

Interacciones Hadrónicas en Aceleradores y el Cosmos

M.C. R. Xoxocotzi Aguilar

FCFM

Junio 1, 2011

Contenido

- Resumen
- Introducción: Cromodinámica Cuántica (QCD).
 - Dispersión Inelástica Profunda (DIS)
 - Modelo de Partones.
- Modelo de Dos Dobletes de Higgs (THDM-III).
- Aproximación Williams-Weizsacker (WWA).
- Estudio de DIS $e^-p \rightarrow e^- \phi + X$ en el contexto del THDM-III.
- Resultados y Conclusiones.

Resumen.

- Nos interesa estudiar los modelos de interacción hadrónica que se usan para analizar Rayos Cósmicos de Alta Energía, utilizando las herramientas proporcionadas por la Cromodinámica Cuántica (QCD), tales como la Dispersión Inelástica Profunda (DIS) y el Modelo de Partones.
- Estamos especialmente interesados en estudiar la interacción fotón-nucleón, es decir, Rayos Cósmicos cuya partícula primaria es un fotón, el cual interacciona con los núcleos de la Atmósfera Terrestre produciendo una lluvia de partículas secundarias a la cual se le denomina Lluvia Electromagnética.

Introducción.

Cromodinámica Cuántica

- Teoría de Interacciones débiles.
- Clasifica a los hadrones en términos de sus constituyentes fundamentales: bariones y mesones

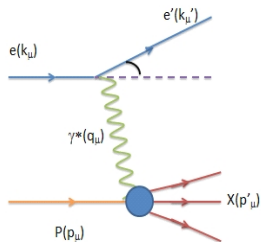
$$|p\rangle = |u\,ud\rangle, \quad |\pi^+\rangle = |u\bar{d}\rangle$$

- Los quarks existen en 3 diferentes estados de color:

$$q(x) = \begin{pmatrix} q^{\text{rojo}}(x) \\ q^{\text{verde}}(x) \\ q^{\text{azul}}(x) \end{pmatrix}$$

DIS.

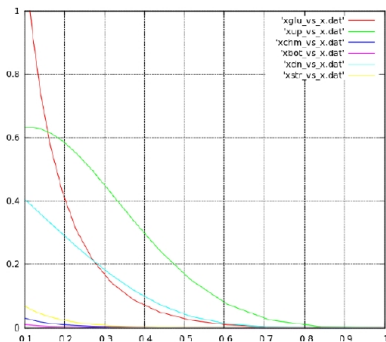
La distribución de los quarks y gluones dentro del hadrón puede ser observada mediante experimentos de DIS a Altas Energías.



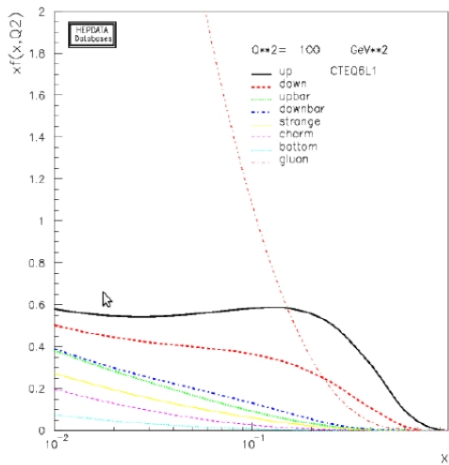
DIS es esencialmente un proceso de dos pasos donde el leptón emite un fotón virtual, el cual interacciona con el hadrón en el segundo paso.

$$\frac{d^2\sigma^{eh \rightarrow eX}}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{xQ^4} \left[\left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) F_2(x, Q^2) - \frac{y^2}{2} F_L(x, Q^2) \right]$$

El modelo de partones expresa las funciones de estructura en términos de la función de distribución de partones que dan la función de distribución de los momentos longitudinales de los partones en un hadrón dado. La función de distribución de partones se encuentra en los datos experimentales de un proceso dado.



$$F_2(x, Q^2)$$



Modelo de THDM-III.

