccionales dentro del gap cero.

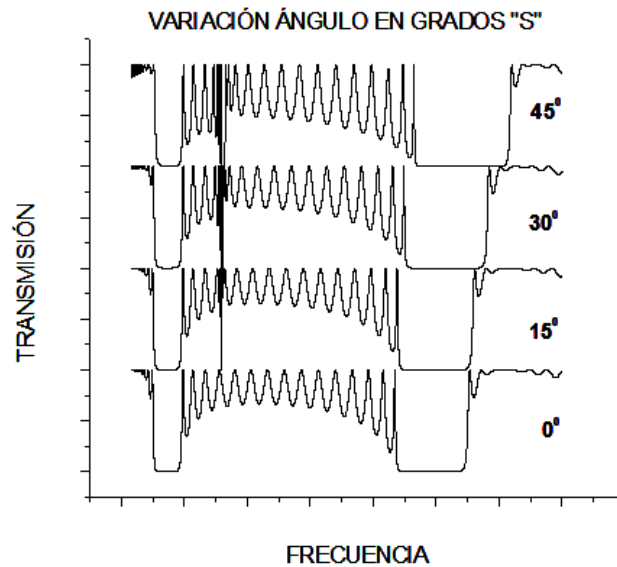


Figura 4.7: Transmisión con polarización S con $\mu = 1$, $\varepsilon_1 = 4$ y $d_0 = 1,2$: Variación del ángulo de incidencia θ

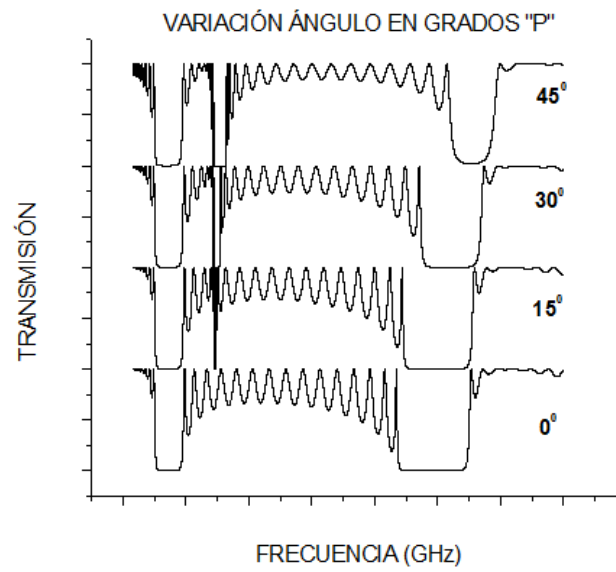


Figura 4.8: Transmisión con polarización P con $\mu = 1$, $\varepsilon_1 = 4$ y $d_0 = 1,2$: Variación del ángulo de incidencia θ

Capítulo 5

Conclusiones

En esta tesis se estudiaron cristales fotónicos unidimensionales construidos a base de alternar dieléctricos y metamateriales, para ello se hizo una breve revisión de la teoría asociada a los metamateriales, la forma en la que se han construido y cuáles son las constantes efectivas que los definen, para calcular las propiedades ópticas de estos cristales fotónicos, tales como estructura de bandas, transmisión, reflexión, entre otras, se ha desarrollado el método de la matriz de transferencia, que es aplicado para el cálculo de los espectros de transmisión, este trabajo tuvo como objetivo hacer un estudio sobre los defectos en estas estructuras, estos defectos son generados al cambiar el ancho de uno de los componentes que se repite regularmente o bien cambiar el índice de refracción de una de las películas. De los resultados mostrados se desprenden las siguientes conclusiones:

- Las estructuras construidas al alternar periódicamente películas de metamateriales con dieléctricos, presentan dos tipos de gaps, uno de ellos conocido como el gap de Bragg y cuyo origen estriba en la periodicidad del sistema, y el otro gap conocido como gap cero donde se cumple la condición $n_1 d_1 + n_2 d_2 = 0$, donde n_1 y n_2 son los índices de refracción del dieléctrico y del metamaterial respectivamente y d_1 y d_2 son los anchos de las películas de dieléctrico y del metamaterial. Esta condición sólo es posible si uno de los índices de refracción es negativo, lo cual ocurre en los metamateriales, el gap cero tiene la característica de ser omnidireccional. Por tanto es posible observar que el gap de Bragg depende de los tamaños de las celdas unitarias y del índice de refracción, el rango de frecuencias en el que se presenta se ve modificado al cambiar el ángulo de incidencia de la luz, o bien el tipo de polarización, a diferencia del gap cero, cuya presencia se mantiene invariante ante el ángulo de incidencia de la luz, por lo que se le denomina gap omnidireccional, así mismo se observa que éste último es invariante ante el tipo de polarización.
- Al introducir una impureza en la estructura generada por un cambio en el ancho de la película del dieléctrico, se produce un efecto similar a las impurezas en los cristales fotónicos convencionales e incluso en los cristales reales, la impureza generada por el cambio del ancho de una de las películas se comporta como un nivel de energía que permite el tunelamiento en un pozo de potencial, esto es, se producen niveles de energía accesibles en la región de frecuencias prohibidas, cada uno de los cristales fotónicos que quedaron a los lados de la impureza se comportan como barreras de potencial y en la impureza se generan un modo de tunelamiento en las regiones de energía prohibida debido a la discontinuidad de la estructura, lo que ocurre es que algún modo evanescente se acople con el defecto y se propague por la otra parte de la estructura generando transmisión. Este modo de tunelamiento al igual que el gap omnidireccional es invariante ante el tipo de polarización y el ángulo de incidencia. A diferencia también de los modos de tunelamiento que aparecen en el gap de Bragg.
- Al hacer un cambio en la variación del índice de refracción de una de las capas de la estructura,