Existen algunas extensiones al ME que proveen algunas alternativas para resolver algunos problemas del ME. Algunas motivaciones para estudiar el modelo de THDM son:

- En THDM se tienen 5 bosones de Higgs: (H^\pm , dos escalares neutros, H^0 y h^0 y un escalar neutro A^0).
- Los quarks t y b adquieren su masa al interactuar con alguno de los dobletes, p/e interactúa con el primer doblete (ϕ_1) y t con el segundo doblete (ϕ_2).
- Se tiene la posibilidad de FCNC a nivel árbol en los sectores leptónicos y de quark.
- Se tienen 6 parámetros libres: 4 masas de los bosones de Higgs, la razón de los valores de expectación en el vacío ($\tan \beta$) y el ángulo de mezcla de Higgs (α).

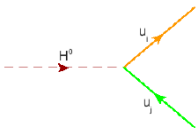
El modelo general de dos dobletes de Higgs (THDM) tiene un problema potencial con el cambio de sabor de corrientes neutras (FCNC) mediada por los bosones de Higgs, que surge cuando cada tipo de quark (u y d) se acopla a ambos dobletes de Higgs. Las posibles soluciones a este problema del THDM implican una suposición acerca de la estructura de Yukawa del modelo. Para hablar sobre ellos, es conveniente referirse a la lagrangiana de Yukawa, que se escribe para los campos de los quarks de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_y = Y_1^u \bar{Q}_L \Phi_1 u_R + Y_2^u \bar{Q}_L \Phi_2 u_R + Y_1^d \bar{Q}_L \Phi_1 d_R + Y_2^d \bar{Q}_L \Phi_2 d_R \quad (1)$$

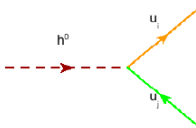
donde $\Phi_{1,2} = (\phi_{1,2}^\dagger, \phi_{1,2}^0)^T$ denotan los dobletes de Higgs. Las elecciones específicas para las matrices de Yukawa $Y_{u,d}^q$ ($q = u, d$) definen las versiones de THDM conocidas como *I*, *II* y *III*.

Tomando en cuenta el Lagrangiano de Yukawa para quarks en el THDM-III toma la forma:

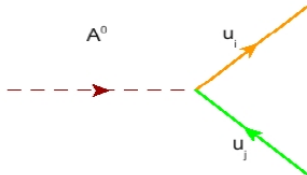
$$\begin{aligned}
 L_Y^q = & \frac{g}{2} \bar{d} \left[\left(\frac{m_d}{m_w} \right) \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \delta_{dd'} + \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sqrt{2} \cos \beta} \left(\frac{\sqrt{m_d m_{d'}}}{m_w} \right) \tilde{\chi}_{dd'} \right] d' H^0 \\
 & + \frac{g}{2} \bar{d} \left[- \left(\frac{m_d}{m_w} \right) \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \delta_{dd'} + \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sqrt{2} \cos \beta} \left(\frac{\sqrt{m_d m_{d'}}}{m_w} \right) \tilde{\chi}_{dd'} \right] d' h^0 \\
 & + \frac{ig}{2} \bar{d} \left[- \left(\frac{m_d}{m_w} \right) \tan \beta \delta_{dd'} + \frac{1}{\sqrt{2} \cos \beta} \left(\frac{\sqrt{m_d m_{d'}}}{m_w} \right) \tilde{\chi}_{dd'} \right] \gamma^5 d' A^0 \\
 & \times \frac{g}{2} \bar{u} \left[\left(\frac{m_u}{m_w} \right) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \delta_{uu'} - \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\frac{\sqrt{m_u m_{u'}}}{m_w} \right) \tilde{\chi}_{uu'} \right] u' H^0 \\
 & + \frac{g}{2} \bar{u} \left[\left(\frac{m_u}{m_w} \right) \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \delta_{uu'} - \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\frac{\sqrt{m_u m_{u'}}}{m_w} \right) \tilde{\chi}_{uu'} \right] u' h^0 \\
 & + \frac{ig}{2} \bar{u} \left[- \left(\frac{m_u}{m_w} \right) \cot \beta \delta_{uu'} + \frac{1}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\frac{\sqrt{m_u m_{u'}}}{m_w} \right) \tilde{\chi}_{uu'} \right] \gamma^5 u' A^0
 \end{aligned}$$



$$\frac{ig}{2} \left[\left(\frac{m_u}{m_w} \right) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \delta_{u u'} - \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\frac{\sqrt{m_u m_{u'}}}{m_w} \right) \tilde{\chi}_{u u'} \right]$$



$$\frac{ig}{2} \left[\left(\frac{m_u}{m_w} \right) \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \delta_{u u'} - \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\frac{\sqrt{m_u m_{u'}}}{m_w} \right) \tilde{\chi}_{u u'} \right]$$



$$\frac{g}{2} \bar{u}_i \left[- \left(\frac{m_u}{m_w} \right) \cot \beta \delta_{u u'} + \frac{1}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\frac{\sqrt{m_u m_{u'}}}{m_w} \right) \tilde{\chi}_{u u'} \right] \gamma^5$$

Aproximación de Williams-Weiszäcker

Estudio de DIS $e^-p \rightarrow e^- \phi + X$ en el contexto del THDM-III. Este proceso se calcula en el marco de la Aproximación de Weizsacker-Williams (*WWA*)

Para los procesos se considera que un fotón real es intercambiado. La sección eficaz es obtenida a nivel de partones mediante la convolución del número de fotones en un electrón o en el quark. La sección eficaz electrón-quark es convolucionada con la densidad de quarks en el protón para obtener la sección eficaz e-p.

En general se tiene:

$$\sigma_{ep}(S) = \int_{x_{\min}}^1 dx \sum_i q_i(x, P^2) \sigma_{eq_i}(x, S),$$

donde σ_{ep} es la sección eficaz sobre un protón objetivo, q_i es la densidad de quarks en el protón a una escala P^2 con una fracción de momento longitudinal x , σ_{eq_i} es la sección eficaz del electrón sobre los quarks. $x_{\min} = M^2/S$ y donde M es la masa del boson producido.

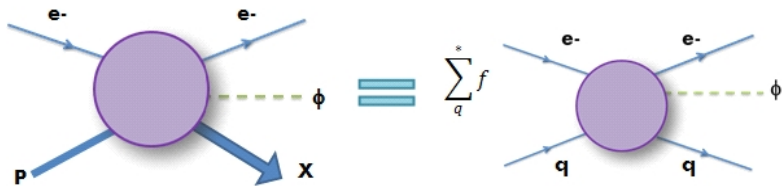
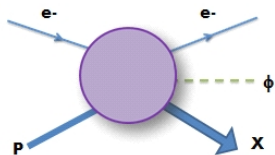
σ_{eq_i} en la aproximación Weizsäcker-Williams está dada por:

$$\sigma_{eq_i}(x, S) = \int_{\eta_{\min}}^1 d\eta P_{\gamma e}(\eta, xS) \sigma_{\gamma q_i}(\hat{s}),$$

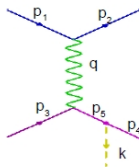
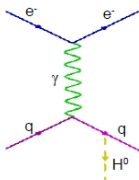
$$\sigma_{eq_i}(x, S) = \int_{\eta_{\min}}^1 d\eta P_{\gamma q_i}(\eta, xS) \sigma_{\gamma e}(\hat{s}),$$

con $\hat{s} = x\eta S$ y $P_{\gamma f}(\eta, \hat{s})$ es el número de fotones en el fermión;

$$P_{\gamma f} = \frac{\alpha}{2\pi} Q_f^2 \frac{1 + (1 - \eta)^2}{\eta} L_f;$$



Se analiza el siguiente proceso: $e^- q \rightarrow e^- q + \phi$ donde $\phi = h^0, H^0, A^0$.