en el gap cero no se generan modos de tunelamiento a diferencia del gap de Bragg en donde si se observan modos de tunelamiento dentro del gap, el cambio en el índice de refracción de una de las películas del dieléctrico, genera un efecto tipo barrera de potencial, y cuando los modos localizados que se propagan dentro de la barrea de potencial alcanzan a tunelar se producen niveles permitidos de energía dentro del gap, el gap cero resulta insensible ante estos cambios ya que no es originado por la estructura sino por el cumplimiento de la condición de gap cero, por lo tanto no resulta sensible ni al cambio de dirección ni a una ligera ruptura de la periodicidad de la estructura.

- El gap cero está determinado por el cumplimiento de la condición $n_1 d_1 + n_2 d_2 = 0$ por lo que su frecuencia central queda determinado por el índice de refracción que en general depende de la frecuencia, y el ancho de la celda unitaria va a ser del orden de $d_1 + d_2 \simeq \lambda/2$, en tanto que el gap de Bragg se encuentra en frecuencias asociadas a la longitud de onda dada por $d_1 + d_2 \simeq \lambda/4$, esto quiere decir que siempre el gap de Bragg aparecerá a frecuencias mayores al gap cero, pero en el mismo rango de frecuencias.

Bibliografía

- [1] Joannopoulos, J.D.,R.D. Meade, and J.N.Winn.*Photonic Crystal: molding the flow of light* Princeton University Press, 1995.
- [2] V. G. Veselago,*Sov. Phys.*, vol **10**, pág. 509, 1968.
- [3] Reitz J.R., Milford F.J., Christy R.W.” *Fundamentos de la Teoría Electromagnética*”, Addison Wesley, 1992.
- [4] Pendry J. B.,*Physical Review Letters*, Vol. 85, pág. 3966, 2000.
- [5] Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., y Schultz S., *Physical Review Letters* Vol.85, 2000.
- [6] H. Kinto-Ramírez, F. Ramos-Mendieta, M. A. Palomino-Ovando,*Cálculo de bandas fotónicas complejas en un cristal fotónico unidimensional el cual contiene materiales izquierdos: efecto de tunelamiento de fotones* Memoria en extenso: XXIII Reunión Anual AMO, Puebla, Puebla, 2010.
- [7] Jiang,H.,H.Chen, H.Li, and Y.Zhang, *Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystal containing negative-index*, *Appl. Phys. Lett.*,5386,2003.
- [8] Li, J.,L.Zhou,C.T.Chan and P.Sheng, *Photonic band Gap from a Stack of Positive and Negative index Materials* *Phys.Rev.Lett.*, Vol.90 2003.
- [9] Nefedov, I.S.,and S.A. Tretyakov*Photonic band gap structure containing metamateriales with negative permitividad and permeability* *Phys. Rev.E* Vol.66 2002.
- [10] Bria, D.,B. Djafari-Rouhani, A.Akjouj, L.Dobrzynsky, J.P. Vigneron, E.H.Boudouti, and A.Nougouai, *Band Structure and omnidirectional photonic band gap in lamellar structures with left-handed materials* *Phys. Rev. E* Vol. 69 , 2004
- [11] Jackson J. D., *Classical Electrodynamics*.Singapore: Wiley 1999.
- [12] Umran S.Inan, Aziz S.Inan. *Electromagnetic waves* Prentince Hall 2000.
- [13] O.J . Bressan *Ondas* Editor Washington:OEA 1975.
- [14] D.S. Bethune, *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 6, No. 5, 1989.
- [15] Zohta Y. *Solid State Communications*, Vol.73, 845, 1990.
- [16] T. Jun Cui, D.R. Smith, R.Liu *Metamaterials: theory, design, and applications* 2009.
- [17] W. Cai ;V.Sholaev. *Optical Metamateriales : Fundamentals and Applications* , Springer ,2010.
- [18] J.Pendry, A.Halden, D. Robbins, W. Stewart. *Magnetism From Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena*, *IEEE* Vol.47 No.11, 1999.

- [19] G.V.Eleftheriades, K.G. Balmain *Negative-Refraction Metamateriales: Fundamental Principle and Applications*, Wiley Interscience, 2005.
- [20] *09 Monografías del SPOT: Los metamateriales y sus aplicaciones en defensa*, 075-11-024-3, Marzo 2003.
- [21] Caloz. C., T.Itoh *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, John Wiley and Sons, Inc.,2006.
- [22] Pendry J.B, D.R. Smith, *Reversing light with negative refraction*, Physics Today Vol.37, 2004.
- [23] Veronica Cérdan Ramírez *Transmisión de Radiación Electromagnética en Cristales Fotónicos con Impurezas*, Tesis de Maestría en Ciencias, BUAP-FCFM, 2004.