$$i\mathcal{M} = \bar{u}(p_2)(-iQ\gamma^\mu)u(p_1) \left(\frac{ig^{\mu\nu}}{q_1^2} \right) \bar{u}(p_4)(iA + B\gamma^5) \left(\frac{i\not{p}_5}{p_5^2} \right) (-iQ\gamma^\nu)u(p_3)$$

$$i\mathcal{M} = C_1 [\bar{u}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] \left[\bar{u}(p_4)(A + B\gamma^5) (\not{p}_5) \gamma_\mu u(p_3) \right]$$

$$i\mathcal{M}^\dagger = C_1 [\bar{u}(p_1)\gamma^\mu u(p_2)] \left[\bar{u}(p_3)\gamma_\mu (\not{p}_5) (A - B\gamma^5) u(p_4) \right]$$

$$M^\dagger M = C_1^2 [\bar{u}(p_1)\gamma^\mu u(p_2)] [\bar{u}(p_2)\gamma^\nu u(p_1)] \left[\bar{u}(p_3)\gamma_\mu (\not{p}_5) (A - B\gamma^5) u(p_4) \right]$$

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{C_1^2}{4} \text{Tr} [(\not{p}_1)\gamma^\mu (\not{p}_2)\gamma^\nu] \cdot \text{Tr} [(\not{p}_3)\gamma_\mu (\not{p}_5) (A - B\gamma^5)(\not{p}_4)(A + B\gamma^5)]$$

Finalmente:

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 = C_1 [32(A^2 + B^2) & (2(p_1 \cdot p_5 p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_3 p_2 \cdot p_5) p_4 \cdot p_5 - \\ & - (p_1 \cdot p_4 p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_3 p_2 \cdot p_4) p_5^2)] \end{aligned}$$

Cinemática:

Se expresan los momentos p_5 y p_3 en terminos de p_1 , p_2 , p_4 y k .

$$p_5 = p_4 - k \quad p_3 = p_2 + p_4 - p_1 - k$$

$$p_1 \cdot p_5 = p_1 \cdot (p_4 - k) = p_1 \cdot p_4 - p_1 \cdot k$$

$$p_2 \cdot p_5 = p_2 \cdot (p_4 - k) = p_2 \cdot p_4 - p_2 \cdot k$$

$$p_4 \cdot p_5 = p_4 \cdot (p_4 - k) = p_4^2 - p_4 \cdot k = -p_4 \cdot k$$

$$p_5^2 = (p_4 - k)^2 = p_4^2 + k^2 - 2p_4 \cdot k = -2p_4 \cdot k$$

Se definen las variables invariantes: \widehat{s} , \widehat{Q} , \widehat{v} , ..., etc.

$$s = (p_1 + p_3)^2 = 2p_1 \cdot p_3$$

$$\widehat{s} = (p_1 + xp_3)^2 = x's \rightarrow \frac{\widehat{s}}{x'} \rightarrow p_1 \cdot p_3 = \frac{\widehat{s}}{2x'} = \frac{s}{2}$$

$$\widehat{s}' = s' = s' - (1-x)s + 2(1-x')(v-v')$$

$$\widehat{v} = x'v', \quad \widehat{v}' = x'v'$$

$$v = p_3(p_1 - p_2 - k) \quad v' = p_3(p_1 - p_2 - k) = x'v'$$

$$\widehat{Q}^2 = -(p_1 - p_2)^2 = Q^2$$

$$\widehat{Q}'^2 = -(p_1 - p_2 - k)^2 = Q'^2$$

$$x = Q^2/2v \quad x' = Q'^2/2v'$$

$$y = 2v/s \quad y' = 2v'/s \quad \tau = s'/s$$

Los momentos quedan como:

$$p_1 \cdot p_3 = \frac{s}{2} x' = \frac{\widehat{s}}{2}$$

$$p_1 \cdot p_2 = \widehat{Q}^2 / 2v$$

$$p_1 \cdot p_4 = -(\widehat{Q}^2 - \widehat{s}' + 2(\widehat{v} - \widehat{v}') + m_h^2) / 2$$

$$p_1 \cdot k = (\widehat{s} - \widehat{s}' + 2(\widehat{v}' - v) + m_h^2) / 2$$

$$p_2 \cdot p_4 = -v' + 1/2(\widehat{s}' + \widehat{Q}'^2)$$

$$p_2 \cdot k = \widehat{v}' - v + (\widehat{s} - \widehat{s}' + \widehat{Q}^2 - \widehat{Q}'^2) / 2$$

$$p_4 \cdot k = \widehat{v} - v' - (\widehat{Q}^2 - \widehat{Q}'^2 + m_h^2) / 2$$

$$p_1 \cdot p_5 = 1/2(-2m_h^2 - \widehat{Q}^2 + 2\widehat{s}' - \widehat{s} - 4\widehat{v}' - 4\widehat{v})$$

$$p_2 \cdot p_5 = \frac{\widehat{s}}{2} - \widehat{v} - \widehat{v}' - (\widehat{Q}^2 - \widehat{Q}'^2 + m_h^2) / 2$$

$$p_4 \cdot p_5 = \widehat{v} - \widehat{v}' - (\widehat{Q}^2 - \widehat{Q}'^2 + m_h^2) / 2$$

$$p_5^2 = m_h^2 + \widehat{Q}^2 - \widehat{Q}'^2 + 2\widehat{v}' + 2v$$

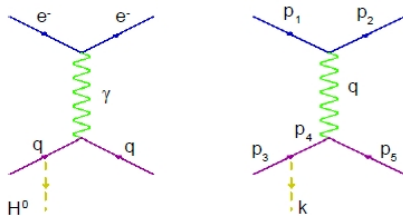
$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = C_1^2 [8(A^2 + B^2)sx'(m_h^2 + s(x - x')y(m_h^2(y - 1) -$$

$$-s(x' - 2)y'(x + y - y' + \tau - 3) + 2))]]$$

$$d\Gamma_3 = \frac{d^3 p_2}{2E_2} \frac{d^3 p_4}{2E_4} \frac{d^3 k}{2E_k} = \frac{\pi}{8\hat{s}} \frac{d\hat{Q}^2 d\hat{\nu} d\hat{s}' d\hat{Q}'^2 d\hat{\nu}'}{\sqrt{-\Delta_4(p_1, p_3, p_2, k)}} \delta(\hat{Q}^2 - 2\hat{\nu}')$$

$$= \frac{\pi}{8\hat{s}} \frac{dQ^2 d\nu ds' dQ'^2 d\nu'}{\sqrt{-\Delta_4(p_1, p_3, p_2, k)}} \delta(Q'^2 - 2x'\nu') = \frac{\pi s^3}{8} \frac{y dx dy dy' d\tau}{\sqrt{-\Delta_4(p_1, p_3, p_2, k)}}$$

$$d\sigma = \frac{2(2\pi)^{-5}}{s} \frac{1}{4} |\mathcal{M}|^2 d\Gamma_3$$



$$i\mathcal{M} = \bar{u}(p_2)(-iQ\gamma^\mu)u(p_1) \left(\frac{-ig^{\mu\nu}}{q_1^2} \right) \bar{u}(p_5)(-iQ\gamma^\nu) \left(\frac{i\cancel{p}_5}{p_4^2} \right) (iA + B\gamma^5)u(p_3)$$

$$i\mathcal{M}^\dagger = C_2 [\bar{u}(p_1)\gamma^\mu u(p_2)] \left[\bar{u}(p_3)(A - B\gamma^5) (\cancel{p}_4) \gamma_\mu u(p_5) \right]$$

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{C_2^2}{4} \text{Tr} [(\not{p}_1)\gamma^\mu(\not{p}_2)\gamma^\nu] \cdot$$

$$\cdot \text{Tr} [(\not{p}_3)(A - B\gamma^5)(\not{p}_4)\gamma_\mu(\not{p}_5)\gamma_\nu(\not{p}_4)(A + B\gamma^5)]$$

Finalmente:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = C_2^2 [32(A^2 + B^2)(2(p_1 \cdot p_5 p_2 \cdot p_4 + p_1 \cdot p_4 p_2 \cdot p_5) p_3 \cdot p_4 - (p_1 \cdot p_5 p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_3 p_2 \cdot p_5) p_4^2)]$$

Se expresan los momentos p_4 y p_5 en terminos de p_1, p_2, p_3 y k .

$$p_4 = p_3 - k \quad p_5 = p_1 + p_3 - p_2 - k$$

$$p_1 \cdot p_4 = p_1 \cdot (p_3 - k) = p_1 \cdot p_3 - p_1 \cdot k$$

$$p_2 \cdot p_4 = p_2 \cdot (p_3 - k) = p_2 \cdot p_3 - p_2 \cdot k$$

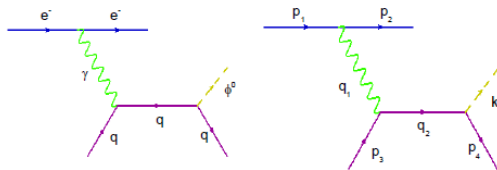
$$p_3 \cdot p_4 = p_3 \cdot (p_3 - k) = p_3^2 - p_3 \cdot k = -p_3 \cdot k$$

$$p_4^2 = (p_3 - k)^2 = p_3^2 + k^2 - 2p_3 \cdot k = -2p_3 \cdot k$$

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}|}^2 = & C_2^2 [-8(A^2 + B^2)s^2 x'(y - y')(((x - 2)y + x'(y - 2y' - 1) + \\ & + 2(y' - \tau + 1))m^2 + s(y'x'^2 - (y^2 + ((x - 3)(y' + 1) + \tau)y + \\ & + 2(y' + 1)^2 - 2\tau)x' + ((x - 2)x + 2)y^2 \\ & + 2(y' + 1)(y' - \tau + 1) + 2y((x - 2)(y' + 1) + \tau)))] \end{aligned}$$

$$d\Gamma_3 = \frac{\pi s^3}{8} \frac{y dx dy dy' d\tau}{\sqrt{-\Delta_4(p_1, p_3, p_2, k)}}$$

$$\sigma = \frac{2(2\pi)^{-5}}{s} \frac{1}{4} \overline{|\mathcal{M}|}^2 d\Gamma_3$$



$$i\mathcal{M} = \bar{u}(p_2)(-iQ\gamma_\mu)u(p_1) \left(\frac{ig^{\mu\nu}}{q_1^2} \right) \bar{u}(p_4)(iA + B\gamma^5) \left(\frac{i\not{q}_2}{q_2^2} \right) (-iQ\gamma_\nu)u(p_3)$$

$$i\mathcal{M} = C_3 \left[\bar{u}(p_2)\gamma_\mu u(p_1) \right] \left[\bar{u}(p_4)(A + B\gamma^5) (\not{q}_2) \gamma^\mu u(p_3) \right]$$

$$i\mathcal{M}^\dagger = C_3 \left[\bar{u}(p_1)\gamma_\mu u(p_2) \right] \left[\bar{u}(p_3)\gamma^\mu (\not{q}_2) (A - B\gamma^5) u(p_4) \right]$$

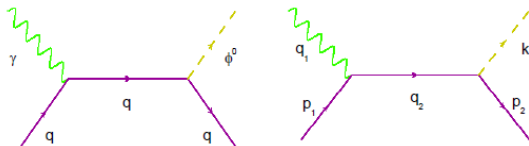
En la aproximación donde $m_q = m_e \approx 0$, se tiene:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{C_3}{4} \text{Tr} \left[(\not{p}_1) \gamma_\mu (\not{p}_2) \gamma_\nu \right] \\ \text{Tr} \left[(\not{p}_3) \gamma^\mu (\not{q}_2) (A - B\gamma^5) (\not{p}_4) (A + B\gamma^5) (\not{q}_2) \gamma^\nu \right]$$

operando las trazas se obtiene:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = C_3 [8(A^2 + B^2)(2(p_1 \cdot q_2 p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_3 p_2 \cdot q_2) p_4 \cdot q_2 - \\ - (p_1 \cdot p_4 p_2 \cdot p_3 + p_1 \cdot p_3 p_2 \cdot p_4) q_2^2)]$$

$$d\sigma = \frac{2(2\pi)^{-5}}{s} \frac{1}{4} |\mathcal{M}|^2 d\Gamma_3$$



$$i\mathcal{M} = \bar{u}(p_2)(iA + B\gamma^5) \left(\frac{i\not{q}_2}{q_2^2} \right) (-iQ\gamma^\nu) u(p_1) \epsilon_\mu(q_1)$$

$$i\mathcal{M} = C_4 [\bar{u}(p_2)(A + B\gamma^5) (i\not{q}_2) \gamma^\nu u(p_1)] \epsilon_\mu(q_1)$$

$$i\mathcal{M}^\dagger = C_4 [\bar{u}(p_1)\gamma^\nu (\not{q}_2) (A + B\gamma^5) u(p_2)] \epsilon_\nu^*(q_1)$$

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{C_4^2}{4} [4(A - B)(A + B)(2p_1 \cdot q_2 p_2 \cdot q_2 - p_1 \cdot p_2 q_2^2)]$$

Para el espacio fase en terminos de las variables invariantes:

$$\widehat{s} = (q_1 + p_1)^2 x' s$$

$$\widehat{Q}^2 = -(q_1 - k)^2 Q^2$$

$$\widehat{v} = p_1(q_1 - k) = x' v$$

$$\widehat{s}' = (q_1 + p_1 - k)^2$$

$$d\Gamma_3 = \frac{d^3 k}{2E_k} \frac{d^3 p_2}{2E_2} = \frac{\pi}{4\widehat{s}} \frac{d\widehat{s} d\widehat{v} d\widehat{Q}^2}{\sqrt{\Delta_3(k, q_1, p_1)}} \delta(\widehat{Q}^2 - 2\widehat{v}) = \frac{\pi}{8} \frac{y dx dy}{\sqrt{\Delta_3(k, q_1, p_1)}}$$

$$d\sigma = \frac{2(2\pi)^{-5}}{s} \frac{1}{4} |\overline{\mathcal{M}}|^2 d\Gamma_3$$

Bibliografía:

- 1) D.E.kharzeev, J.raufeisen, Highenergy nuclear interactions and QCD: and introduction, nucl-th/0206073v1, 2002.
- 2) Mangano Michelangelo, Introduction to QCD, Swiss Sumer School, Particle and Fields, World Scientific 1999.
- 3) A. Pich, Quantum Chromodynamics, FTUV-95-19, IFIC-95-19, 1995. 51 pp.
- 4) Michael H. Seymour, Quantum Chromodynamics. CERN-PH-TH-2005-083, 2005. 45 pp
- 5) G. Altarelli, A QCD primer, CERN-TH-2002-022, 2002. 36pp
- 6) W. Greiner y A. Schaefer, Quantum Chromodynamics, Springer Verlag, Berlin, 1995
- 7) J.L. Diaz-Cruz, H. He, M.P. Tait, C.P. Yuan, Phys.Rev.Lett.80:4641-4644,1998.
- 8) D. Banerjee, Two introductory lectures on high energy QCD and heavy Ion collisions, arXiv:0810.3553v1 [hep-ph], 2008.
- 9) S. Coutu, D. Cabezas, C. J. Solano, R. Xoxocotzi, AIP Conf. Proc. April 30, 2009 Volume 1123, pp.
- 10) T.Muta, Foundations of Quantum Chromodynamics, World Scientific Vol. 78, 2010.
- 11) J.L. Diaz-Cruz, R. Noriega-Papaqui, A. Rosado, Physical Review D 71, 015014 (2005)
- 12) E. Gabrielli, Modern Physics Letter A, Vol.1, No.8 (1986)
- 13) Altarelli, Martinelli and Mele, Nucl. Phys. B262 (1985) 204.
- 14) M. Böhm y A.Rosado Z.Phys.C-Particles and Fields 34, 117-131(1987)
- 15) Díaz-Cruz, Díaz-Furlong y Montes de Oca, hep-ph: 1010.0950v1.